







Anleitung

zur

Waldwerthrechnung.

Dritte verbesserte Auflage.

Mit einem Abriß der forstlichen Statik.

Von

Dr. Gustav Heyer,

Geh. Regierungsrath und Professor der Forstwissenschaft an der Universität zu München.

Leipzig,

Druck und Verlag von B. G. Teubner.

1883.

Vorwort zur ersten Auflage.

Die Waldwerthrechnung ist — im Gegensatze zu andern Zweigen der Forstwissenschaft — mehr durch Monographien und Aufsätze in Zeitschriften, als durch Lehrbücher gefördert worden. Die vorliegende Schrift hat zum Zweck, das zerstreute Material zu sammeln, Lücken auszufüllen und das Ganze systematisch zu ordnen. Sie zerfällt in zwei Haupttheile. Der erste enthält die reine Waldwerthrechnung, der andere die Anwendungen derselben auf Gegenstände der forstlichen Betriebslehre. Da dieser letztere Theil keinen Anspruch auf Vollständigkeit macht (diese wird er überhaupt nur in einem Werke finden können, welches die gesammte Betriebslehre umfaßt), so hat ihn der Verfasser als „Anhang" behandelt.

Seit einer Reihe von Jahren ist die Waldwerthrechnung zur Lösung von Aufgaben aus der forstlichen Statik, insbesondere zur Ermittlung der vortheilhaftesten Umtriebszeit benutzt worden. Die gewonnenen Resultate haben sich bis jetzt einer allgemeinen Anerkennung noch nicht zu erfreuen gehabt. Während Einzelne ihren Standpunkt mit großer Entschiedenheit vertreten, zögert die Mehrzahl der Forstwirthe, sich nach der einen oder der andern Seite hin zu entscheiden. Man fühlt die zwingende Beweiskraft der mathematischen Methode, aber man hat Bedenken, ob die Oekonomie das Ergebniß der Rechnung ausführbar erscheinen lasse. Dieses Dilemma ist es, welches einen Stillstand in die Behandlung der oben genannten Frage gebracht hat. Um sich ihm zu entwinden, wird man die ökonomischen Principien, welche der Rechnung zu Grunde liegen, präcisiren, auf der andern Seite aber den Effect berechnen müssen, welchen die Beobachtung gewisser ökonomischen Rücksichten im Gefolge hat. In dem I. Capitel des „Anhangs" hat der Verfasser versucht, diesen Weg einzuschlagen. Es würde ihn freuen, wenn es ihm gelungen sein sollte, zur Aufklärung des Gegenstandes und zur Vermittlung der mitunter noch sehr schroff sich gegenüberstehenden Ansichten Einiges beigetragen zu haben.

Obgleich ein Feind alles überflüssigen Formelkrams, hält es der Verfasser doch für zwecklos, mathematische Aufgaben unter Ausschluß der Mathematik zu behandeln, weil ohne diese ein entscheidendes Resultat nicht zu erzielen ist. Zudem setzt die vorliegende Schrift nur die Kenntniß der elementarsten Regeln der Arithmetik voraus. Mit jener sogenannten populären Darstellungsweise, welche darauf ausgeht, Jeden, dem ein gründliches Studium unbequem ist, zum Mitsprechen befähigen

zu wollen, durch welche aber nur die Oberflächlichkeit groß gezogen und der wissenschaftliche Fortschritt gelähmt wird, hat der Verfasser sich nie zu befreunden vermocht. Er hat daher von der Mathematik überall da Gebrauch gemacht, wo dieselbe nothwendig erschien. Die zahlreichen, der Praxis entnommenen Rechnungsbeispiele, durch welche die einzelnen Lehrsätze der Waldwerthrechnung erläutert worden sind, werden übrigens den Beweis liefern, daß die Entwicklung mathematischer Ausdrücke dem Verfasser nur Mittel zum Zweck war. Möchten jene Beispiele den Anfänger zugleich davon überzeugen, daß der praktische Forstwirth die Waldwerthrechnung ebenso wenig entbehren kann, wie die Lehren des Waldbaues, der Waldpflege, Waldbenutzung ꝛc., welchen jene Disciplin wohl an Alter, nicht aber an Wichtigkeit nachsteht.

Gießen, Ostern 1865.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Bei der Bearbeitung der ersten Auflage dieser Schrift; welche im Jahre 1865 erschien, hatte der Verfasser sich die Aufgabe gestellt, das in der Literatur zerstreute Material über Waldwerthrechnung zu sammeln, Lücken auszufüllen und das Ganze systematisch zu ordnen. Seitdem war er bemüht, das begonnene Werk nach den angedeuteten Richtungen hin immer mehr zu vervollkommnen.

Was zunächst die Sammlung des in der Literatur niedergelegten Materials anlangt, so erhielt der Verfasser bei dem wiederholten Studium der einschlägigen Schriften zwar in Bezug auf die Verfahren der Waldwerthrechnung nur eine sehr geringe Ausbeute, und überzeugte er sich, daß er nach dieser Richtung die ihm erreichbaren Quellen schon früher nahezu erschöpft habe. Dagegen fand sich unter den geschichtlichen Notizen der ersten Auflage Manches, was einer Ergänzung und Berichtigung bedurfte. So z. B. ergaben die Forschungen des Verfassers, daß die Entwicklung der Theorie des Boden-Erwartungswerthes und des Bestands-Kostenwerthes viel weiter zurückreicht, als er, und mit ihm mancher Andere, seither angenommen hatte*). — Eine über den bloßen Calcul hinausgehende Benutzung der Literatur, etwa durch Aufnahme statistischer Angaben oder durch Erörterung von Fragen der Agrargesetzgebung, welche vor der Lösung gewisser Aufgaben der Waldwerthrechnung zu erledigen sind, erachtete der Verfasser nicht für räthlich, weil sie ihm mit dem Charakter seines Buches als einer „Anleitung" nicht vereinbar zu sein schien.

*) Der Verfasser erlaubt sich, hierauf noch besonders aufmerksam zu machen, weil er gefunden hat, daß die geschichtlichen Notizen der ersten Auflage in andere Schriften übergegangen sind.

In Betreff der Ausfüllung von Lücken verweist der Verfasser auf die Zusätze, welche die Capitel über Bestands- und Waldwerthsberechnung und die mit denselben in Verbindung stehenden Theile des „Anhangs" erfahren haben. Diese Zusätze beziehen sich auf die Berechnung des Werthes abnormer sowie solcher Bestände, deren Boden zu einer einträglicheren Benutzungsart verwendbar ist. Als der Verfasser die erste Auflage dieser Schrift bearbeitete, meinte er seiner Aufgabe schon Genüge zu leisten, wenn er nur erst einmal die Grundzüge der Waldwerthrechnung und zwar mit vorzugsweiser Rücksicht auf normale Bestandsverhältnisse feststellte*). Inzwischen gaben die zu Tage getretenen Bedürfnisse der Praxis wie nicht minder die Fortschritte der forstlichen Statik**) Veranlassung, die Lehre von der Bestandswerthsberechnung durch Einreihung des vorerwähnten Thema's zu erweitern.

Hinsichtlich der systematischen Anordnung des Stoffes weicht die zweite Auflage dieser Schrift von der ersten in so fern ab, als das Capitel „Wahl der Zinsenberechnungsart" und der Abschnitt „Entwicklung der Formeln der Zinseszinsrechnung" aus dem Texte in die Noten verwiesen wurden. Diese beiden Aenderungen bedürfen wohl kaum einer Rechtfertigung. Für die gemischte Zinsrechnung, deren Erfindung man nur als eine Verirrung bezeichnen kann, ist in neuerer Zeit Niemand mehr aufgetreten; sie darf daher nur noch in historischer Beziehung ein Interesse beanspruchen, und diesem wird in der That hinlänglich Rechnung getragen, wenn man den fr. Gegenstand überhaupt nicht mit Stillschweigen übergeht. Was die Zinseszinsrechnung anlangt, so wird dem Bedürfnisse der meisten Leser eine Uebersicht der gebräuchlichsten Formeln genügen, die deshalb in dem „Vorbereitenden Theile" belassen wurde. Denjenigen Lesern aber, welche bei der Entwicklung der einen oder der anderen Formel auf Schwierigkeiten stoßen sollten, bietet die in den Noten enthaltene Anleitung immerhin Gelegenheit, sich Rath zu holen.

Das Capitel „Zur forstlichen Statik" hat der Verfasser in Anbetracht dessen, daß die nämliche Materie von ihm mittlerweile in einer besonderen Schrift behandelt worden ist, ganz ausfallen lassen.

Schließlich sei noch bemerkt, daß sämmtliche Beispiele der neuen Auflage auf Hectar und Mark gestellt sind.

Münden, im Februar 1876.

---

*) Daß der Verfasser übrigens auch damals schon die Werthsverhältnisse abnormer Bestände nicht gänzlich unbeachtet gelassen hat, kann aus Seite 149 der ersten Auflage entnommen werden.

**) Siehe den von dem Verfasser in der Allgemeinen Forst- und Jagd-Zeitung von 1871, S. 104 veröffentlichten Artikel: Ueber die Bestimmung der einträglichsten Abtriebszeit abnormer Bestände.

Vorwort zur dritten Auflage.

Auch diese neue Auflage enthält viele Verbesserungen und Erweiterungen. Insbesondere wurde in dieselbe der Abriß der forstlichen Statik wieder aufgenommen, welcher in der II. Auflage ausgefallen war. Da nämlich die von dem Verfasser im Jahre 1871 herausgegebene I. Abtheilung eines Handbuchs der forstlichen Statik vergriffen ist und die Vollendung der zweiten Auflage wegen der ausführlicheren Bearbeitung einzelner Theile, namentlich der sog. Dogmengeschichte und der Theorie der laufend-jährlichen Verzinsung, sich noch einige Zeit hinausschieben wird, so hat der Verfasser, zugleich einem mehrseitig geäußerten Wunsche entsprechend, der neuen Auflage der Waldwerthrechnung die Statik innerhalb des Rahmens, welchen sie in der I. Auflage einnahm, also ohne die Dogmengeschichte und die Noten, wieder einverleibt. Dieser Abriß der forstlichen Statik möge einstweilen auch als Ersatz für die I. Abtheilung des Handbuchs dienen, deren Erneuerung übrigens der Verfasser nach Kräften beschleunigen wird.

Den Zahlenbeispielen der I. und II. Auflage hatte der Verfasser eine Geldertragstafel von Burckhardt zu Grunde gelegt. Mittlerweile sind auf Veranlassung des Vereins deutscher forstlicher Versuchsanstalten Holzertragstafeln entworfen worden, welche einen von den Burckhardt'schen Tafeln abweichenden Zuwachsgang zeigen. Da Burckhardt weder das Material, welches er zur Aufstellung seiner Tafeln benutzte, noch die Art der Construction angegeben hat, so hielt es der Verfasser für geboten, von jenen Tafeln wenigstens je eine für Buche, Fichte und Kiefer zum Gebrauche bei praktischen Waldwerthrechnungen beizufügen; er selbst hat sie zur Berechnung der Zahlenbeispiele in dem Capitel „Wahl der Holzart" benutzt. Für die übrigen Beispiele, welche lediglich zur Erläuterung des Rechnungsverfahrens dienen sollen, hat er dagegen die Burckhardt'schen Tafeln auch jetzt wieder zu Grunde gelegt. Die Beibehaltung der nämlichen Zahlenbeispiele mit den nämlichen Ertrags- und Kostenansätzen bot den Vortheil größerer Sicherheit der Rechnung, weil bei deren Wiederholung die zum Vorschein gekommenen Fehler ausgemerzt werden konnten.

München, im Juni 1883.

Der Verfasser.

Inhalt.

Einleitung.

I. Vorbereitender Theil.

Seite

II. Angewandter Theil.

Anhang.

Noten.

Einleitung.

Begriff, Eintheilung und Literatur der Waldwerthrechnung.

I. Begriff.

Die Waldwerthrechnung, eine Vorbereitungs-Wissenschaft der forstlichen Gewerbs- oder Betriebslehre[1]), befaßt sich mit der Ermittlung

1) des Bodenwerthes,
2) des Bestandswerthes,
3) des Waldwerthes,
4) der jährlichen Boden-, Bestands- und Waldrente.

Unter Wald ist die Vereinigung von Boden und Holzbestand zu verstehen.

II. Eintheilung.

Die Waldwerthrechnungslehre läßt sich zerfällen:

1) in einen **vorbereitenden Theil**, welcher die ökonomischen, mathematischen und forstlichen Vorkenntnisse der Waldwerthrechnung entwickelt;

2) in einen **angewandten Theil**, welcher die unter I. genannten Werthsberechnungen ausführen lehrt.

III. Literatur.

Cotta: Systematische Anleitung zur Taxation der Waldungen, II. Abtheilung, Berlin 1804. G. L. Hartig: Anleitung zur Berechnung des Geld-Werthes eines in Betreff seines Natural-Ertrages schon taxirten Forstes, Berlin 1812. Derselbe: Anweisung zur Taxation der Forste, 3. Auflage, Gießen 1813. Krause: Anleitung zur Abschätzung und Berechnung des Geldwerthes der Forstgrundstücke, Leipzig 1812. v. Seutter: Grundsätze der Werths-Bestimmung der Waldungen, Ulm 1814. Cotta: Entwurf einer Anweisung zur Waldwerthberech-

---

1) Bezüglich dieser beiden Ausdrücke verweisen wir auf Hundeshagen's Encyclopädie der Forstwissenschaft, 2. Auflage, II. Abtheilung, S. 3 und auf Pabst's Lehrbuch der Landwirthschaft, 2. Auflage, II. Band, 2. Abtheilung, S. 1.

nung, Dresden 1818; 4. Auflage 1849. Klein: Formeln zu den Cotta'schen Waldwerthberechnungstafeln, München 1823; 2. Ausgabe 1836. Hoßfeld: Waldwerthbestimmung, Hildburghausen 1825. (Dritter Theil der „Forsttaxation" desselben Verf.) Pernitzsch: Anweisung zur Waldwerthberechnung, Leipzig 1820. Derselbe: Untersuchungen über Kapitalwerth ꝛc. der Wälder, Frankfurt 1842. Hundeshagen: Forstabschätzung ꝛc., Tübingen 1826; 2. Auflage 1848. v. Gehren: Waldwerthberechnung, Cassel 1825. Riecke: Ueber die Berechnung des Geldwerthes der Waldungen, Stuttgart 1829. Pfeil: Die Forsttaxation, Berlin 1833; 3. Auflage 1858. König: Die Forstmathematik, Gotha 1835, 1842, 1846, 1854, 1864. Winckler: Waldwerthschätzung, II. Abtheilung, Wien 1836. Smalian: Forsteinrichtung ꝛc., Berlin 1840. Reber: Handbuch der Waldtaxation, Kempten 1840. Hierl: Anleitung zur Waldwerthsberechnung, München 1852. Breymann: Anleitung zur Waldwerthberechnung, Wien 1855. Dionigi Biancardi: Theoria per la valutazione delle piante, Milano e Lodi, 1856. Preßler: Rationeller Waldwirth, I. u. II. Buch, Dresden 1858 u. 1859. Burckhardt: Der Waldwerth, Hannover 1860. Robert und Julius Micklitz: Beleuchtung ꝛc. des rationellen Waldwirths, Olmütz 1861. Beivinkler: Anleitung zur Waldwerthberechnung, Pesth 1861. Albert: Lehrbuch der Waldwerthberechnung, Wien 1862. Bose, Beiträge zur Waldwerthberechnung, Darmstadt 1863. Anleitung zur Waldwerthberechnung, verfaßt vom Königl. Preuß. Ministerial-Forstbureau, Berlin 1866. Baur: Ueber die Berechnung der zu leistenden Entschädigungen für die Abtretung von Wald zu öffentlichen Zwecken, Stuttgart 1869. Kraft: Zur Praxis der Waldwerthrechnung und forstlichen Statik, Hannover (ohne Jahreszahl), 1882 erschienen.

Außerdem sind in fast allen forstlichen Zeitschriften Abhandlungen über Waldwerthrechnung enthalten. Besondere Beachtung verdienen die Aufsätze von Faustmann (Allgemeine Forst- und Jagdzeitung von 1849, 1853 und 1854; v. Wedekind's Neue Jahrbücher der Forstkunde, zweite Folge III. Band) und Preßler (Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung von 1860). Die Preßler'schen Aufsätze beziehen sich jedoch mehr auf Statik als auf Waldwerthrechnung.

I. Vorbereitender Theil.

I. Capitel.

Allgemeines über die Bestimmung des Güterwerthes.

I. Begriff des Werthes eines Gutes.

Unter einem Gut versteht man jeden Gegenstand, welcher zur Befriedigung von Bedürfnissen dient [1]). Den im menschlichen Urtheil anerkannten Grad der Nützlichkeit eines Gutes heißt man den Werth desselben [2]).

II. Arten des Werthes.

Man unterscheidet:

1) **Gebrauchs- und Tauschwerth.**

A. Unter dem Gebrauchswerth versteht man den Grad der Tauglichkeit eines Gutes, seinem Besitzer bei der eignen Anwendung einen Vortheil zu gewähren [3]). Der Gebrauchswerth kann sein:

a) Verbrauchswerth (nach Baumstark, Benutzungswerth nach Hufeland, Genußwerth nach Schmitthenner und Rau [4]), welcher darin besteht, daß ein Gut unmittelbar sich verwenden läßt (z. B. Nahrungsmittel); oder

b) Erzeugungswerth, d. i. die Fähigkeit eines Gutes, andere Güter von anerkanntem Gebrauchswerthe hervorzubringen (z. B. Werkzeuge).

B. Tauschwerth ist derjenige Werth, welchen ein Gut in seiner Eigenschaft, als Gegengabe für ein anderes Gut dienen zu können, besitzt.

---

1) Hermann: Staatswirthschaftliche Untersuchungen, 1832, S. 3; 2. Auflage, 1870, S. 5.

2) Rau: Volkswirthschaftslehre, 8. Ausgabe, 1868, S. 86.

3) Dieselbe, 7. Ausgabe, 1863, S. 71; 9. Ausgabe, 1876, S. 41.

4) Dieselbe, 9. Ausgabe, S. 41.

2) **Gattungswerth** [nach Rau, abstracter Werth nach Riedel, allgemeiner Werth] und **concreter** [besonderer] Werth.

Unter ersterem versteht man den Werth, welchen gewisse Gattungen und Arten von Gütern für den Menschen im Allgemeinen besitzen; unter letzterem den Grad der Nützlichkeit, welchen ein Gut für eine gewisse Person hat[1]).

So z. B. kann eine Waldparcelle, welche für sich eine Wirthschaftseinheit bildet, einen andern concreten Werth haben, als in dem Falle, wenn sie mit einem Wirthschaftscomplex, namentlich einem solchen, an welchen sie unmittelbar angrenzt oder welcher sie umschließt, vereinigt wird. Die Vortheile, welche sich aus einer solchen Vereinigung ergeben, können u. A. darin bestehen, daß man für die hinzugekommene Fläche keine Kosten für Verwaltung und Beschützung aufzuwenden braucht (wenn nämlich das vorhandene Beamtenpersonal diese Functionen ohne Gehaltserhöhung besorgen kann); daß der Wald besser arrondirt und hierdurch die Grenze vereinfacht wird (Ersparniß an Grenzunterhaltungskosten); daß man freiere Hand bei der Wahl der Holzart, Betriebsart 2c. erhält; daß die hinzutretende Fläche in den jährlich-nachhaltigen Betrieb sich aufnehmen läßt, für welchen sie etwa für sich allein zu klein war; daß unzureichende Betriebsklassen angemessen ergänzt werden können; daß die Gelegenheit zur Ausführung von Freveln von Seiten des Angrenzers wegfällt 2c.

3) **Reeller** und **Affections-Werth.**

Nach Roscher[2]) heißt ein nur von Einem anerkannter Gebrauchswerth Affectionswerth; letzterer übt auf den Tausch eines Gutes nur dann Einfluß aus, wenn der Schätzende nicht zugleich Besitzer ist.

Rau (Volkswirthschaftslehre, 1868, 94) sagt: „Der Werth der Vorliebe oder Affectionswerth ist eine besondere Art des individuellen, beruhend nicht auf einem eigentlichen Nutzen, sondern auf einem Gefühle, welches aus dem Gemüthe entspringt. Er zeigt sich auch bei wirklichen Tauschfällen öfters als Affections- (Liebhaber-) Preis." Storch (Handbuch der Nationalwirthschaftslehre, aus dem Französischen von Rau, III): „Der sogenannte Affectionswerth ist eine Art des individuellen Werthes, dessen Grund nicht in irgend einem Vortheile oder allgemeinen Vorzuge, sondern in einer Vorliebe aus blos persönlichen Beziehungen liegt." Weber (Lehrbuch der politischen Oekonomie, 1813, I, 73): „Der Werth läßt sich theils als reell, natürlich, nothwendig, generell denken, in so fern er immer und der Natur der Sache nach einem Dinge anklebt, theils als zufällig, gemacht, speciell, in so fern er so nur unter gewissen Verhältnissen, zu gewissen Zeiten, für gewisse Personen und Dinge gilt."

Die Waldwerthrechnung als forstliche Wissenschaft befaßt sich nur mit der Bestimmung von reellen Werthen.

---

1) Rau: Volkswirthschaftslehre, 9. Ausgabe, S. 43.

2) Nationalökonomie, 14. Aufl. 1879, S. 11.

III. Begriff von Preis.

Unter dem Preise versteht man den Gegenwerth, welcher bei Vertauschung eines Gutes in andern Gütern für dasselbe geboten wird[1]). Der Preis wird entweder in einer bestimmten Menge einer anderen Waare, oder — um die unendlichen Mannichfaltigkeiten der Preisbestimmung abzuschneiden — durch das allgemeine Tauschmittel, das Geld, ausgedrückt.

IV. Methoden der Werthbestimmung.

Man kann den Werth eines Gutes bestimmen:

1) Nach dem **Erwartungswerthe,** d. i. nach der Summe der reinen (von den Productionskosten befreiten) Jetztwerthe aller Nutzungen, welche von einem Gute überhaupt zu erwarten sind. — Diese Jetztwerthe bestimmt man mit Hülfe der Discontorechnung.

Die Theorie des Erwartungswerthes gründet sich auf die Ansicht, daß der Werth eines Gutes, welches nicht selbst verzehrbar ist (wie z. B. der Waldboden), oder bei der Verzehrung nicht den größten Nutzen gewährt (z. B. unreife Holzbestände), ausschließlich oder mit größerem Vortheil in den von demselben zu erwartenden Erträgen gesucht wird; und zwar besteht dieser Werth in der Summe jener Erträge, abzüglich der auf der Erzeugung derselben lastenden Unkosten. Da jedoch eine nach Jahren eingehende Einnahme gegenwärtig einen geringeren Werth besitzt, weil sie sich aus einem in der Gegenwart verzinslich angelegten Capital und den Interessen desselben zusammensetzen läßt, so müssen zur Bestimmung des Erwartungswerthes alle von dem betreffenden Gute zu erwartenden Einnahmen (und ebenso die Productionskosten) auf die Gegenwart reducirt werden, wozu man sich, wie schon angegeben, der Discontorechnung bedient.

Der Ausdruck „Erwartungswerth" kommt bei den Schriftstellern der Privat- und Nationalökonomie nicht vor; er ist in obigem Sinne wohl zuerst von Preßler (Rationeller Waldwirth, 2. Buch, 1859, S. 184) gebraucht worden[2]). Das Verdienst, die Methode des Erwartungswerthes zuerst gelehrt zu haben, gebührt J. Nördlinger und Hoßfeld (Zeitschrift Diana, III. Band, 1805), obgleich dieselben keine allgemeine Definition aufstellten[3]). — Bei der Berechnung des Bodenwerthes, Bestandswerthes und Waldwerthes spielt, wie wir später sehen werden, der Erwartungswerth eine große Rolle.

---

1) Rau: Volkswirthschaftslehre, 8. Ausgabe, S. 194.

2) Späth (Anleitung, die Mathematik und physikalische Chemie auf das Forstwesen und forstliche Camerale nützlich anzuwenden, 1797, S. 391; Handbuch der Forstwissenschaft, 1801—1803, 2. Band, S. 130) und König (Forstmathematik, 3. Aufl., 1846, S. 467) verstehen unter den Erwartungswerthen die absoluten (nicht auf die Gegenwart reducirten) Erträge, welche ein Bestand zu liefern verspricht.

3) Die Oekonomen haben den Erwartungswerth unter die Methoden der Werthbestimmung erst viel später aufgenommen. Wir finden ihn zuerst bei Macleod (The elements of political economy, 1858, S. 75.)

2) Nach dem **Kostenwerthe** (Productions-, Anschaffungs-, Erzeugungs-, natürlicher, nothwendiger Werth bezw. Preis), d. i. nach demjenigen Aufwande, welcher zur Erzeugung eines Gutes erforderlich ist[1]).

Der Kostenwerth bestimmt das Minimum des Preises, zu welchem z. B. ein Fabrikant eine Waare ohne Verlust abgeben kann. Der Ausdruck „Kostenpreis" findet sich bereits bei Jacob (Nationalwirthschaftslehre, 2. Aufl. 1809, §. 174—176), ferner bei Schlözer, Kubler, Storch, Lotz, Rau u. A.

3) Nach dem **Verkaufswerthe**, d. h. nach demjenigen Preise, zu welchem andere Güter von gleicher oder ähnlicher Beschaffenheit verkauft zu werden pflegen.

In dieser Weise bestimmt man z. B. den Werth von Getreide, aufgearbeitetem Holz ꝛc. Die Wahl des Ausdrucks „Marktpreis" empfiehlt sich weniger, weil derselbe zu der Annahme verleiten könnte, es sei hier der Marktpreis im Gegensatz zum Waldpreis zu verstehen. Rau[2]) bemerkt zwar, daß Markt in der Wirthschaft bildlich zu nehmen sei und das Aufeinanderwirken von Begehr und Angebot in großen Massen bedeute; allein es sind in dem vorliegenden Falle immerhin Verwechselungen möglich, weshalb wir dem Ausdruck „Verkaufswerth" den Vorzug geben.

4) Nach dem **Rentirungswerthe** (auch Capitalisirungswerth genannt), indem man zur Rente R, welche ein Gut jährlich gewährt, den entsprechenden Capitalwerth K nach der Proportion p (= Procent) : 100 = R : K aufsucht, aus welcher $K = \frac{R\,100}{p}$ folgt.

Nach dem Rentirungswerthe pflegt man u. A. den Werth eines Ackers, Hauses ꝛc. aus dem jährlichen Reinertrage zu bestimmen. Wie sich aus Formel VII. in der Note 2 (am Schlusse der vorliegenden Schrift) ergibt, läßt sich der Rentirungswerth auf den Erwartungswerth zurückführen. Der Rentirungswerth ist in der That nichts Anderes als der Erwartungswerth eines Gutes, welches bis in die Unendlichkeit jährlich am Jahresschlusse ein gleiches Einkommen gewährt.

Da alles Geld ohne Unterschied Dessen, ob dasselbe von einem Capital oder von Zinsen herrührt, die Eigenschaft, Zinsen zu tragen, besitzt, so darf bei Waldwerthrechnungen nur die Zinseszins- oder Doppelzins-Rechnung, nicht aber die Rechnung mit einfachen oder gemischten Zinsen (arithmetisch-mittleren, geometrisch-mittleren Zinsen, beschränkten Zinseszinsen), angewendet werden.

---

1) Man könnte noch hinzufügen „erforderlich war oder sein wird", indem der Kostenwerth sich auch für die Vergangenheit und Zukunft berechnen läßt. Vergl. Schäffle: Das gesellschaftliche System der menschlichen Wirthschaft, 3. Auflage, 1873, I. Band, S. 174.

2) Volkswirthschaftslehre, 8. Ausgabe, S. 208.

Eine ausführliche Kritik dieser verschiedenen Zinsenberechnungsarten findet der Leser in Note 1 (am Schlusse der vorliegenden Schrift). Eine Zusammenstellung der bei Waldwerthrechnungen vorkommenden Formeln der Zinseszinsrechnung werden wir im III. Capitel mittheilen.

II. Capitel.

Wahl des Zinsfußes.

I. Begriff von Zinsfuß und Procent.

Der Zinsfuß Z bezeichnet das Verhältniß, in welchem die, gewöhnlich nach ihrem Jahresbetrag bemessenen Interessen J eines Capitals K zu dem Capitale selbst stehen. Es drückt sich daher Z durch den Quotienten $\frac{J}{K}$ aus, und dieser zeigt zugleich die Menge von Interessen an, welche die Einheit des Capitals jährlich liefert. Das „Procent" p gibt die Menge von Interessen an, welche sich für das Capital 100 berechnen; man erfährt daher, wenn J und K bekannt sind, das Procent dadurch, daß man den Zinsfuß mit 100 multiplicirt, d. h. es ist $p = \frac{J}{K}\ 100$.

II. Allgemeines über die Höhe des forstlichen Zinsfußes[1]).

1) Für Waldwerthrechnungen ist ein **geringerer** Zinsfuß anzuwenden, als derjenige, zu welchem Geldcapitalien ausgeliehen zu werden pflegen — und zwar aus folgenden Gründen:

a) Wegen der verhältnißmäßig großen **Sicherheit** der Capitalanlage im Walde[2]).

---

1) Bezüglich der allgemeinen Theorie des Zinsfußes verweisen wir auf die Schriften der Nationalökonomen. Die Theorie des forstlichen Zinsfußes hat Judeich (Tharander Jahrbuch 20. Band, 1870, S. 1 ff. und 22. Band, 1872, S. 132 ff.) in vortrefflicher Weise behandelt.

2) Theodor Hartig, Allg. Forst- und Jagd-Zeitung 1855, S. 86: „Die Sicherheit der Einnahme aus einem Waldvermögen ist eine sehr große, vielleicht die größte, die es überhaupt giebt." Burckhardt, Der Waldwerth, 1860, S. 95, 96: „Mit dem geringsten Zinsfuße begnügt man sich bei Geldcapitalien, mit welchen Grund und Boden erworben wird. Vornehmlich ist es die Sicherheit des Waldbesitzes, welche zu einem billigen Zinsfuße bei der Capitalisirung der Reinerträge berechtigt." Danckelmann, Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen 1867, I, S. 62: „Einträglicher sind Geldcapitalien ohne Zweifel ... Der überwiegende Vortheil

Denn die Substanz des Bodens bleibt, abgesehen von den sehr seltenen Fällen, in welchen der letztere durch Abschwemmung oder Ueberschüttung mit Steingerölle (als Folge von Ueberschwemmungen) unproductiv wird, bei genügend pfleglicher Wirthschaft immer erhalten und die Schmälerungen, welche die Walderträge durch Calamitäten erleiden, erreichen in ihrer Vertheilung auf's Ganze nur einen sehr geringen Betrag.

In einzelnen Fällen kann zwar ein Wald durch widrige Naturereignisse 2c. bedeutend geschädigt werden, allein bei der Bemessung des verhältnißmäßigen Grades der Sicherheit eines Besitzes darf man nur den mittleren Betrag der stattgehabten Verluste in Rechnung nehmen.

Uebrigens werden die Gefahren, welche den Waldungen drohen, häufig überschätzt. Nur das Feuer kann die Holzbestände gänzlich zerstören; Insectenfraß, Windwurf, Duft- und Schneebruch 2c. geben wohl zu einer frühzeitigen Nutzung Veranlassung oder führen eine zeitweise Ueberfüllung des Marktes und damit eine Preiserniedrigung herbei, bewirken jedoch keine vollständige Vernichtung des Holzes.

In den Preußischen Staatswaldungen gingen in den 13 Jahren von 1868 bis 1880 die Holzbestände von 6948 Hectar durch Brand zu Grunde, also jährlich 534 Hectar[1]). Da die gesammte zur Holzzucht benutzte Fläche der Preußischen Staatswaldungen im Durchschnitt jener Jahre sich auf rund 2373000 Hectar stellte, so kommt auf 4444 Hectar Waldfläche 1 Hectar Brandfläche. Hierbei ist noch zu beachten, daß es zumeist junge, also noch nicht hoch im Werthe stehende Bestände sind, welche durch Feuer vernichtet zu werden pflegen.

In den Bayerischen Staatswaldungen betrug während der Jahre 1877—1881 die Brandfläche 317,5 Hectar, also pro Jahr $\frac{317,5}{5} = 63,5$ Hectar[2]). Da die Bayerischen Staatswaldungen an productiver Fläche 836100 Hectar enthalten, so kommt also auf 13167 Hectar Waldfläche 1 Hectar Brandfläche. Der gesammte Feuerschaden belief sich auf 23730 Mark, demnach pro Jahr auf 4746 Mark. Die Roheinnahme für Holz betrug in den Bayerischen Staatswaldungen im Jahre 1881 rund 22400000 Mark, es macht also der Werth des durch Feuer zerstörten Materials $\frac{2}{100}$ % von der Roheinnahme aus.

---

der Sicherheit dürfte aber auf Seiten der Capitalanlage im Walde, selbst bei Nadelholzwirthschaften sein, welche weder einen so raschen Anwuchs, noch solchen rapiden Vergang zeigt, wie sie der Geldmarkt täglich darbietet." Judeich, Die Forsteinrichtung, 3. Aufl. (1880) S. 66: „Die Sicherheit der forstlichen Capitalanlage ist eine sehr große."

1) von Hagen: Die forstlichen Verhältnisse Preußens, 2. Auflage, bearbeitet von Donner, 1883, S. 210.

2) Nach einer von dem Königl. Ministerial-Forstbureau gefertigten Zusammenstellung.

b) Weil die **Forstproducten-Preise**, abgesehen von kleineren Zeitabschnitten, in welchen sie stille standen oder eine rückläufige Bewegung machten, fortwährend **gestiegen** sind, während der Werth des Geldes gesunken ist [1]).

So sind die Holzpreise jährlich gestiegen in Württemberg von 1590—1830 um 1 Procent [2]), in Böhmen (Kaiserliche Domäne Buschtehrad) von 1670—1869 um 1,5 Procent [3]), in Bayern von 1831—1880 um 1,3 Procent [4]), in Preußen von 1830—1867 um 1,5 Procent [5]).

Der Preis für Eichenspiegelrinde ist von 1850—1880 um 3 Procent gestiegen [6]).

c) Wegen gewisser, mit dem Waldbesitz verbundener **Annehmlichkeiten** und **Vortheile**, z. B. weil derselbe, wie der Grundbesitz überhaupt, sehr geeignet zur Gründung von Fideicommissen ist, weil sich an ihn (bei hinreichender Größe) die Wahlfähigkeit zu manchen öffentlichen Aemtern knüpft, weil er dem Jagdliebhaber die dauernde Erhaltung eines Jagdgebietes sichert ꝛc. ꝛc.

Diesen Vortheilen stehen allerdings auch Nachtheile gegenüber, z. B. daß die Holzbestände sich nur zu hohen Prämien gegen Feuer versichern, daß Waldungen sich ohne großes Risico für den Eigenthümer nicht verpachten lassen ꝛc. Uebrigens können gewisse Eigenthümlichkeiten des Waldbesitzes dem Einen als Nachtheile erscheinen, während ein Anderer sie als Vortheile betrachtet, wie z. B. daß Waldungen bei Anleihen ein wenig geschätztes Unterpfand bilden [7]), daß das Holz von jungen Beständen entweder gar nicht oder nur in geringer Menge zu verwerthen ist ꝛc.

---

1) Wir nehmen hierbei an, daß — wie dies auch seither in allen Waldwerthrechnungsschriften geschehen ist — der Berechnung der Boden-, Bestands- und Waldwerthe in der Regel die gegenwärtigen Preise, bezw. die Durchschnittspreise der letztvergangenen Jahre zu Grunde gelegt werden. Ueber die Rechnung mit den künftigen Preisen siehe das IV. Capitel.

2) Rau: Volkswirthschaftslehre, 7. Ausgabe (1863) S. 504.

3) Schebek: Geschichte der Preise, 1873, S. 79.

4) Die Forstverwaltung Bayerns, 1844, S. 119. Etat der Forst-, Jagd- und Triftverwaltung für 1882—1883, S. 44.

5) von Hagen, a. a. O. II. Band, S. 166.

6) Die Forstverwaltung Bayerns, 1861, S. 260. Gerber-Zeitung Nr. 31 und 34 von 1880.

7) Auszug aus dem Statut der Preußischen Central-Bodencredit-Actiengesellschaft:

Art. 62. Die Gesellschaft beleiht Grundstücke in der Regel nur zur ersten Stelle und zwar

a) Liegenschaften innerhalb zwei Drittel,

b) Gebäude innerhalb der ersten Hälfte des Werthes.

Auf Weinberge, Wälder und andere Liegenschaften, deren Ertrag auf An-

2) Der forstliche Zinsfuß ist keine constante Größe. Er hängt von der örtlich und zeitlich verschiedenen Neigung der Capitalisten, Geld in Grundbesitz anzulegen, und von dem Stande des landesüblichen Zinsfußes ab[1]). Letzterer pflegt mit dem Steigen der Cultur zu sinken[2]), und deshalb müßte man eigentlich die Jetztwerthe von Einnahmen und Ausgaben, welche bei einem Walde in mehreren Umtrieben erfolgen, mit fallenden Zinsfüßen berechnen. Indessen ist der Gang der Zinsfußabnahme noch nicht hinreichend festgestellt, auch scheint letztere selbst für Zeiträume von der Länge eines Hochwaldumtriebes nicht bedeutend zu sein[3]). Da nun gerade die später erfolgenden Einnahmen und Ausgaben einen verhältnißmäßig geringen Jetztwerth besitzen, so läßt es sich rechtfertigen, daß man bisher bei der Ermittlung der Waldcapitalwerthe von der Rechnung mit fallenden Zinsfüßen keinen Gebrauch gemacht hat[4]).

III. Bestimmung des forstlichen Zinsfußes.

Hierzu hat man folgende Methoden in Vorschlag gebracht.

1) **Bemessung des forstlichen Zinsfußes nach dem sogenannten landesüblichen Zinsfuß,** unter welchem man nach Roscher „die mittlere Zinshöhe sicher und mühelos verliehener Geldcapitalien" zu verstehen hat[5]).

---

pflanzung beruht, dürfen, insoweit der angenommene Werth durch diese Anpflanzungen bedingt ist, hypothekarische Darlehen nur bis zu einem Drittel ihres Werthes gegeben werden.

1) Rau: Volkswirthschaftslehre, 7. Ausgabe (1863) S. 275.

2) Roscher: Nationalökonomie, 14. Auflage (1879) S. 446—454. „Eine Hauptursache dieses Vorganges liegt in der Nothwendigkeit, bei wachsender Bevölkerung und Consumtion auch die minder einträglichen Grundstücke und sonstigen Anlageplätze mit Capital zu befruchten." Roscher bemerkt jedoch, daß auch Ausnahmen von der obigen Regel vorkommen, z. B. wenn neue Productionsarten auftauchen, welche große Mengen von Capital in Anspruch nehmen, oder wenn sich Gelegenheit bietet, Capitalien in minder cultivirte Länder mit hohem Zinsfuße überzusiedeln.

3) Nach Roscher, a. a. O. S. 448, 453 stand schon im 17. und 18. Jahrhundert der Zinsfuß in manchen Ländern zeitweise auf 3 Procent.

4) Sollte dieselbe aber jemals angewandt werden, so würde es nicht genügen, lediglich für hohe Umtriebszeiten einen geringeren Zinsfuß anzunehmen, als für niedere, und die einmal gewählten Zinsfüße für alle Zeiten beizubehalten, sondern man müßte den Zinsfuß fortdauernd ermäßigen. So wäre z. B. der Ertrag, welchen ein mit 20jähriger Umtriebszeit zu behandelnder Niederwald am Ende des 5. Umtriebs liefert, mit dem nämlichen Zinsfuß auf die Gegenwart zu discontiren, wie der Abtriebsertrag eines mit 100jähr. Umtriebe zu behandelnden Hochwaldes.

5) Roscher, Grundlagen der Nationalökonomie, 14. Aufl. (1879) S. 436.

Er beträgt im deutschen Reiche gegenwärtig etwa 4—$4\frac{1}{2}$ % (die Obligationen der Deutschen Reichsanleihe verzinsen sich nach dem gegenwärtigen Cours noch nicht einmal zu 4%). Einige Schriftsteller wollen diesen Zinsfuß bei Waldwerthrechnungen unverkürzt angewendet wissen[1]). Man muß ihn jedoch durchschnittlich für zu hoch halten, weil das Ausleihen der Capitalien an den Staat, Gemeinden, selbst auf Grundstücke, nicht diejenige Sicherheit gewährt, wie der Besitz von Grundstücken. Der Darleiher hat also wohl größere Interessen in Anspruch zu nehmen, als der Inhaber des Grundbesitzes.

Diese Ansicht hat Nördlinger schon 1805 (Diana, S. 375) ausgesprochen. Wir führen nachstehend seine eigenen Worte an, weil dieselben mit Rücksicht auf die damalige Zeit, in welcher die Waldwerthrechnung sich eben erst zu entwickeln begann, besonders beachtenswerth sind. „Wenn nun aber gleich, sowohl hier als bei allen übrigen Einnahmen und Ausgaben in baarem Geld, immer die gewöhnlichen Procente gerechnet werden, so scheint es doch nöthig zu sein, hiervon abzugehen, wenn von der Bestimmung des Capitals, wovon der reine Ertrag des Waldes als das Interesse angesehen wird, die Rede ist, und zwar aus folgenden Gründen. Die Größe der Zinsen eines Capitals richtet sich, unter übrigens gleichen Umständen, vorzüglich nach der Sicherheit und Gewißheit, womit sowohl die Zinsen als das Capital selbst erhoben werden können. Je gesicherter ein Capital ist, desto geringere Procente, und umgekehrt. Deßhalb begnügt man sich bei der großen Sicherheit eines auf Grundstücke verwendeten Capitals mit sehr geringen Procenten. Ein Ertrag kann verloren gehen, aber der Boden bleibt immer. Aber eben wegen der verschiedenen Sicherheit bei verschiedenen Grundstücken werden auch nicht von allen gleiche Procente gefordert. Da nun ein Wald zwar nicht so viel Sicherheit als ein Acker, jedoch mehr als ein in fremde Hände gegebenes Capital gewährt, — von einem Acker aber gewöhnlich 3 %, von baarem Gelde aber 5 % gefordert werden, so wird auch er zwischen 3 und 5 % ertragen müssen, also in ganzen Zahlen 4 %. Es lohnte sich übrigens, wegen des großen Einflusses auf das Resultat der Rechnung, die Mühe wohl, diese Procente ganz genau zu bestimmen, und nach Beschaffenheit der Sachen auch von ganzen Zahlen abzugehen und sich auf Brüche einzulassen. Jede Bestimmung der Größe der Procente kann übrigens nur örtlich sein."

Um den landesüblichen Zinsfuß auf den forstlichen, d. h. den für Waldwerthrechnungen anzuwendenden zu reduciren, müßten die Eigen-

1) z. B. Cotta, Waldwerthberechnung (1818) S. 33: „Da 5 Procent der gewöhnliche Zinsfuß ist, so wird derselbe überall zu Grunde gelegt, wo nicht ausdrücklich ein anderer Zinsfuß bestimmt wird." Ferner Hundeshagen, Encyclopädie, 2. Auflage, II. Abtheilung (1828) S. 314: „In Wahrheit dürfte derjenige Zinsfuß der richtige sein, für den man die betreffenden Capitalien in baarem Betrag zu entlehnen und zu verleihen oder auch anderwärts zu benutzen im Stande sein würde."

thümlichkeiten des Waldbesitzes nach ihren Vortheilen und Nachtheilen in Geld veranschlagt werden, was mit großen Schwierigkeiten verknüpft ist. Denn wenn sich auch Zahlen für die durchschnittliche Steigerung des Werthes der Forstproducte, der Arbeitslöhne und sonstigen Kosten auf statistischem Wege gewinnen lassen, so ist es doch nicht möglich, die Vortheile des Waldbesitzes in Bezug auf die Sicherheit der Capitalanlage und die sonstigen mit ihm verbundenen Annehmlichkeiten, ebenso aber auch die Nachtheile desselben, in Geld präcis auszudrücken.

Wollte man blos auf den Vortheil Rücksicht nehmen, welcher sich aus dem Steigen der Forstproductenpreise (d. h. der zusammengesetzten Wirkung von der Vermehrung der Nachfrage und dem Sinken des Geldwerthes) ergibt, so würde, wenn man dasselbe beispielsweise zu 1 % annimmt, bei einem landesüblichen Zinsfuß von 4 % der forstliche Zinsfuß 4 — 1 = 3 % betragen. Siehe übrigens auch Capitel IV.

2) Bemessung des forstlichen Zinsfußes nach demjenigen der Landwirthschaft.

Das landwirthschaftliche Gewerbe stimmt mit dem forstwirthschaftlichen in vielen Punkten überein, es bestehen jedoch zwischen beiden auch einige wesentliche Verschiedenheiten.

A) Vorzüge der Forstwirthschaft sind u. a. folgende:

a) Daß der Wald, wenn er einmal zum jährlichen Betriebe eingerichtet ist, gleiche Erträge liefert, während die Größe der landwirthschaftlichen Ernte von Jahr zu Jahr wechselt und mitunter sehr bedeutenden Schwankungen unterliegt;

b) daß die Forstwirthschaft ein minder zahlreiches Betriebspersonal verlangt, und weniger Mühe verursacht, als die Verwaltung eines Landgutes von gleichem Capitalwerthe.

B) Nachtheile der Forstwirthschaft sind:

a) daß sie, wenn die Holzbestände erst begründet werden müssen oder noch jung sind, eine Reihe von Jahren hindurch keine oder nur geringe Erträge gewährt;

b) daß sie weniger Gelegenheit zum Arbeitsverdienst bietet;

c) daß Waldungen ohne großes Risico für den Eigenthümer sich nicht verpachten lassen;

d) daß die Vorausbestimmung der Walderträge an Unzuverlässigkeit leidet, während die Größe des durchschnittlich-jährlichen Reinertrages der Landwirthschaft gewöhnlich schon aus den Wirthschaftsbüchern sich entnehmen läßt oder ortsbekannt ist.

Was die Sicherheit der Capitalanlage anlangt, so kommt in Betracht, daß beim Walde der Zuwachs einer längeren Reihe von Jahren (in maximo einer ganzen Umtriebszeit) zu Grunde gerichtet werden

kann (z. B. durch Feuer), während beim Felde höchstens der einjährige Zuwachs auf dem Spiele steht. Indessen läßt sich hieraus noch nicht der Schluß ziehen, daß die möglichen Verluste bei der Forstwirthschaft größer seien, als bei der Agricultur, weil die Statistik die Häufigkeit und den verhältnißmäßigen Betrag derselben noch nicht festgestellt hat.

Aus Vorstehendem folgt, daß der landwirthschaftliche Zinsfuß nicht ohne Weiteres als forstwirthschaftlicher angenommen werden kann. Es müßte also jener Zinsfuß nach Maßgabe der Licht- und Schattenseiten der beiden Gewerbe geändert werden. Die Lösung dieser Aufgabe ist jedoch mit ähnlichen Schwierigkeiten verbunden, wie die Herleitung des forstlichen Zinsfußes aus dem landesüblichen (s. o.).

3) Bestimmung des Zinsfußes auf Grundlage forststatistischen Materials.

a) Herleitung des Zinsfußes aus Bodenrente und Bodenwerth. (Aussetzender Betrieb.)

Wie wir oben unter I. gesehen haben, ergibt sich das Procent durch die Formel $p = \frac{J}{K} 100$. Bezeichnet man mit B den Capitalwerth eines Grundstückes, mit r die Rente desselben, so ist für diese Größen $p = \frac{r}{B} 100$. Die Rente r läßt sich aus den Wald-Erträgen und Productionskosten nach der in Cap. IV des „Angewandten Theils" enthaltenen Anleitung entwickeln. Angenommen, es sei B durch einen wirklich vollzogenen Bodenverkauf gegeben, so wäre in der vorstehenden Gleichung p die einzige unbekannte Größe, deren Betrag nun leicht zu bestimmen ist.

Beispiel. Es sei B = 360 Mark; der Wald liefere nach Maßgabe einer vorgenommenen Bonitirung die in Tabelle A verzeichneten Erträge, erfordere dagegen einen Culturkostenaufwand von 24 Mk. und für Verwaltung, Schutz und Steuern ꝛc. eine jährliche Ausgabe von 3,6 Mk. Die Umtriebszeit sei zu 70 Jahren angenommen. Wie hoch stellt sich p? Auflösung. Nach Cap. IV des „Angewandten Theils" ist

$$r = (2970 + 12 \,.\, 1{,}0p^{50} + 42 \,.\, 1{,}0p^{40} + 57{,}6 \,.\, 1{,}0p^{30} + 67{,}2 \,.\, 1{,}0p^{20} + 79{,}2 \,.\, 1{,}0p^{10} - 24 \,.\, 1{,}0p^{70})\, 0{,}0p : (1{,}0p^{70} - 1) - 3{,}6.$$

Führt man diesen Ausdruck, sowie den angegebenen Werth für B in die Formel $p = \frac{r}{B} 100$ ein und bringt man das erste Glied der Gleichung auf Null, so erhält man

$$[(2970 + 12 \,.\, 1{,}0p^{50} + 42 \,.\, 1{,}0p^{40} + 57{,}6 \,.\, 1{,}0p^{30} + 67{,}2 \,.\, 1{,}0p^{20} + 79{,}2 \,.\, 1{,}0p^{10} - 24 \,.\, 1{,}0p^{70})\, 0{,}0p : (1{,}0p^{70} - 1) - 3{,}6]\, 100 : 360 - p = 0.$$

Setzt man p = 4, so wird das linke Glied der Gleichung = — 2,46; setzt man p = 2, so wird dasselbe = 3,11.

Es dürfte also etwa 3 das gesuchte Procent sein. Genauer erfährt man p, wenn man dasselbe nach den für die Auflösung höherer Gleichungen geltenden Regeln bestimmt.

Der in dieser Weise ermittelte Zinsfuß ließe sich nun wieder zur Berechnung der Boden= ꝛc. Werthe von andern Waldungen benutzen, deren Verhältnisse mit denjenigen des Bodens, welcher verkauft worden ist, übereinstimmen.

Die vorstehend geschilderte, im Wesentlichen zuerst von Egger (Allg. Forst= und Jagd=Zeitung von 1854, S. 345) angegebene Methode würde jedoch nur dann ein richtiges Resultat liefern, wenn die Käufer es verständen, den Waldbodenwerth richtig zu schätzen, was selten der Fall sein wird, weil jener Werth sich erst durch eine, und zwar nichts weniger als übersichtliche, Rechnung ergibt. Gewöhnlich nehmen die Käufer als Anhaltspunkt für ihre Schätzung den Werth an, welchen der Boden als Agriculturgelände besitzen würde. Dieser Maßstab ist indessen kein richtiger, weil der Boden, je nachdem er zur Forst= oder Landwirthschaft verwendet wird, einen sehr verschiedenen Werth haben kann. So wird z. B. sehr guter Boden, mit Agriculturgewächsen bestellt, in der Regel besser rentiren, als wenn er mit Wald bestockt wäre, während bei schlechtem Boden häufig das umgekehrte Verhältniß stattfindet.

b) Herleitung des Zinsfußes aus Waldrente (Waldreinertrag) und Waldwerth. (Jährlicher Betrieb.)

Gesetzt es sei der Werth W eines zum jährlichen Betriebe eingerichteten Waldes, welcher den jährlichen Reinertrag R liefert, durch einen wirklich vollzogenen Verkauf bekannt, so findet man das gesuchte Procent aus der Gleichung

$$p = \frac{J}{K} 100 = \frac{R}{W} 100.$$

Beispiel. Ein zum jährlichen Betriebe eingerichteter Wald, welcher jährlich die in Tabelle A für die 70jährige Umtriebszeit angegebenen Erträge liefert, sei zu 100000 Mk. verkauft worden. Der Culturkostenaufwand betrage 24 Mk., die jährliche Ausgabe für Verwaltung ꝛc. 252 Mk. Nach Cap. IV des „Angewandten Theils" ist der jährliche Walbreinertrag =

$$2970 + 12 + 42 + 57{,}6 + 67{,}2 + 79{,}2 - (24 + 252) = 2952$$

und p stellt sich auf $\frac{2952}{100000} 100 = 2{,}95$.

Die eben angegebene Methode der Zinsfußermittlung ist von den Fehlern der vorigen frei. Indem der Käufer angibt, welchen Capital=

werth er für einen bekannten, nicht erst zu berechnenden, jährlichen Reinertrag bietet, macht er zugleich, wenn auch nur indirect, den Zinsfuß namhaft, welchen er der Waldwirthschaft unterlegt.

Die Anwendbarkeit dieser Methode ist jedoch an folgende Bedingungen geknüpft: 1) daß der Ertrag des verkauften Waldes genau bekannt, also nicht etwa durch eine bloße Schätzung erhoben war, weil andernfalls der Käufer, wegen der Unsicherheit der Einnahmen, mit einem höheren Procent rechnen müßte; 2) daß der Wald wenigstens annähernd im Normalzustand für den jährlichen Betrieb sich befand, insbesondere kein beträchtliches Vorraths-Plus oder Deficit enthielt; 3) daß keine Liebhaberpreise gezahlt wurden und daß, was übrigens auch für die Methode 3, a gilt, eine hinreichende Zahl von Käufern concurrirte. Denn fehlt es an solchen, so wird der Wald von dem bedürftigen Verkäufer unter dem wahren Werthe losgeschlagen werden müssen.

Den vorstehend angegebenen Bedingungen ist bei den dem Verf. bekannt gewordenen Waldverkäufen nicht Genüge geleistet worden; sie sind überhaupt schwer zu erfüllen.

Nach Rau (Finanzwissenschaft, 5. Aufl., S. 184) wurden in Frankreich von 1831—1835 116780 Hectar Staatswald für 114297000 Fr. veräußert. Diese Waldungen hatten bisher 4140000 Fr. ertragen, wovon aber für Aufsichtskosten 143600 Fr. abgingen; der reine Ertrag war also 3996400 Fr. Die Grundsteuer, in welche die verkauften Waldstücke eintraten, betrug 261475 Fr., mithin der Zinsfuß für die Käufer (3996400—261475) 100 : 114297000 = 3,27 %. Man vermißt jedoch einen Nachweis darüber, ob der Bestand der fr. Waldungen und die Zahl der concurrirenden Käufer den vorerwähnten Bedingungen entsprach. An ähnlichen Mängeln leiden mehrere andere statistische Notizen, welche dem Verfasser zu Gesicht kamen, weshalb von deren Mittheilung hier Abstand genommen wird.

Bis jetzt bietet die Statistik nicht das Material dar, welches vorhanden sein müßte, um den bei Waldwerthrechnungen anzuwendenden Zinsfuß auf forstlicher Unterlage bestimmen zu können. Unter diesen Umständen bleibt vorerst nichts übrig, als auch von den Methoden 1) und 2) ungeachtet ihrer Unvollkommenheiten Gebrauch zu machen. Namentlich möchte sich die Anwendung des landwirthschaftlichen Zinsfußes empfehlen, wobei es Demjenigen, welcher sich hierzu die Fähigkeit zutraut, überlassen bleibt, diesen Zinsfuß nach Maßgabe der unter 2) A und B aufgeführten Momente zu verändern. Da Landgüter häufig zum Verkaufe kommen, da man außerdem die Schätzungswerthe vieler Landgüter kennt, so kann es nicht schwer fallen, den örtlich üblichen landwirthschaftlichen Zinsfuß ausfindig zu machen. Je größer das hiebei zu benutzende statistische Material ist, um so eher darf man hoffen, daß etwa vorgekommene Liebhaberpreise keinen erheblichen Einfluß auf die

Bestimmung des Zinsfußes äußern werden. — Im großen Durchschnitt mag der landwirthschaftliche Zinsfuß im mittleren Deutschland etwa 2 — 3 % betragen.

In der Bayerischen „Anleitung zu Werthbestimmungen für das königliche Aerar“ vom Jahr 1844 ist ein Zinsfuß von 3½ % vorgeschrieben; in der neueren Zeit wird jedoch bei diesen Werthbestimmungen ein Zinsfuß von 2½ % angewandt. — Nach Burckhardt (Waldwerth, 1860, S. 99) kann der Zinsfuß bei Waldwerthrechnungen dem bei Güteranschlägen (in Hannover) üblichen Zinsfuße von 3% füglich gleichgestellt werden. Weiter bemerkt Burckhardt (a. a. O., S. 96), daß die Hannoverschen Expropriationsgesetze den geschätzten Ertrag der zu enteignenden Grundstücke mit 3 % oder dem 33⅓ fachen Reinertrage entschädigen, daß bewährte Landwirthe bei Güteranschlägen nach demselben Zinsfuße calculiren, daß bei Grundverkäufen viel häufiger der dreiprocentige, als ein höherer Zinsfuß verwirklicht werde und daß man sich im Hannoverschen, wenn bei Abfindung servitutischer Berechtigungen, namentlich Holzberechtigungen, an die Stelle von Grundabfindung Capitalzahlung trete, häufig schon dazu verstehe, die Nutzung mit 3 % zu capitalisiren, obgleich die Hannoverschen Gesetze über Ablösung der grund- und gutsherrlichen Lasten für die Capitalisirung der abzulösenden festen Geld- und Naturalgefälle, wie der veränderlichen Gefälle, den Zinsfuß von 4 % bestimmen. Nach Preßler (Rat. Waldwirth, S. 10) soll man als Wirthschaftszinsfuß bei der fiscalischen Forstwirthschaft 3½ %, bei Corporations- und großem Privat-Waldbau 4 %, bei der kleinen und speculativen Privatwirthschaft 4½ % zu Grunde legen, denselben aber, je nachdem die Conservirung einer gewissen örtlichen Holzproduction gänzlich gleichgültig oder gegentheils einer pecuniären Verzichtleistung werth erscheine, nach Befinden um ½ % höher oder tiefer festsetzen. — Die Königl. Sächsische Generalverordnung vom 15. Januar 1861 schreibt zur Veranschlagung des Bodenwerthes von Waldgrundstücken, welche dem Staatsfiscus zum Ankauf offerirt werden, einen Zinsfuß von 3 % vor; nach der Generalverordnung vom 27. Juli 1874 soll aber außerdem, und zwar mit Rücksicht auf die hinsichtlich der Geldverhältnisse und des herrschenden Zinsfußes mittlerweile eingetretenen Veränderungen, noch der Zinsfuß von 3½ % in Anwendung gebracht werden, und behält sich das Finanzministerium die Wahl zwischen den beiden Resultaten vor (Tharander forstl. Jahrbuch, 1875, 25. Band, 1. Heft, S. 89). — Nach der „Anleitung zur Waldwerthberechnung, verfaßt vom Königl. Preußischen Ministerial-Forstbureau“, 1866, soll man zur „Discontirung“ aussetzender Renten einen Zinsfuß von 3 %, zur „Capitalisirung“ jährlicher Renten (mit Ausnahme der Jagdbenutzung, welche mit 3 % capitalisirt wird) einen Zinsfuß von 5 % benutzen. Da jedoch (siehe Note 2, Formel VII) die Capitalisirung nichts Anderes als die Discontirung ist, indem jede jährliche Rente aus einer Reihenfolge von intermittirenden Renten besteht, so läßt sich die Anwendung verschiedener Zinsfüße bei der Berechnung des Jetztwerthes aussetzender und jährlicher Renten nicht rechtfertigen. — In Württemberg sind die Forstbeamten angewiesen, bei Waldwerthrechnungen einen „der Zinszinsrechnung entsprechenden mäßigen Zinsfuß“ zu Grunde zu legen (Die forstl. Verhältnisse Württembergs, 1880, S. 167).

III. Capitel.

Die Zinseszinsrechnung.

Erster Abschnitt.

Zusammenstellung der gebräuchlichsten Formeln der Zinseszinsrechnung [1]), mit erläuternden Beispielen.

I. Prolongirung oder Bestimmung des Nachwerthes.

Ein gegenwärtig verzinslich angelegtes Capital V erlangt bei einem Zinsfuß von p % binnen n Jahren den Werth

$$N = V \cdot 1{,}0p^n \qquad \text{I.}$$

Aufgabe 1 zu Formel I [2]). Der Kostenaufwand für Anzucht und Verpflanzung eines Eichenheisters betrage 0,2 Mark; welchen Gelderlös muß diese Eiche bei der im 200. Jahre erfolgenden Fällung gewähren, wenn nur der mit 5 % aufwachsende Nachwerth der Culturkosten gedeckt werden soll?

Auflösung. $N = 0{,}2 \cdot 1{,}05^{200} = 3458{,}52$ Mark [3]).

Aufgabe 2 zu Formel I. Ein Hectar Kiefernwald gewähre im 30. Jahre einen Zwischennutzungserlös von 42 Mark. Welchen Haubarkeitsertrag ersetzt jene Nutzung, wenn man annimmt, daß dieselbe mit 4 % verzinslich angelegt wird und daß die Umtriebszeit 120 Jahre beträgt?

Auflösung. $N = 42 \cdot 1{,}04^{90} = 1433$ Mark.

---

1) Eine Anleitung zur Entwicklung dieser Formeln enthält Note 2 (am Schlusse der vorliegenden Schrift).

2) Dem Anfänger empfehlen wir, diese und die folgenden Aufgaben dieses I. Abschnittes vorerst mit Logarithmen, später aber mittelst der Factorentafeln zu berechnen, nachdem er den Gebrauch derselben (siehe den folgenden Abschnitt) kennen gelernt hat. Wir machen jedoch darauf aufmerksam, daß die Resultate der logarithmischen Rechnung mit denjenigen der Factorentafeln nicht immer ganz genau übereinstimmen. Der Unterschied hat darin seinen Grund, daß die Factorentafeln nur eine gewisse Anzahl von Decimalstellen angeben. Benutzt man eine 7stellige Logarithmentafel, so erhält man mitunter ein weniger genaues Resultat, als mittelst der Factorentafeln, weil diese mit größeren Logarithmentafeln berechnet wurden. Die logarithmische Berechnung der im I. Abschnitt enthaltenen Beispiele wurde durchaus mit 7stelligen Logarithmen ausgeführt; alle übrigen Beispiele, welche in dieser Schrift vom II. Abschnitt des III. Capitels an vorkommen, sind mittelst der Factorentafeln berechnet worden.

3) Will man aus dem vorstehenden Resultate eine praktische Folgerung ziehen, so kann dieselbe nur dahin gehen, daß die Holzzucht bei hohen Culturkosten, hohen Umtriebszeiten und bei Unterstellung eines hohen Zinsfußes nicht lohnt.

II. Discontirung oder Bestimmung des Vorwerthes.

Der gegenwärtige Werth V einer nach n Jahren nur einmal eingehenden Einnahme N ergibt sich mittelst der Formel

$$V = \frac{N}{1{,}0p^n} \qquad \text{II.}$$

Aufgabe zu Formel II. Welchen Jetztwerth besitzt ein Erlös von 120 Mark, wenn derselbe einmal von einer im 20. Jahre erfolgenden Durchforstung, das andere Mal von einer im 180. Jahre eingehenden Haubarkeitsnutzung herrührt? Zinsfuß = 3½ %.

Auflösung. Im ersten Fall $\frac{120}{1{,}035^{20}} = 60{,}31$ Mark, im zweiten Fall $\frac{120}{1{,}035^{180}} = 0{,}245$ Mark.

III. Rentenrechnung.

1) **Summirung** von Renten.

A. Summirung der **Nach**werthe von Renten.

a) Aussetzende Renten.

Eine zum ersten Male nach m Jahren, im Ganzen n mal in Zwischenräumen von m Jahren verzinslich angelegte Rente R erlangt nach mn Jahren den Summenwerth

$$S_n = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^m - 1} \qquad \text{III.}$$

Aufgabe zu Formel III. Ein Hectar Buchenhochwald liefere im 85., 90., 95., 100., 105. und 110. Jahre jedesmal einen Mastpachterlös von 24 Mark. Zu welcher Summe wächst diese Einnahme bis zum Ende des 110. Jahres an? Zinsfuß = 4½ %.

Auflösung. $\frac{24\,(1{,}045^{30} - 1)}{1{,}045^5 - 1} = 267{,}64$ Mark.

b) Jährliche Renten.

Eine alljährlich am Jahresschlusse und im Ganzen n mal verzinslich angelegte Rente r erlangt nach n Jahren den Summenwerth

$$S_n = \frac{r\,(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p} \qquad \text{IV.}$$

Aufgabe 1 zu Formel IV. Die jährliche Jagdbenutzung eines Waldes sei pro Hectar zu 40 Pfennigen verpachtet; auf welche Summe wächst dieser Pachtertrag mit 3 % Zinsen bis zum Ende des 100. Jahres an?

Auflösung. $\frac{0{,}4\,(1{,}03^{100} - 1)}{0{,}03} = 242{,}91$ Mark.

Aufgabe 2 zu Formel IV. Der Eigenthümer eines Waldes zahlt für Verwaltung, Schutz und Steuern jährlich pro Hectar 3,6 Mark. Zu welcher Summe wächst dieser Aufwand mit 2½ % Zinsen bis zum Ende des 30. Jahres an?

Auflösung. $\frac{3,6\,(1,025^{30} - 1)}{0,025} = 158,05$ Mark.

Aufgabe 3 zu Formel IV. Ein Hectar Waldboden, welcher soeben mit Kiefern in weitläufigem Verbande bepflanzt worden ist, verspricht vom 1 — 6. Jahre jährlich am Jahresschlusse für Grasnutzung einen Erlös von 1,6 Mark zu liefern. Auf welchen Betrag wächst diese Einnahme mit 2 % Zinsen bis zum Ende des 80. Jahres an?

Auflösung. Nach Formel IV ist die Summe der Nachwerthe dieser 6 Einnahmen am Ende des 6. Jahres $= \frac{1,6\,(1,02^{6} - 1)}{0,02}$. Dieser Werth ist nach Formel I noch 80 — 6 = 74 Jahre weiter zu prolongiren; demnach erhalten wir $\frac{1,6\,(1,02^{6} - 1)}{0,02} \cdot 1,02^{74} = 43,69$ Mark.

B. Summirung der Vorwerthe von Renten.

a) Zeitrenten.

α) Aussetzende Renten.

Eine in Zwischenräumen von m Jahren und im Ganzen n mal eingehende Rente R hat m Jahre vor dem Bezug der ersten Rente den Werth

$$S_v = \frac{R\,(1,0p^{mn} - 1)}{1,0p^{mn}\,(1,0p^{m} - 1)} \qquad \text{V.}$$

Aufgabe zu Formel V. Ein Kiefernbestand liefere vom 45. (einschl.) bis zum 100. (einschl.) Jahre alle 5 Jahre einen Ertrag an Zapfen im Werthe von 6 Mark; welchen Werth hat dieser Erlös am Ende des 40. Jahres? Zinsfuß = $3^1/_2$ %.

Auflösung. $\frac{6\,(1,035^{60} - 1)}{1,035^{60}\,(1,035^{5} - 1)} = 27,91$ Mark.

β) Jährliche Renten.

Eine n mal jährlich am Jahresschlusse eingehende Rente r hat gegenwärtig den Werth

$$S_v = \frac{r\,(1,0p^{n} - 1)}{1,0p^{n} \cdot 0,0p} \qquad \text{VI.}$$

Aufgabe 1 zu Formel VI. Ein Waldeigenthümer verpachtet einen Hectar Waldboden zur landwirthschaftlichen Benutzung auf 4 Jahre gegen eine jährliche Abgabe von 36 Mark; welchen Jetztwerth hat dieser 4malige Pachterlös? Zinsfuß = 4 %.

Auflösung. $\frac{36\,(1,04^{4} - 1)}{1,04^{4} \cdot 0,04} = 130,68$ Mark.

Aufgabe 2 zu Formel VI. Welche Geldsumme muß ein Waldeigenthümer gegenwärtig besitzen, um in den nächsten 30 Jahren die Ausgabe für Verwaltung, Schutz und Steuern im Gesammtbetrag von 3,6 Mark bestreiten zu können? Zinsfuß = 5 %.

Auflösung. $\frac{3,6\,(1,05^{30} - 1)}{1,05^{30} \cdot 0,05} = 55,34$ Mark.

b) Immerwährende Renten.

α) Der gegenwärtige Werth S_v einer von jetzt an alljährlich am Jahresschlusse eingehenden Rente r ist

$$S_v = \frac{r}{0,0p} \qquad \text{VII.}$$

Aufgabe 1 zu Formel VII. Ein zum strengsten jährlichen Betriebe eingerichteter Wald liefere pro Hectar einen jährlichen Reinertrag von 60 Mark. Wie groß ist die Summe der Jetztwerthe aller dieser Erträge? Zinsfuß = $2^1/_2$ %.

Auflösung. $\frac{60}{0,025} = 2400$ Mark.

Aufgabe 2 zu Formel VII. Welches Geldcapital muß ein Waldeigenthümer besitzen, um aus den Interessen desselben die jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern im Gesammtbetrag von 3,6 Mark bestreiten zu zu können? Zinsfuß = 5 %.

Auflösung. $\frac{3,6}{0,05} = 72$ Mark.

β) Der gegenwärtige Werth S_v einer von jetzt an alle n. Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R}{1,0p^n - 1} \qquad \text{VIII.}$$

Aufgabe zu Formel VIII. Ein Kiefernbestand liefere alle 60 Jahre eine Abtriebsnutzung von 2062,8 Mark. Welchen Jetztwerth besitzen diese sämmtlichen Nutzungen? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. $\frac{2062,8}{1,03^{60} - 1} = 421,70$ Mark.

γ) Der gegenwärtige Werth S_v einer zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1,0p^{n-m}}{1,0p^n - 1} \qquad \text{IX.}$$

Aufgabe zu Formel IX. Wie groß ist der gegenwärtige Werth einer Durchforstungsnutzung, welche im Betrage von 57,6 Mark zum ersten Male nach 40 Jahren und dann alle 100 Jahre erfolgt? Zinsfuß = $3^1/_2$ %.

Auflösung. $\frac{57,6 \cdot 1,035^{60}}{1,035^{100} - 1} = 15,03$ Mark.

δ) Der gegenwärtige Werth S_v einer zum ersten Male augenblicklich, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1,0p^n}{1,0p^n - 1} \qquad \text{X.}$$

Aufgabe zu Formel X. Welches Capital muß der Waldeigenthümer besitzen, um die Culturkosten zu bestreiten, welche jedesmal zu Anfang einer 120jährigen Umtriebszeit im Betrage von 24 Mark zu verausgaben sind? Und wie groß ist dieses Capital für eine 60jährige Umtriebszeit? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Für die 120jährige Umtriebszeit $\frac{24 \cdot 1{,}03^{120}}{1{,}03^{120} - 1} = 24{,}71$ Mark; für die 60jährige Umtriebszeit $\frac{24 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{60} - 1} = 28{,}91$ Mark.

2) Verwandlung einer aussetzenden Rente R in eine jährliche Rente r.

a) Erfolgt die Rente R schon von jetzt an alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R}{1{,}0p^n - 1} \cdot 0{,}0p \qquad \text{XI.}$$

Aufgabe zu Formel XI. Ein Hectar Landes liefere bei forstlicher Benutzung jedesmal am Ende der zu 60 Jahren angenommenen Umtriebszeit einen reinen Erlös von 7200 Mark, während er als Feld einen jährlichen Reinertrag von 60 Mark abwerfen würde. Welche Benutzungsweise ist die vortheilhaftere? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Verwandelt man den Erlös von 7200 Mark in eine jährliche Rente, so erhält man $\frac{7200}{1{,}03^{60} - 1} \cdot 0{,}03 = 44{,}16$ Mark. Mithin ist die landwirthschaftliche Benutzungsweise dieses Bodens die einträglichere.

Anmerkung. Formel XI erhält man auch, wenn man eine nach n Jahren nur einmal eingehende Einnahme R in eine n malige jährliche Rente r verwandelt.

b) Erfolgt die Rente R zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1} \cdot 0{,}0p \qquad \text{XII.}$$

Aufgabe zu Formel XII. Welche jährliche Rente würde einem Waldeigenthümer zu entrichten sein, wenn derselbe auf einen Durchforstungsertrag von 240 Mark verzichten sollte, welchen ein mit 100jähriger Umtriebszeit zu behandelnder Wald jedesmal im 40. Bestandesjahre abwirft? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. $\frac{240 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{100} - 1} \cdot 0{,}03 = 2{,}33$ Mark.

Anmerkung. Formel XII erhält man auch, wenn man eine nach m Jahren nur einmal eingehende Einnahme R in eine n malige jährliche Rente r verwandelt.

c) Erfolgt die Rente R zum ersten Male augenblicklich, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} \cdot 0{,}0p \qquad \text{XIII.}$$

Formel X. Man multiplicirt R mit den Factoren von den Tafeln I und III. Es sei z. B. $R = 24$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $S_v = 24 \cdot 5{,}8916 \cdot 0{,}2044 = 28{,}90$.

Formel XI. Man multiplicirt R mit dem Factor von Tafel III und das Product mit 0,0p. Es sei z. B. $R = 7200$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $r = 7200 \cdot 0{,}2044 \cdot 0{,}03 = 44{,}15$.

Formel XII. Man multiplicirt R mit den Factoren von den Tafeln I und III und das Product mit 0,0p. Es sei z. B. $R = 240$, $p = 3$, $m = 40$, $n = 100$, also $n - m = 60$, so ist $r = 240 \cdot 5{,}8916 \cdot 0{,}05489 \cdot 0{,}03 = 2{,}33$.

Formel XIII. Man multiplicirt R mit den Factoren von den Tafeln I und III und das Product mit 0,0p. Es sei z. B. $R = 24$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $r = 24 \cdot 5{,}8916 \cdot 0{,}2044 \cdot 0{,}03 = 0{,}87$.

IV. Capitel.

Veranschlagung und Verrechnung der Einnahmen und Ausgaben.

I. **Die Einnahmen,** welche die Waldwirthschaft gewährt, lassen sich in folgende Abtheilungen bringen:

1) **Hauptnutzungen.** Unter diesen versteht man die Holznutzungen. Die Rinde pflegt man in einigen Forsthaushalten nur dann zu den Hauptnutzungen zu rechnen, wenn sie bei der Ernte nicht vom Holze getrennt wird. Nach der Zeit des Eingangs theilt man die Hauptnutzungen in Haubarkeits- oder Abtriebsnutzungen und in Zwischennutzungen.

Zur Bestimmung der Hauptnutzungen bedarf man Geldertragstafeln, welche auf Grundlage von Holzertragstafeln aufgestellt werden. Letztere dienen außerdem zur Bonitirung.

a) Holzertragstafeln.

Liegen Localertragstafeln vor, so erhält man mit diesen begreiflicher Weise die zuverlässigsten Resultate. Mangelt es aber an derartigen Tafeln und erlauben es die verfügbaren Mittel oder die Zeit nicht, solche zu entwerfen, so muß man sich mit Ertragstafeln behelfen, welche für ein anderes Wuchsgebiet aufgestellt sind.

Um für jeden Bestand die seiner Standortsgüte entsprechende Ertragstafel ausfindig zu machen, untersucht man sein Alter a und seine Masse M_a oder (was sich insbesondere für lückige und junge Bestände empfiehlt) seine Höhe H_a und wählt nun unter den vorhandenen Tafeln diejenige aus, welche für das nämliche Alter die nämliche Masse oder Höhe aufweist. Findet man keine vollkommen zutreffende Tafel, so reducirt man die Ansätze derjenigen Tafel, deren Masse M'_a oder Höhe H'_a der Masse M_a oder Höhe H_a des zu bonitirenden Bestandes am nächsten steht, nach dem Verhältniß $\frac{M_a}{M'_a}$ bezw. $\frac{H_a}{H'_a}$. Zur Bonitirung nach der Höhe eignen sich selbstverständlich nur solche Tafeln, welche diesen Factor angeben, wie solches z. B. bei den Ertragstafeln von Rob. Hartig[1]), Baur[2]), Kunze[3]), Weise[4]), Wimmenauer[5]), Schuberg[6]), und Meister[7]) der Fall ist. — Ganz junge Bestände und Blößen bonitirt man nach älteren Beständen von der nämlichen Standortsbeschaffenheit.

b) Geldertragstafeln.

Die Holzertragstafeln geben entweder die Holzmassen im Ganzen oder höchstens mit Unterscheidung von Derbholz und Reisholz, aber nicht nach den einzelnen Sortimenten bezw. Preisclassen an. Bei dem Bau-, Werk- und Nutzholz ist es auch nicht thunlich, für ein größeres Land oder auch nur für eine Provinz bestimmte Preisclassen aufzustellen, weil dieselben örtlich verschieden sind. Es muß daher der Betrag, mit welchem sich die Holzmassen der einzelnen Bestandsalter auf die in dem betreffenden Absatzgebiete vorkommenden Preisclassen vertheilen, an Ort und Stelle ermittelt werden. Soweit hierzu die regelmäßigen Holzfällungen nicht ausreichen, sind besondere Untersuchungen anzustellen.

---

1) Rob. Hartig: Vergleichende Untersuchungen über den Wachsthumsgang der Rothbuche, Eiche, Kiefer und Weißtanne 2c, 1865. Derselbe: Die Rentabilität der Fichtennutzholz- und Buchenbrennholzwirthschaft 2c., 1868.

2) Baur: Die Fichte in Bezug auf Ertrag, Zuwachs und Form, 1876. Derselbe: Die Rothbuche 2c., 1881.

3) Kunze: Beiträge zur Kenntniß des Ertrages der Fichte. Tharander forstliches Jahrbuch 27. Band, Supplementheft, 1877.

4) Weise: Ertragstafeln für die Kiefer, 1880.

5) Wimmenauer: Ertrags-Untersuchungen im Buchenhochwald. Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1880, S. 1 ff.

6) Schuberg: Ertragstafel für Buchenhochwald. Forstwissenschaftliches Centralblatt, 1882, S. 153 ff.

7) Meister: Die Stadtwaldungen von Zürich, 1883.

Liegen aber derartige Erhebungen nicht vor und können dieselben aus irgend einem Grunde nicht mehr nachgeholt werden[1]), so ist man darauf hingewiesen, eine bereits vorhandene, wenn auch für ein anderes Absatzgebiet entworfene, Ertragstafel zu Hülfe zu nehmen. Die Art ihrer Benutzung ist folgende:

Man ermittelt aus dem bekannten Erlöse, welchen ein haubarer (jedoch nicht überhaubarer) möglichst normal beschaffener Holzbestand innerhalb des betreffenden Absatzgebietes geliefert hat, den durchschnittlichen Verkaufspreis g eines Festmeter und leitet die Festmeterpreise für die übrigen Bestandsalter aus den Festmeterpreisen einer vorhandenen Gelderstragstafel nach dem Verhältnisse her, in welchem g zu dem Festmeterpreise g_1 steht, den die Geldertragstafel für das nämliche Alter aufweist.

Beispiel. Für einen der Buchenzucht gewidmeten Boden habe sich durch die Bonitirung ergeben, daß derselbe diejenige Standortsgüte besitzt, welche der Baur'schen Buchenertragstafel III entspricht. Letztere weist für den Hauptbestand folgende Holzmassen auf:

im Alter	30	40	50	60	
Holzmasse	84	138	194	251	Festmeter.
im Alter	70	80	90	100	
Holzmasse	310	365	420	472	Festmeter.

Mehrere auf dem fr. Boden befindliche, durchschnittlich 90jährige Buchenbestände haben beim Abtrieb einen Erlös von 6,24 Mark pro Festmeter geliefert.

Nach Burckhardt beträgt für Buche II. Bonität bei dem Hauptbestand

im Alter	30	40	50	60	
der Festmeterpreis	2,0	2,8	3,2	3,6	Mark
im Alter	70	80	90	100	
der Festmeterpreis	4,0	4,4	4,8	5,2	Mark.

Unter Benutzung dieser Ansätze erhält man für die bezeichnete Oertlichkeit die entsprechenden Festmeterpreise, wenn man jene Ansätze mit $\frac{6,24}{4,8} = 1,3$ multiplicirt. Es ergibt sich dann

im Alter	30	40	50	60	
der Festmeterpreis	2,6	3,64	4,16	4,68	Mark
im Alter	70	80	90	100	
der Festmeterpreis	5,2	5,72	6,24	6,76	Mark

und die Baur'sche Buchenertragstafel III setzt sich in folgende Geldertragstafel um:

Alter . . .	30	40	50	60	
Geldertrag	218	502	807	1175	Mark
Alter . . .	70	80	90	100	
Geldertrag	1612	2088	2621	3191	Mark.

1) z. B. weil die Waldwerthrechnung nicht länger aufgeschoben werden darf, oder weil der für jene Erhebungen nothwendige Kostenaufwand außer Verhältniß zu dem Werthe des betreffenden Objectes stehen würde.

Bei diesem Verfahren wird angenommen, daß die Festmeterpreise des Hauptbestandes in allen Bestandsaltern den in einer anderen Ertragstafel angegebenen Festmeterpreisen proportional seien. Je weniger diese Voraussetzung zutrifft, um so unrichtiger fällt die abgeleitete Geldertragstafel aus. Bei Holzarten, deren Ertrag vorzugsweise in Brennholz besteht (z. B. bei der Buche) wird man auf richtigere Resultate rechnen dürfen, als bei Holzarten, welche mehr Nutzholz liefern (z. B. bei der Fichte).

Unter Note 3 (am Schlusse der vorliegenden Schrift) theilen wir einige Geldertragstafeln mit, welchen die auf Veranlassung des Vereins deutscher forstlicher Versuchsanstalten bearbeiteten Holzertragstafeln zu Grunde liegen. Die Tafel für die Buche haben wir aus der Baur'schen Holzertragstafel III. Bonität, die Tafel für die Kiefer aus der Weise'schen Holzertragstafel III. Bonität, die Tafel für die Fichte aus der Kunze'schen Holzertragstafel IV. Bonität in der Weise abgeleitet, daß wir die Massen mit den Festmeterpreisen multiplicirten, welche die Burckhardt'schen Tafeln bei einem annähernd gleichen Grade der Massenerzeugung enthalten. Da die Ansätze der Fichtenertragstafel von Kunze etwas niedriger stehen, als diejenigen der Burckhardt'schen Geldertragstafel, so wurden jene nach dem Verhältniß der Maximal-Durchschnittszuwachse erhöht. Für die Zwischennutzungen haben wir die Burckhardt'schen Ansätze zu Grunde gelegt und diese nach dem Verhältniß der Hauptbestandsmassen reducirt.

Die Angaben über Erträge des Eichenschälwaldes rühren von Bernhardt her.

Abzüge an den Ansätzen der Ertragstafeln. Für abnorme (z. B. lückige) Bestände müssen die Ansätze der Ertragstafeln ermäßigt werden. Aber auch bei normalen Beständen wird man dieselben nicht unverkürzt anwenden dürfen, weil viele Bestände den in den Tafeln unterstellten Grad der Vollkommenheit nicht erreichen. Der Betrag der hiernach vorzunehmenden Abzüge hängt von dem Maße der Störungen ab, welche bei dem betr. Walde wahrscheinlicher Weise zu erwarten sind. Die Abzüge werden demnach größer sein müssen bei hohen Umtriebszeiten, weil die Bestandsunvollkommenheiten durchschnittlich mit dem Bestandsalter zunehmen, größer bei Nadel- als bei Laubholz, weil jenes den Beschädigungen durch Feuer, Windwurf, Insectenfraß 2c. mehr ausgesetzt ist[1]).

Schon Hoßfeld schlug (Diana, 1805, III. Band, S. 430) solche Abzüge vor, die er mit einer Assekuranz verglich und ohne Unter-

1) Bei der Berechnung der in dieser Schrift vorkommenden Beispiele werden wir die obenbezeichneten Abzüge nicht anbringen.

schied der Umtriebszeit und Holzart zu $\frac{1}{1000}$ des jährlichen Ertrages annahm. G. L. Hartig empfahl in seiner „Forstwissenschaft nach ihrem ganzen Umfange", 1831, S. 264, bei Ermittlung des Ertrages selbst der „jetzt ganz vollkommenen jungen Bestände unter 60 Jahren" von den Zwischennutzungen $^3/_4$, von der Haubarkeitsnutzung der Nadelholzwaldungen $^1/_5$, der Laubholzwaldungen $^1/_6$, der Niederwaldungen mit 20- und mehrjährigem Umtriebe $^1/_6$, 12- bis 19jährigem Umtriebe $^1/_9$, noch längerem Umtriebe $^1/_{10}$ abzusetzen. Nach Burckhardt (Waldwerth, 1860, S. 36—37) bedarf es „für Mittel- und Niederwälder, wie für die Eiche, selten einer besonderen Assekuranz, und für die Buche in nicht allzu bedrohter Lage können 2—3 % des Bruttoertrages, oder eine entsprechende Ermäßigung der anzuwendenden Ertragsansätze ausreichend sein. Die meiste Bedeutung hat die Assecuranz für Nadelwälder, obwohl nach der Oertlichkeit sehr verschieden. Mit Einrechnung des Ausfalles, welcher durch die meistens unentbehrlichen Betriebsblößen entsteht, nehmen wir unter mittleren Verhältnissen 8—10 % des Rohertrags als Assecuranz auf besondere Ereignisse in soweit, als deren Einfluß über den herrschenden Bestandscharakter hinausreicht. Es kann dieser Satz für die eine Oertlichkeit als ein reichlich hoher erscheinen, während er in der anderen nicht zureicht. Lokale Erfahrungen müssen hier leitend sein". Indessen ist bei der Bemessung jener Abzüge nicht zu übersehen, daß der Holzeinschlag vieler Waldungen im Laufe der Zeit eine Steigerung erfahren hat, die man nicht bloß der Consumtion von Vorrathsüberschüssen zuschreiben darf, sondern auch auf Rechnung einer intensiveren Wirthschaft (Blößenanbau, Ausbesserung von Bestandslücken, Verstärkung der Zwischennutzungen) bringen kann. So betrug z. B. der jährliche Holzeinschlag pro Hectar Holzboden

	1850—59	1860—69	1870—79	
in den älteren Provinzen von Preußen[1])	2,12	2,60	3,04	Festmeter.
in Bayern[2])	4,10	4,15	4,63	„

Die nämlichen Ermäßigungen der Ertragsvorwerthe, welche die Rechnung mit Abzügen an den normalen Ertragsansätzen hervorbringt, lassen sich auch durch eine entsprechende Erhöhung des Zinsfußes erzielen[3]). In der That wandte G. L. Hartig anfangs dieses Mittel an, und erst später ging er (s. o.) dazu über, den Zinsfuß ungeändert zu lassen und den Bruttoertrag nach Verhältniß der Unsicherheit der Einnahmen zu vermindern. In seiner „Anweisung

1) Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1883, S. 103.

2) Nach einer von dem Königl. Bayer. Ministerial-Forstbureau gefertigten Uebersicht.

3) v. Fabrice: Ueber die Bedeutung einer Erhöhung des Nadelholz-Zinsfußes über den des Laubholzes. Allg. Forst- u. Jagd-Zeitung, 1880, S. 80.

zur Taxation und Beschreibung der Forste", 1813, I, S. 172 empfahl er, dem Käufer eines Nadelholzwaldes wegen der größeren Gefahr, denen die Nadelhölzer durch Raupen, Käfer und Feuer ausgesetzt sind, immer 1 Procent mehr zuzubringen, als dem Käufer eines Laubholzwaldes, also bei Nadelholz 7 %, da Hartig bei Laubholz 6 % rechnete. Er nahm bei der Bestimmung des Zinsfußes auch auf das Holzalter Rücksicht, weil der Käufer für langes Warten auf Einkünfte und für die Gefahr, worin der Wald stehe, durch hohe Zinsen entschädigt werden müsse. Hartig rechnete (Anleitung zur Berechnung des Geldwerthes eines rc. Forstes, 1812, S. 10) bei dem Ankauf einer „Waldbenutzung", die der Käufer erst beziehen kann

in	der	1ten	20jährigen	Periode	6	Procent
"	"	2 "	"	"	$6^1/_2$	"
"	"	3 "	"	"	7	"
"	"	4 "	"	"	$7^1/_2$	"
"	"	5 "	"	"	8	"
"	"	6 "	"	"	$8^1/_2$	"
"	"	7 "	"	"	9	"
"	"	8 "	"	"	$9^1/_2$	"
"	"	9 "	"	"	10	"

Indessen ist nicht zu übersehen, daß Hartig durch die ansteigenden Procente auch die Fehler der einfachen Zinsrechnung, deren er sich zur Waldwerthrechnung bediente, auszugleichen suchte. Jene liefert nämlich bei gleichen Zinsfüßen viel größere Vorwerthe als die Zinseszinsrechnung.

Das Maß der Zinsfußerhöhung, welches erforderlich ist, damit bei der Bestimmung der Waldcapitalwerthe die nämlichen Resultate gewonnen werden, welche die Verminderung der Ertragsansätze hervorbringt, ergibt sich z. B. für die Haubarkeitsnutzungen aus der Gleichung

$$\frac{A_u - a}{1{,}0p^u - 1} = \frac{A_u}{1{,}0x^u - 1},$$

in welcher A_u den bei der Umtriebszeit u erfolgenden Abtriebsertrag, a die Größe des Abzugs, p das Wirthschaftsprocent, welches unter Voraussetzung jenes Abzuges angewandt wird, $x = p + y$ das Procent bezeichnet, welches mit Unterstellung vollkommener Bestände die nämlichen Ertragsvorwerthe liefert, wie das Procent p mit dem um a verminderten Abtriebsertrag.

Die obige Gleichung geht, wenn man a als einen Theil von A_u und gleich $A_u \,.\, q$ annimmt (q ist hier ein echter Bruch), in folgende über:

$$\frac{A_u - A_u \,.\, q}{1{,}0p^u - 1} = \frac{A_u}{1{,}0x^u - 1} \text{ oder}$$

$$\frac{1 - q}{1{,}0p^u - 1} = \frac{1}{1{,}0x^u - 1}.$$

Setzt man z. B. für q die von Burckhardt für die Assecuranz des Nadelholzes angegebene Zahl $\frac{1}{10}$ ein, und nimmt man $u = 70$, $p = 3$ an, so findet man aus der Gleichung

$$\frac{1 - \frac{1}{10}}{1{,}03^{70} - 1} = \frac{1}{1{,}0x^{70} - 1}$$

den Werth von $x = 3{,}14$.

x ist eine Funktion von u, d. h. für den nämlichen Betrag von q berechnen sich bei verschiedenen Umtriebszeiten verschiedene Werthe von x. Daher müßte x, selbst wenn q sich gleich bliebe, für jede Umtriebszeit neu berechnet werden.

Es empfiehlt sich, x stets aus q bezw. a abzuleiten, nicht aber x gutachtlich einzuschätzen, weil sich die Größe des Einflusses, welchen eine Erhöhung von p auf die Verminderung der Ertragsvorwerthe ausübt, erst dann erkennen läßt, wenn man die Rechnung ausführt, d. h. dasjenige q ermittelt, welches dem Procent $x = p + y$ entspricht. Einer nachträglich nothwendig erscheinenden Correctur von y müßte immer wieder die wahrscheinliche Größe von q als Anhaltspunkt dienen, weshalb man einen Umweg einschlägt, wenn man erst $x = p + y$ einschätzt, dann das x entsprechende q ermittelt und, je nachdem man dieses zu groß oder zu klein findet, y ermäßigt oder erhöht. Es wird ja hierbei vorausgesetzt, daß man schon von vornherein eine richtige Vorstellung von q habe: in diesem Falle konnte man aber x direct aus q herleiten.

Häufig wird der Einfluß, welchen eine Erhöhung von p auf die Verminderung der Ertragsvorwerthe ausübt, unterschätzt. Um denselben ersichtlich zu machen, wollen wir einige Zahlenbeispiele berechnen.

Gesetzt, es sei p dasjenige Procent, mit welchen man die Ertragsvorwerthe normaler Bestände zu berechnen habe, x das Procent, welches wegen der dem Walde drohenden, die Erträge schmälernden, Gefahren in Anwendung gebracht werden müsse, so ergibt sich aus der obigen Formel für die Haubarkeitsnutzungen

$$q = 1 - \frac{1{,}0\,p^u - 1}{1{,}0\,x^u - 1}$$

Könnte man nun $p = 3$ annehmen, und wäre die Umtriebszeit $u = 70$ Jahre, so würde man finden

für $x = 4$ die Größe von $q = 0{,}52$
„ $x = 5$ „ $q = 0{,}76$
„ $x = 10$ „ $q = 0{,}99$

d. h. man würde unterstellen, daß die Hälfte, Dreiviertel oder 99 Hundertel der Fläche gar keinen Haubarkeitsertrag liefern.

2) **Nebennutzungen.** Zu diesen gehören: Lohrinde (s. 1), Baumfrüchte, Futterlaub, Gras, Harz, Waldstreu, landwirthschaftliche Gewächse, welche im Walde erzogen werden, Jagdthiere, Fische, Mineralien rc.

Alle vor dem Haubarkeitsalter erfolgenden Zwischen- und Nebennutzungen faßt man auch wohl unter der Benennung „Vornutzungen“ zusammen.

Forstproductenpreise. Wie bereits S. 9 angegeben wurde, ist der Preis der Forstproducte und insbesondere des Holzes fortwährend gestiegen; es läßt sich daher mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen, daß dies auch fernerhin der Fall sein wird.

Da nun aber schon bei der Bestimmung des forstlichen Zinsfußes auf das Steigen der Holzpreise Rücksicht genommen wurde, so dürfen bei Waldwerthrechnungen in der Regel nicht die künftigen, sondern es müssen die gegenwärtigen bezw. die für die Zeit der Werthsberechnung geltenden Preise in Ansatz gebracht werden, wobei man aber, um

zufällige Preisschwankungen auszuschließen, die Preise nach dem durchschnittlichen Betrag einer Reihe von Jahren ermittelt. Dagegen sind selbstverständlich solche Preisänderungen zu berücksichtigen, welche eine wesentliche Abweichung von dem bisherigen Preisgange erkennen lassen und in genügend sicherer Aussicht stehen. Bei dem Ansatze von Preiserhöhungen (welche z. B. in Folge der Anlage von Straßen, der Begründung von holzverbrauchenden Gewerben 2c. eintreten können) hüte man sich jedoch vor überspannten Erwartungen. Preisänderungen kann man übrigens auch durch Aenderung des Zinsfußes in Rechnung nehmen.

Dem Begriff des Erwartungswerthes (S. 5) entspricht es eigentlich, der Rechnung die künftigen Preise zu Grunde zu legen. Leitet man dieselben aus dem gegenwärtigen Preis und dem aus den Preisen der Vergangenheit ermittelten Preissteigerungsprocent t nach den Regeln der Zinseszinsrechnung her, so würden, wenn man den gegenwärtigen Preis = 1 setzt, die Preise nach 1, 2, 3 ... Jahren

$$1{,}0t;\ 1{,}0t^2;\ 1{,}0t^3 \ldots.$$

sein. Wollte man nun z. B. zur Berechnung des Capitalwerthes K einer jährlich wiederkehrenden Einnahme, deren gegenwärtiger Werth = 1 jährlich um t Procent im Preise steigt, ein Discontirungs-Procent anwenden, welches das nach der Anleitung des II. Capitels (siehe insbes. lit. b auf S. 9) festgestellte Procent p um t übertrifft, also = p + t ist, so würde sich

$$K = \frac{1{,}0t}{1{,}0(p+t)} + \frac{1{,}0t^2}{1{,}0(p+t)^2} + \ldots = \frac{1{,}0t}{0{,}0p}$$

ergeben. Dieses Capital ist jedoch größer als das Capital K_1, welches man erhält, wenn man den gegenwärtigen Werth einer jährlich wiederkehrenden und sich gleichbleibenden (also nicht im Preise steigenden) Einnahme 1 mit dem Discontirungs-Procent p berechnet, denn es ist

$$K_1 = \frac{1}{1{,}0p} + \frac{1}{1{,}0p^2} + \ldots = \frac{1}{0{,}0p}.$$

So findet man z. B. für

$$p = 4,\ t = 1$$

$$K = \frac{1{,}01}{0{,}04} = 25{,}24;\ K_1 = \frac{1}{0{,}04} = 25{,}00;$$

für $p = 4,\ t = 2$

$$K = \frac{1{,}02}{0{,}04} = 25{,}50;\ K_1 = \frac{1}{0{,}04} = 25{,}00;$$

für $p = 3,\ t = 1$

$$K = \frac{1{,}01}{0{,}03} = 33{,}67;\ K_1 = \frac{1}{0{,}03} = 33{,}33;$$

für $p = 3,\ t = 2$

$$K = \frac{1{,}02}{0{,}03} = 34{,}00;\ K_1 = \frac{1}{0{,}03} = 33{,}33.$$

Unter Zugrundelegung der in der Tabelle A angegebenen, mit den gegenwärtigen Preisen in Ansatz gebrachten Erträge, sowie für einen Culturkostenaufwand von 24 Mark, einen jährlichen Aufwand für Verwaltung, Schutz und

Steuern von 3,6 Mark, ferner für $p = 3$, $t = 1$, also $p + t = 4$, ergibt sich bei einer Umtriebszeit von 70 Jahren ein Boden-Erwartungswerth (siehe das folgende Capitel) von 372 Mark, dagegen mit den gegenwärtigen Preisen und $p = 3$ ein Boden-Erwartungswerth von 363 Mark. Der Unterschied beträgt sonach 9 Mark.

Soll die Rechnung mit steigenden Preisen den nämlichen Capitalwerth liefern wie die Rechnung mit den gegenwärtigen Preisen, so darf also bei der letzteren nicht das Discontirungsprocent p angewandt werden, sondern man hat hierzu ein anderes Procent zu benutzen, welches wir π nennen wollen. Dieses Procent π kann man mittelst der Gleichung

$$\frac{1}{1{,}0\pi} + \frac{1}{1{,}0\pi^2} + \ldots = \frac{1{,}0t}{1{,}0\,(p+t)} + \frac{1{,}0t^2}{1{,}0\,(p+t)^2} + \ldots$$

bestimmen. Summirt man die Glieder dieser beiden Reihen, so erhält man

$$\frac{1}{0{,}0\pi} = \frac{1{,}0t}{0{,}0p}, \text{ hieraus}$$

$$\pi = \frac{p}{1{,}0t}. \text{ Es ist also } \pi \text{ kleiner als } p.$$

So ergibt sich z. B. für $p = 4$ und $t = 1$, $\pi = 3{,}9604$; für $p = 4$ und $t = 2$, $\pi = 3{,}9215$; für $p = 3$ und $t = 1$, $\pi = 2{,}9700$; für $p = 3$ und $t = 2$, $\pi = 2{,}9412$.

Diese Procente sind in den gewöhnlichen Factorentafeln nicht vorgesehen, die Rechnung müßte also mit Logarithmen geführt werden, was einen etwas größeren Zeitaufwand erfordert.

Da jedoch der Unterschied zwischen dem mit p und π berechneten Werthe nicht bedeutend ist, da ferner die Größe von p und t, aus welchen π abgeleitet wird, nicht genau bestimmt werden kann, so erscheint es vollkommen gerechtfertigt, wenn bei Waldwerthrechnungen nicht das Procent π, sondern das Procent p angewendet wird[1]).

II. Die **Ausgaben** der Waldwirthschaft bestehen vornehmlich in den Kosten für Verwaltung, Schutz, Ernte, Cultur, Begrenzung, Anlage und Unterhaltung der Betriebsbauten (Wege, Dienstgebäude 2c.), sowie in den Steuern und Grundlasten.

Alle diese Ausgaben müssen für die betreffende Oertlichkeit ermittelt werden. Für oberflächliche Veranschlagungen mögen die in Note 4 (am Schlusse der vorliegenden Schrift) mitgetheilten Kostenansätze einige Anhaltspunkte gewähren.

Zur Vereinfachung der Rechnung empfiehlt es sich, diejenigen Einnahmen und Ausgaben, welche in gleicher Weise sich verrechnen lassen, wie z. B. die in gleicher Größe periodisch wiederkehrenden Posten, in einen Ansatz zusammenzufassen.

1) Das eben besprochene Thema haben behandelt: Kraft in der Schrift „Zur Praxis der Waldwerthrechnung und forstlichen Statik", S. 21; Raeß in dem „Centralblatt für das gesammte Forstwesen", 1883, S. 54; Lehr und Stötzer in der „Allg. Forst- und Jagd-Zeitung", 1883, S. 19 und 35.

II. Angewandter Theil.

Ermittlung des Bodenwerthes, Bestandswerthes, Waldwerthes, der Boden-, Bestands- und Waldrente.

I. Capitel.

Ermittlung des Bodenwerthes.

Der Werth des Bodens kann sein ein Verbrauchswerth, wenn nämlich die Substanz desselben unmittelbar (z. B. zur Fossiliengewinnung) sich benutzen läßt, oder ein Erzeugungswerth. Letzterer besteht (nach S. 3) in der Eigenschaft des Bodens, andere Güter (z. B. Pflanzen) hervorzubringen. Je nach der Art der Gütererzeugung (Landwirthschaft, Forstwirthschaft 2c.) und der gewählten Benutzungsweise (Hochwaldbetrieb, Niederwaldbetrieb 2c.) kann der relative Werth des Bodens ein sehr verschiedener sein.

Die Waldwerthrechnung beschäftigt sich blos mit der Ermittlung des forstwirthschaftlichen Erzeugungswerthes des Bodens.

I. Methoden zur Ermittlung des forstwirthschaftlichen Bodenwerthes.

Man kann den wirthschaftlichen Werth des Bodens veranschlagen:

1) nach dem Erwartungswerthe,
2) nach dem Kostenwerthe,
3) nach dem Verkaufswerthe.

Anmerkung. Man hat vorgeschlagen, den Bodenwerth auch als Rentirungswerth zu berechnen. Da aber hierbei die Kenntniß des Boden-Erwartungswerthes vorausgesetzt wird, so fällt diese Methode der Werthsermittlung hier aus. Denn

1) Für den aussetzenden Betrieb ist der Boden-Erwartungswerth gleich der jährlichen Bodenrente r, dividirt durch 0,0p. Die Bodenrente ist aber gleich dem Bodenwerth B, multiplicirt mit 0,0p. Somit ist der Bodenrentirungs-

werth $= \frac{r}{0{,}0p} = \frac{B \cdot 0{,}0p}{0{,}0p}$. Man sieht, daß diese Art von Werthsberechnung sich im Kreise bewegt.

2) Für den jährlichen Betrieb erhält man den Waldwerth, wenn man den jährlichen Reinertrag durch 0,0p dividirt (s. Cap. III). Um den Bodenwerth zu finden, muß man von dem Waldwerthe den Werth des normalen Vorrathes abziehen. Nun setzt aber, wie später (II. Cap., VI.) nachgewiesen werden soll, die Ermittlung des Vorrathswerthes diejenige des Bodenwerthes voraus; es würde daher ein nutzloser Umweg sein, wenn man zuerst den Bodenwerth und aus diesem den Vorrathswerth berechnen wollte, um schließlich auf den Bodenwerth wieder zurückzukommen.

II. Ermittlung des Boden-Erwartungswerthes insbesondere.

1) Begriff.

Unter dem Boden-Erwartungswerthe versteht man die Summe der Jetztwerthe aller von einem Boden zu erwartenden Einnahmen, abzüglich der Jetztwerthe aller Kosten, welche zur Gewinnung jener Einnahmen aufgewendet werden müssen.

2) Verfahren zur Ermittlung des Boden-Erwartungswerthes.

A. Berechnung der Jetztwerthe der Einnahmen.

a) Haubarkeitsnutzung. Bedeutet A_u die Größe des Haubarkeitsertrages und u die Umtriebszeit, so ist der Jetztwerth sämmtlicher, bis in die fernste Folgezeit eingehenden und alle u Jahre sich wiederholenden Haubarkeitserträge (nach Formel VIII)

$$\frac{A_u}{1{,}0p^u - 1}.$$

b) Zwischennutzungen. Stellen $D_a, D_b, \ldots . D_q$ Zwischennutzungserträge vor, welche in den Jahren a, b, ... q eingehen und sich dann alle u Jahre wiederholen, so sind die Jetztwerthe dieser Erträge (nach Formel IX)

$$\frac{D_a\, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} + \frac{D_b\, 1{,}0p^{u-b}}{1{,}0p^u - 1} + \ldots . + \frac{D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}$$
$$= \frac{D_a\, 1{,}0p^{u-a} + D_b\, 1{,}0p^{u-b} + \ldots . + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}.$$

c) Nebennutzungen. Sie können ebenso wie die Zwischennutzungen behandelt werden; es ist also der Jetztwerth der Nebennutzungen $N_a, N_b, \ldots . N_q$, welche zum ersten Male in den Jahren a, b, ... q eingehen und sich dann alle u Jahre wiederholen,

$$\frac{N_a\,1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} + \frac{N_b\,1{,}0p^{u-b}}{1{,}0p^u - 1} + \ldots + \frac{N_q\,1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}$$
$$= \frac{N_a\,1{,}0p^{u-a} + N_b\,1{,}0p^{u-b} + \ldots + N_q\,1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}.$$

Kehrt eine Nebennutzung in gleicher Größe N und in Zwischenräumen von m Jahren, im Ganzen aber n mal wieder, und wiederholt sich dieser Vorgang durch alle Umtriebszeiten, so findet man den Wiederholungswerth dieser Nutzungen, wenn man die in der ersten Umtriebszeit erfolgenden nach Formel III summirt, die Summe auf das Jahr u prolongirt und den erhaltenen Nachwerth durch $1{,}0p^u - 1$ dividirt. Man hat also, wenn die letzte Nebennutzung im Jahre q eingeht,

$$\frac{N\,(1{,}0p^{mn} - 1)\,1{,}0p^{u-q}}{(1{,}0p^m - 1)\,(1{,}0p^u - 1)}.$$

Für m = 1 geht diese Formel über in

$$\frac{N\,(1{,}0p^n - 1)\,1{,}0p^{u-q}}{0{,}0p\,(1{,}0p^u - 1)}.$$

Ist die Zahl der sich wiederholenden Nebennutzungen gering, so bietet die Anwendung der vorstehenden Formeln keinen Vortheil; man kommt dann kürzer zum Ziele, wenn man den Werth jeder einzelnen Nutzung auf das Jahr u prolongirt und die Summe dieser Nachwerthe durch $1{,}0p^u - 1$ dividirt.

Stellt $\mathfrak{N}$ eine jährliche fortwährend wiederkehrende Einnahme vor, so ist (nach Formel VII) der Capitalwerth derselben $\frac{\mathfrak{N}}{0{,}0p}$.

B. Berechnung der Jetztwerthe der Ausgaben.

a) **Culturkosten.** Nimmt man an, daß zu Anfang einer jeden Umtriebszeit für Bestandsbegründung der Betrag c verausgabt werde, so ist der Jetztwerth des gesammten Culturkostenaufwandes (das „Culturkostencapital") nach Formel X

$$\frac{c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}.$$ [1])

b) **Jährliche Kosten.** Nennt man den Betrag der jährlichen Kosten v und nimmt man an, daß dieselben fortwährend und zwar jedesmal am Jahresschlusse verausgabt werden, so ist der Jetztwerth dieser Kosten nach Formel VII

$\frac{v}{0{,}0p}$, welches wir in der Folge = V setzen werden.

1) Wäre, was häufig vorkommt, der Culturkostenaufwand in der ersten Umtriebszeit von demjenigen in den folgenden Umtriebszeiten verschieden, so würde, wenn man ersteren mit c, letzteren mit c' bezeichnet, das Culturkostencapital $= c + \frac{c'}{1{,}0p^u - 1}$ sein.

Kämen Ausgaben vor, welche periodisch in gleicher Größe sich wiederholen, so wären dieselben nach der unter A. c) für die Nebennutzungen gegebenen Anleitung zu behandeln.

c) Ernte- und Gelderhebungskosten insbesondere. Man berechnet die Jetztwerthe derselben nicht besonders, sondern zieht diese Kosten sogleich von den rauhen Einnahmen ab und ermittelt dann den Jetztwerth der Differenz.

Denn es sei z. B. der rauhe Erlös für eine Zwischennutzung, welcher zum ersten Male im Jahre a eingeht und sich dann alle u Jahre wiederholt, $= D_a$, und der Betrag der Erntekosten $= e$, so ist der Jetztwerth der Zwischennutzung $= \frac{D_a \, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1}$,

der Erntekosten . . . . $= \frac{e \, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1}$;

demnach der reine Jetztwerth jener Zwischennutzung

$$= \frac{D_a \, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{e \, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} = \frac{(D_a - e) \, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1}.$$

C. Formel für den Boden-Erwartungswerth.

Wollte man den Boden-Erwartungswerth durch eine Formel ausdrücken, in welcher alle möglichen Einnahmen und Ausgaben vorkommen, so würde dieselbe so ausgedehnt und complicirt werden, daß sie für den praktischen Gebrauch kaum einen Nutzen gewähren dürfte. Wir verzichten daher auf die Aufstellung einer solchen Formel.

Auch die für gewisse theoretische Untersuchungen erforderlichen Formeln entwickelt man am besten in jedem concreten Falle und nach Maßgabe der für denselben geltenden Voraussetzungen. Eine ziemlich einfache Formel erhält man unter der Annahme:

a) daß $D_a, \ldots . D_q$ ebensowohl Zwischen- wie Nebennutzungen bedeuten können;

b) daß A_u, $D_a, \ldots . D_q$ die bereits von den Ernte- und Gelderhebungskosten bereinigten Einnahmen vorstellen;

c) daß die Ausgaben sich auf die Culturkosten und auf die jährlichen Kosten beschränken;

d) daß die Culturkosten zu Anfang jeder Umtriebszeit und in der gleichen Größe c verausgabt werden.

Wir erhalten dann für den Boden-Erwartungswerth ^uB folgende Formel:

$$^{u}B = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \dots + D_q 1{,}0p^{u-q} - c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V.$$

Da $\frac{c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} = c + \frac{c}{1{,}0p^u - 1}$ ist, so kann man die vorstehende Formel auch folgendermaßen anschreiben:

$$^{u}B = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \dots + D_q 1{,}0p^{u-q} - c}{1{,}0p^u - 1} - (c + V).$$

Dieser Ausdruck ist für die Rechnung etwas bequemer als der oben stehende.

Aufgabe 1 (Beispiel einer einfachen Werthrechnung). Eine Blöße von 1 Hectar, welche sofort cultivirt werden soll, liefere bei Einhaltung einer 70-jährigen Umtriebszeit nachhaltig die in der Anlage A verzeichneten Erträge, nämlich im Jahr 70 einen Haubarkeitsertrag von 2970,0 Mark und

in den Jahren 20 30 40 50 60
Zwischennutzungserträge von 12 42 57,6 67,2 79,2 Mark.

Welchen Erwartungswerth besitzt diese Fläche unter der Annahme, daß zu Anfang jeder Umtriebszeit 24 Mark für Cultur und daß jährlich für Verwaltung, Schutz und Steuern 3,6 Mark aufzuwenden sind? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung: Führt man die eben angegebenen Werthe in die obige Formel ein, so hat man

$$^{u}B = (2970{,}0 + 12 \cdot 1{,}03^{50} + 42 \cdot 1{,}03^{40} + 57{,}6 \cdot 1{,}03^{30} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} - 24) : (1{,}03^{70} - 1) - \left(24 + \frac{3{,}6}{0{,}03}\right)$$
$$= (2970{,}0 + 12 \cdot 4{,}3839 + 42 \cdot 3{,}2620 + 57{,}6 \cdot 2{,}4273 + 67{,}2 \cdot 1{,}8061 + 79{,}2 \cdot 1{,}3439 - 24)\ 0{,}1446 - 144 = 362{,}57 \text{ Mark.}$$

Aufgabe 2 (Beispiel einer zusammengesetzteren Werthrechnung). Es ist der Boden-Erwartungswerth eines Kiefernwaldes für eine 100jährige Umtriebszeit und unter folgenden Voraussetzungen zu berechnen:

A. Die Einnahmen sind:

a) Hauptnutzungen; diese bestehen:

α) aus der Haubarkeitsnutzung von 4500 Mark am Ende des 100. Jahres;

β) aus den Zwischennutzungen, welche erfolgen

in den Jahren . . 20 30 40 50 60 70 80 90
mit dem Betrage von 12 42 57,6 67,2 79,2 90,0 88,8 86,4 Mark.

b) Nebennutzungen, und zwar:

α) vom Ende des 31. bis zum Ende des 90. Jahres ein jährlicher Erlös für Weidepacht im Betrag von 0,72 Mark.

β) Jedesmal am Ende des 50., 55., 60., 65., 70., 75., 80., 85., 90. und 95. Jahres ein Erlös für Kiefernzapfen im Betrage von 2,04 Mark.

γ) Im ersten, zweiten und dritten Jahre nach erfolgter Abholzung des Bestandes (also im 101., 102. und 103. Jahre) ein Erlös für landwirthschaftliche Benutzung des Bodens im Betrage von je 60 Mark, und wird hierbei vorausgesetzt, daß die Agricultur 2 Jahre lang ausschließlich, dann aber 1 Jahr lang in Verbindung mit der Holzzucht betrieben werde.

δ) Ein jährlicher Jagdpachtertrag von 0,24 Mark.

B. Die Ausgaben sind folgende:

a) Für Cultur, jedesmal zu Anfang der Umtriebszeit ein Aufwand von 24 Mark.

b) Für Auffrischen eines Entwässerungsgrabens von jetzt an alle 10 Jahre ein jährlicher Aufwand von 6,0 Mark.

c) Für Verwaltung, Schutz und Steuern ein jährlicher Aufwand von 3,6 Mark.

Zinsfuß = 3%.

Auflösung. Da der neue Holzbestand erst 2 Jahre nach dem Abtriebe des alten begründet wird, so setzt man u = 102 Jahre, prolongirt alle Einnahmen, ausschließlich des Jagdpachterlöses, auf das Jahr 102 und discontirt den im 103. Jahre erfolgenden landwirthschaftlichen Pachtertrag ebenfalls auf das Jahr 102.

A. Berechnung des Jetztwerthes der Einnahmen.

a) Der Wiederholungswerth der Hauptnutzungen ist $= (4500 \,.\, 1{,}03^{2} + 12 \,.\, 1{,}03^{82} + 42 \,.\, 1{,}03^{72} + 57{,}6 \,.\, 1{,}03^{62} + 67{,}2 \,.\, 1{,}03^{52} + 79{,}2 \,.\, 1{,}03^{42} + 90 \,.\, 1{,}03^{32} + 88{,}8 \,.\, 1{,}03^{22} + 86{,}4 \,.\, 1{,}03^{12}) : (1{,}03^{102} - 1) = (4500 \,.\, 1{,}0609 + 12 \,.\, 11{,}2889 + 42 \,.\, 8{,}4 + 57{,}6 \,.\, 6{,}2504 + 67{,}2 \,.\, 4{,}6509 + 79{,}2 \,.\, 3{,}4607 + 90 \,.\, 2{,}5751 + 88{,}8 \,.\, 1{,}9161 + 86{,}4 \,.\, 1{,}4258) : (1{,}03^{102} - 1) = 4774{,}0500 + 135{,}4668 + 352{,}8000 + 360{,}0230 + 312{,}5405 + 274{,}0874 + 231{,}7590 + 170{,}1497 + 123{,}1891) = \frac{6734{,}0655}{1{,}03^{102} - 1}$ Mark.

b) Nebennutzungen.

α) Der Wiederholungswerth des Weidepachtes ist

$$= \frac{0{,}72 \,.\, (1{,}03^{60} - 1) \,.\, 1{,}03^{12}}{0{,}03\,(1{,}03^{102} - 1)} = \frac{24 \,.\, 4{,}8916 \,.\, 1{,}4258}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{167{,}3866}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Mark.}$$

β) Der Wiederholungswerth des Erlöses für Kiefernzapfen ist

$$= \frac{2{,}04\,(1{,}03^{50} - 1) \,.\, 1{,}03^{7}}{(1{,}03^{5} - 1)\,(1{,}03^{102} - 1)} = \frac{2{,}04 \,.\, 3{,}3839 \,.\, 1{,}2299 \,.\, 6{,}2785}{1{,}03^{102} - 1}$$

$$= \frac{53{,}3057}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Mark.}$$

γ) Der Wiederholungswerth des Erlöses für landwirthschaftliche Nebennutzung ist

$$= \frac{60 + 60 \,.\, 1{,}03 + \frac{60}{1{,}03}}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{60\left(2{,}03 + \frac{1}{1{,}03}\right)}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{180{,}0540}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Mark.}$$

δ) Der Capitalwerth des Jagdpachtertrages ist

$$= \frac{0{,}24}{0{,}03} = 8{,}0 \text{ Mark.}$$

B. Berechnung des Jetztwerthes der Ausgaben.

a) Das Culturkostencapital ist

$$= 24 + \frac{24}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Mark.}$$

b) Der Wiederholungswerth der Kosten für Grabenbau ist

$$= \frac{6{,}0}{1{,}03^{10} - 1} = 6 \,.\, 2{,}9077 = 17{,}4462 \text{ Mark.}$$

c) Der Capitalwerth der jährlichen Ausgaben ist

$$= \frac{3,6}{0,03} = 120 \text{ Mark.}$$

C. Der Boden-Erwartungswerth ist hiernach:

$$= \frac{6734,0655 + 167,3866 + 53,3057 + 180,0540 - 24,0000}{1,03^{102} - 1} + 8,0000$$
$$- (24,0000 + 17,4462 + 120,0000)$$
$$= (6734,0655 + 167,3866 + 53,3057 + 180,0540 - 24,0000)\ 0,05158$$
$$+ 8,0000 - 161,4462$$
$$= 366,7757 + 8,0000 - 161,4462 = 213,33 \text{ Mark.}$$

Anmerkung 1. In Cotta's „Entwurf einer Anweisung zur Waldwerthberechnung", 1818, S. 46, ist der Bodenwerth in einem Zahlenbeispiel nach einer Regel berechnet, welcher (mit Unterstellung der Zinseszinsrechnung) die Formel

$$\frac{A_u}{1,0p^u} + \frac{D_a}{1,0p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1,0p^q} + \frac{\frac{A_u}{1,0p^u} + \frac{D_a}{1,0p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1,0p^q}}{1,0p^u - 1} - (c+V)$$

entspricht. Man erhält dieselbe, wenn man die Jetztwerthe der in der ersten Umtriebszeit erfolgenden Einnahmen einzeln, die Jetztwerthe der vom zweiten Umtriebe an erfolgenden Einnahmen summarisch berechnet, beide Größen addirt und hiervon die einmaligen Culturkosten sowie das Capital der jährlichen Kosten abzieht. Cotta nimmt also an, daß nur einmal, zu Anfang der ersten Umtriebszeit, cultivirt wird und daß von da an die Verjüngung auf natürlichem Wege ohne künstliche Beihülfe stattfindet. Die Regel, nach welcher die „Anleitung zur Waldwerthberechnung, verfaßt vom Kgl. Preuß. Ministerial-Forstbureau", 1866, den Bodenwerth berechnet, weicht von der Cotta'schen nur in soweit ab, als sie unterstellt, daß die Ausgabe für Cultur in allen folgenden Umtriebszeiten wiederkehrt. Die bezügliche Formel lautet:

$$\frac{A_u}{1,0p^u} + \frac{D_a}{1,0\,p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1,0p^q} - c + \frac{\frac{A_u}{1,0p^u} + \frac{D_a}{1,0\,p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1,0p^q} - c}{1,0p^u - 1.} - V$$

Die Zahl der Divisionen bezw. Multiplicationen, welche bei ihr auszuführen sind, ist um 1 größer als bei der oben (S. 37) angegebenen Formel

$$\frac{A_u + D_a\ 1,0p^{u-a} + \cdots + D_q\ 1,0p^{u-q} - c}{1,0p^u - 1} - (c + V),$$

weshalb letztere für den praktischen Gebrauch den Vorzug verdient.

Anmerkung 2. Legt man der Berechnung des Boden-Erwartungswerthes nicht die gegenwärtigen (bez. die Durchschnittspreise der letztvergangenen Jahre), sondern die künftigen Preise zu Grunde, und leitet man diese aus jenen mittelst des Preissteigerungs-Procentes t nach den Regeln der Zinseszinsrechnung ab, so ergibt sich mit dem Discontirungs-Procent (p + t) folgende Formel des Boden-Erwartungswerthes:

$$[A_u\ 1,0t^u + D_a\ 1,0t^a\ .\ 1,0\ (p+t)^{u-a} + \cdots + D_q\ 1,0t^q\ .\ 1,0\ (p+t)^{u-q}$$
$$- c\ 1,0t^u] : [1,0\ (p+t)^u - 1,0\,t^u] - \left(c + v\,\frac{1,0t}{0,0p}\right)$$

3) Allgemeines über die Größe des Boden-Erwartungs-werthes.

A. Umstände, von welchen die Größe des Boden-Erwartungswerthes abhängt.

Abgesehen von der absoluten Größe der Einnahmen und Ausgaben wird die Größe des Boden-Erwartungswerthes bedingt:

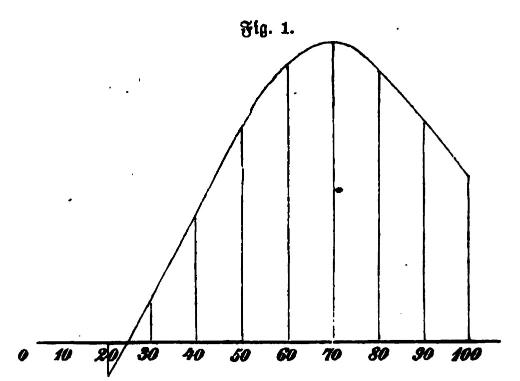
a) Durch die Länge der Umtriebszeit. Da das Holz in den ersten Bestandsaltern meist gar keinen Verkaufswerth besitzt, und da selbst in den nächstfolgenden Jahren, in welchen es einen solchen Werth erhält, der Erlös nicht einmal die Erntekosten deckt, so kann der Boden-Erwartungswerth, berechnet für sehr niedrige (jedoch in Praxi nicht gebräuchliche) Umtriebszeiten, nicht blos Null werden, sondern sogar negativ ausfallen. Mit dem Wachsen der Umtriebszeit steigt der Gebrauchswerth des Holzes, und es wird dann der Boden-Erwartungswerth positiv; er nimmt anfangs langsam, später rascher zu, erreicht ein Maximum und sinkt von da an langsamer als er gestiegen ist. Ein zweites Maximum tritt in dem (übrigens nicht häufig vorkommenden) Falle ein, wenn den stärkeren Holzsortimenten mit der Erlangung gewisser Dimensionen plötzlich eine bedeutende Werthssteigerung zu Theil wird.

Der Aufwand an Culturkosten nimmt mit der Länge der Umtriebszeit ab, jedoch nicht in dem Maße, um auf die Größe der Bodenwerthe bei höheren Umtriebszeiten einen hervorragend günstigen Einfluß ausüben zu können. Die Verminderung des Culturkostencapitals ist nämlich der Länge der Umtriebszeit nicht direct proportional, wie sich aus folgender Zusammenstellung, welche für $c = 1$ und einen Zinsfuß von 3 % entworfen ist, ergibt.

Umtriebszeit u	Culturkosten-Capital $\frac{c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}$
10	3,9077
20	2,2405
30	1,7006
40	1,4421
50	1,2955
60	1,2044
70	1,1446
80	1,1037
90	1,0752
100	1,0549

Die nachstehende Curve (Fig. 1.) stellt die Größe der Bodenwerthe für die in Anlage A verzeichneten Erträge und Umtriebszeiten graphisch dar.

Fig. 1.



Darstellung der Boden=Erwartungswerthe für die Umtriebszeiten von 20 bis 100 Jahren. p = 3.

Die Bodenwerthsberechnung wurde mit einem Zinsfuß von 3 % und mit der Unterstellung ausgeführt, daß die Ausgaben nur in den Culturkosten (24 Mark) und den jährlichen Kosten (3,6 Mark) bestehen. Die Abscissen bezeichnen die Umtriebszeiten, die Ordinaten die entsprechenden Bodenwerthe. Es kommt hier nur 1 Maximum (im 70. Jahre) vor.

Um die Curve für Umtriebszeiten unter 20 Jahren ausführen zu können, müßten die Gelderträge für diesen Zeitraum bekannt sein, welche jedoch unsere Ertragstafel nicht angibt. Für $u = 0$ (wenn man den Boden brach liegen läßt) ist der Boden=Erwartungswerth gleich dem negativen Capitalwerth der jährlichen Kosten oder wenigstens der Steuern, weil die Verwaltungs= und Schutzkosten hier unter Umständen wegfallen können. Für $u = 1$ würde zu jenem Capital noch dasjenige der Culturkosten kommen, welches, wenn man $c = 24$ Mark setzt, 824 Mark beträgt. Frühzeitig eingehende Nebennutzungen können bewirken, daß der Boden=Erwartungswerth auch schon dann positiv wird, wenn der Holzertrag die Erntekosten noch nicht deckt.

b) Durch die Größe des Zinsfußes. Mit hohen Zinsfüßen ergeben sich niedrige, mit geringen Zinsfüßen hohe Bodenwerthe, weil der Boden=Capitalwerth aus den Zinsen, die er trägt, berechnet wird und weil dieselbe Zinsenmenge bei höherem Zinsfuße ein geringeres Capital erfordert, als bei niedrigerem Zinsfuße. Jedoch steht die Größe des Boden=Erwartungswerthes nicht genau in umgekehrtem Verhältnisse zu der Größe des Zinsfußes, sondern es findet das Steigen des ersteren in einem weit stärkeren Verhältnisse statt, als das Fallen des letzteren. So z. B. ergeben sich für die in der Anlage A verzeichneten Erträge, sowie bei einem Culturkostenaufwand von 24 Mark und einem Aufwand an jährlichen Kosten im Betrage von 3,6 Mark nachstehende Bodenwerthe:

Umtriebszeit	20	40	60	80	100
		bei 3 %			
Bodenwerth	— 40	174	341	318	203
		bei 2 %			
Bodenwerth	— 31	385	808	883	701

(Die specielle Berechnung ist aus den Tabellen B und C zu ersehen.)

c) Durch die Zeit des Eingangs der Zwischen- und Nebennutzungen. Die Jetztwerthe der Zwischennutzungen berechnen sich verhältnißmäßig viel höher, als diejenigen gleich großer Haubarkeitsnutzungen, weil bei jenen der Discontozeitraum ein kürzerer ist. So z. B. ist der Wiederholungswerth einer Zwischennutzung, welche zum ersten Male im 30. Jahre, dann aber alle 100 Jahre eingeht, bei Unterstellung eines Zinsfußes von 3 % fast 8 mal größer, als der Wiederholungswerth einer Haubarkeitsnutzung von gleichem Betrage, welche alle 100 Jahre erfolgt. Man kann daher durch Ansatz frühzeitiger Durchforstungen die Bodenwerthe bedeutend steigern; doch übersehe man nicht, daß die geringeren Sortimente, welche die Durchforstungen in jüngeren Beständen ergeben, nur bei guten Holzpreisständen absetzbar sind. — Frühzeitig vorgenommene Nebennutzungen wirken in gleichem Grade auf die Bodenwerthe ein.

d) Durch die Zeit der Verausgabung der Productionskosten. Was eben über die Zwischen- und Nebennutzungen bemerkt worden ist, gilt im entgegengesetzten Sinne für die Ausgaben. Frühzeitig erfolgende Ausgaben (wie z. B. die Culturkosten) tragen also verhältnißmäßig am meisten zur Verminderung der Bodenwerthe bei. Daher erlangt man auch bei Unterstellung von natürlicher Verjüngung (jedoch unter der Voraussetzung, daß nicht bedeutende Nachbesserungen nothwendig werden) mitunter höhere Bodenwerthe, als bei künstlicher Verjüngung, obgleich die letztere eine Abkürzung der Umtriebszeit ermöglicht (weil die nicht unter dem Schatten von Mutterbäumen erwachsenden Bestände, namentlich Pflanzungen, rascher erstarken).

B. Eintritt des Maximums des Boden-Erwartungswerthes.

a) Einfluß des Zinsfußes. Unter sonst gleichen Verhältnissen variirt das Eintreffen des Bodenwerth-Maximums nach Maßgabe des der Rechnung unterlegten Zinsfußes, indem eine Erniedrigung des letzteren die Culmination hinausschiebt. So erfolgt das Maximum des Boden-Erwartungswerthes bei 4 % im 60., bei 3 % im 70., bei 1 % im 80. Jahre, wie nachstehende Zusammenstellung zeigt.

Umtriebszeit Jahre	Bodenwerth, berechnet für einen Zinsfuß von 4 %	3 %	1 %	
50	125	277	1748	Mark
60	**144**	341	2380	"
70	139	**363**	2869	"
80	104	318	**2943**	"
90	71	268	2930	"

b) Im Uebrigen bewirken die unter A, c) und d) angegebenen Mittel zur Steigerung des Bodenwerthes auch eine Beschleunigung des Eintritts des Bodenwerth=Maximums, also z. B. frühzeitige Vornahme von Zwischen= nnd Nebennutzungen, Verminderung der Culturkosten ꝛc. Letztere können als negative Einnahme angesehen werden; sie haben also die nämliche Wirkung wie die Zwischen= und Nebennutzungen, nur im entgegengesetzten Sinne. Jedoch ist der Einfluß, welchen die vorgedachten Momente auf die Culmination des Bodenwerthes ausüben, viel geringer als derjenige des Zinsfußes[1]).

4) Würdigung der Methode des Boden=Erwartungswerthes.

Die Methode des Erwartungswerthes lehrt den Waldbesitzer die Größe desjenigen Capitals kennen, welches ihm beim Ausleihen zu dem der Waldwerthrechnung unterlegten Zinsfuß ein den Reinerträgen des Waldes gleichkommendes Einkommen liefert. Sie ist die einzige, welche den wahren wirthschaftlichen Werth des Bodens angibt, weil sie sich auf die Productionsfähigkeit des letzteren gründet, setzt aber, um richtige Resultate zu liefern, voraus:

A. Daß man alle von dem betreffenden Boden zu erwartenden Einnahmen, nebst den auf letzteren ruhenden Ausgaben kennt. Diese Bedingung wird jedoch, wenigstens bezüglich der Einnahmen, selten genau erfüllt werden können:

a) weil es in der Regel an localen Holz= und Geldertragstafeln fehlt, die Aufstellung derselben aber zeitraubend, schwierig und kostspielig ist und insbesondere bei kleinen Flächen, wegen des relativ geringen Werthes der letzteren, sich nicht lohnt, weshalb man häufig genöthigt ist, die Werthsberechnung auf Ertragstafeln zu stützen, welche für eine andere Oertlichkeit mit anderen Holzwachsthums= und Preisverhältnissen gelten;

---

1) v. Seckendorff: Beiträge zur Waldwerthrechnung und zur forstlichen Statik. Supplemente zur Allg. Forst= und Jagd=Zeitung von 1868, IV. Band, 3. Heft, S. 151 ff. Einen umfassenden Nachweis des Einflusses der Kosten und Erträge auf die Culmination des Boden=Erwartungswerthes hat J. Lehr S. 128 des von dem Verfasser herausgegebenen Handbuchs der forstlichen Statik geliefert.

b) weil die Auswahl der einer gewissen Lokalität entsprechenden Ertragstafel in dem Falle, daß der Boden unbestockt oder nur mit jungem Holze oder lückig bestanden ist, nicht mit Zuverlässigkeit bewerkstelligt werden kann.

B. Daß man zur Berechnung der Jetztwerthe der Einnahmen und Ausgaben den richtigen Zinsfuß anwendet, dessen Ermittlung, wie sich aus dem II. Capitel des „Vorbereitenden Theils" ergibt, mit großen Schwierigkeiten verbunden ist.

C. Daß die durch die Rechnung gefundene Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes auch eingehalten bezw. eingeführt werden kann, ohne daß der Preis des Holzes sinkt. Dies wird in der Regel nur dann der Fall sein, wenn nicht seither in dem Absatzgebiet, auf welches sich die Bodenwerthsberechnung bezieht, höhere Umtriebszeiten eingehalten wurden, oder wenn die Fläche, auf welcher die berechnete Umtriebszeit eingeführt werden soll, eine geringe Ausdehnung besitzt.

Aus Vorstehendem ergibt sich, daß der Maximalbetrag des Boden-Erwartungswerthes bei größeren Flächen so lange überhaupt nicht genau bestimmt werden kann, als noch ein schwankendes Verhältniß zwischen den thatsächlich eingehaltenen und den am besten rentirenden Umtriebszeiten besteht.

Trifft die Umtriebszeit, für welche der größte Boden-Erwartungswerth sich berechnet, ein Bestandsalter, in welchem das Holz zu schwache Sortimente liefert und deshalb in größerer Menge entweder gar nicht oder nur zu geringeren als den seitherigen Preisen absetzbar ist, so muß die Rechnung mit den nächst höheren Umtriebszeiten, bei welchen die ganze Holzernte verwerthet werden kann und mit den bei diesen Umtriebszeiten realisirbaren Preisen wiederholt werden. Der größte von den hierbei sich ergebenden Werthen ist dann als das wahrscheinliche Maximum des Boden-Erwartungswerthes anzunehmen, und er wird dies auch so lange bleiben, als die angrenzenden Waldungen die Umtriebszeit nicht geändert haben. Tritt jedoch dieser Fall ein, so ändert sich auch der Boden-Erwartungswerth. Letzterer ist daher keine constante Größe, sondern er ändert sich mit den Holzpreisen, außerdem aber auch mit der Waldbehandlungsweise 2c.

Zur Geschichte der Theorie des Boden-Erwartungswerthes.

Im Jahre 1801 wurde im II. Bande der Zeitschrift Diana (S. 127) eine an v. Burgsdorf gerichtete Zuschrift[1]) zweier Preuß. Feldjäger, Bein und Eyber, veröffentlicht, in welcher dieselben einige Fragen der Waldwerthrechnung aufwarfen.

1) Sie führt den Titel: Verschiedene, die Bestimmung des Werthes eines zu veräußernden Waldes betreffende Bedenklichkeiten.

Nördlinger und Hoßfeld nahmen hieraus Veranlassung, im III. Bande der Diana (1805) ihre bez. Ansichten auszusprechen, und legten hierdurch den Grund zu der heutigen Waldwerthrechnung. Hoßfeld insbesondere gab für die Werthsberechnung Vorschriften (a. a. O. S. 436), welche, auf den Boden angewandt, ganz präcis zur Ermittlung des Boden-Erwartungswerthes führen. In den zur Erläuterung seines Verfahrens mitgetheilten Beispielen berechnete er jedoch nur Waldwerthe, während die von Nördlinger gewählten Beispiele sich nur auf den Werth von solchem Waldboden beziehen, dessen Bestände mit dem jährlichen Betriebe bewirthschaftet werden sollen.

Die erste, mit Unterstellung des aussetzenden Betriebes geführte (und in allen ihren Theilen richtige) Berechnung des Erwartungswerthes eines nackten Waldbodens finden wir in König's „Anleitung zur Holztaxation", 1813, S. 257. Drückt man die Zahlen in dem von König berechneten Beispiele durch algebraische Zeichen aus, so erhält man folgende Formel:

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \left(c + \frac{v}{0{,}0p}\right).$$

König unterstellt also den Fall, daß nur einmal, im Beginn der ersten Umtriebszeit, cultivirt werde und daß die Verjüngung von der zweiten Umtriebszeit an kostenlos (also etwa auf natürlichem Wege und ohne Nachbesserungen) erfolge.

Faustmann stellte in der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1849, S. 443, auf Grundlage streng wissenschaftlicher Entwicklungen die Formel

$$\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{v}{0{,}0p}$$

auf, welche für den Fall gilt, daß der Culturkostenaufwand sich alle u Jahre in gleicher Größe wiederholt.

Eine noch allgemeinere Formel des Boden-Erwartungswerthes wäre (s. S. 35):

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c'}{1{,}0p^u - 1} - \left(c + \frac{v}{0{,}0p}\right),$$

welche voraussetzt, daß der ursprüngliche Culturkostenaufwand von demjenigen in den folgenden Umtriebszeiten verschieden ist.

Neben den vorstehenden richtigen Formeln hat die forstliche Literatur auch einige unrichtige aufzuweisen. Zu diesen gehört u. a. die Formel von G. L. Hartig[1]). Sie lautet:

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u\,.\,0{,}0p} - \left(c + \frac{v}{0{,}0p}\right).$$

Ihr Fehler beruht darin, daß sie die Jetztwerthe der Erträge nach den Regeln der einfachen Zinsrechnung ermittelt[2]) und dazu noch die Vornutzungen gerade so behandelt, als ob dieselben gleichzeitig mit der Haubarkeitsnutzung eingingen.

---

1) Anleitung zur Berechnung des Geldwerthes eines 2c. Forstes, 1812, S. 18 bis 20 und S. 11, Ziff. 5. — Anweisung zur Taxation 2c. der Forste, 3. Aufl., 1813, 1. Theil, S. 180 und S. 178, III. — Die Forstwissenschaft nach ihrem ganzen Umfange, 1831, S. 270—271 und S. 268.

2) Betrachtet man A_u als die u maligen einfachen Zinsen des Capitals K, so ist

Uebrigens läßt sich die Hartig'sche Formel auch mittelst der Zinseszinsrechnung deuten, wobei das Maß ihrer Unrichtigkeit noch klarer hervortritt. Es stellt nämlich, wie wir im III. Capitel zeigen werden,

$$\frac{A_u + D_a + \cdots D_q - c}{u \,.\, 0{,}0p} - \frac{v}{0{,}0p}$$

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots D_q}{u \,.\, 0{,}0p} - \frac{\left(\frac{c}{u} + v\right)}{0{,}0p}$$

den capitalisirten durchschnittlich-jährlichen Waldreinertrag, d. h. den Waldwerth einer normalen Betriebsklasse vor. Die Hartig'sche Formel gibt also annähernd (nicht ganz, wegen der verschiedenen Verrechnungsweise von c) den Werth des bloßen Bodens plus demjenigen des normalen Vorrathes an; sie muthet mithin dem Käufer zu, den Werth einer Reihe von Holzbeständen zu bezahlen, welche auf der zu erwerbenden Fläche gar nicht vorhanden sind. Um die Größe des möglichen Fehlers zu veranschaulichen, wollen wir nachstehend ein von Hartig selbst aufgestelltes Beispiel einmal nach dessen Formel, zum Andern nach dem richtigen Verfahren behandeln.

Es sei $u = 100$, $A_{100} = 74$, $D_{60} = 4$, $D_{80} = 10$, $c = 5$, $p = 8$ (die jährlichen Kosten zieht Hartig in dem vorliegenden Beispiele nicht in Betracht), so ist der Boden-Erwartungswerth einschließlich des Capitals der jährlichen Kosten nach der Hartig'schen Formel

$$= \frac{74 + 4 + 10}{100 \,.\, 0{,}08} - 5 = 6$$

während er nach der richtigen Formel

$$\frac{74 + 4 \,.\, 1{,}08^{40} + 10 \,.\, 1{,}08^{20}}{1{,}08^{100} - 1} - 5 = -\,4{,}90563$$

sein würde.

Auch die (neuerdings außer Anwendung gesetzte) Bayerische Instruction für die „Werthsbestimmung des zu den Eisenbahnbauten abzutretenden Waldbodens", vom 3. März 1857 (Forstliche Mittheilungen, 1858, II. Band, 4. Heft, S. 91) veranschlagt den Werth des nackten Waldbodens nach dem capitalisirten Durchschnittsertrag und beachtet unter den Ausgaben sogar nur die „Gewinnungskosten".

Die „Anleitung zur Waldwerthberechnung, verfaßt vom Königl. Preuß. Ministerial-Forstbureau", 1866, berechnet (§. 9 und §. 23) den Werth einer holzleeren Fläche dann nach der Hartig'schen Formel, wenn „das zu veräußernde Grundstück einem vorhandenen Waldcomplex angefügt wird, welcher eine genügende Menge schlagbaren Holzes enthält, so daß der Einschlag in demselben

---

$$K \cdot \frac{p}{100} \cdot u = A_u\,;\ \text{hieraus}\ K = \frac{A_u \,.\, 100}{u \cdot p} = \frac{A_u}{u \,.\, 0{,}0p}.$$

Daß die einfache Zinsrechnung bei Waldwerthrechnungen nicht angewendet werden darf und insbesondere bei der Bestimmung des Capitalwerthes immerwährender Renten zu ganz unannehmbaren Resultaten führt, wird in Note 1 (am Schlusse der vorliegenden Schrift) ausführlich nachgewiesen werden.

sich entsprechend verstärken läßt und demgemäß die jährliche Holzproduction der hinzutretenden Fläche durch den zu verstärkenden Einschlag in den Beständen des vorhandenen Waldes sofort nutzbar gemacht werden kann". Gegen diese Regel läßt sich einwenden, daß es des Hinzutretens einer Blöße zu einem Waldcomplex nicht bedarf, um die schlagbaren Hölzer zur Nutzung zu bringen, daß also der Vortheil, welcher hier aus der rechtzeitigen Ernte einer gewissen Menge haubaren Holzes abgeleitet wird, von der Vermehrung der productiven Fläche unabhängig ist und somit auch nicht der hinzutretenden Fläche angerechnet werden darf. Nach einer Anmerkung zu §. 9 zu schließen, macht die „Anleitung ꝛc." von der Hartig'schen Formel jedoch auch schon dann Gebrauch, wenn der Waldcomplex, mit welchem die holzleere Fläche vereinigt werden soll, nur eben dasjenige Quantum schlagbaren Holzes besitzt, welches eine normale Betriebsclasse aufzuweisen hat[1]). Auch Jäger[2]) und Bose[3]) sind der Ansicht, daß in diesem Falle für die fr. Fläche ein höherer Werth als derjenige, welcher dem aussetzenden Betrieb entspricht, gerechnet werden könne. Erwägt man jedoch, daß

a) wenn die Betriebsclasse mit der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes bewirthschaftet wird, der Vorausbezug des Zuwachses der hinzutretenden holzleeren Fläche nur dadurch erfolgen kann, daß ein Theil der vorhandenen Bestände schon vor dem normalen Haubarkeitsalter, also mit Verlust genutzt wird;

b) wenn der Umtrieb ein höherer ist, der vorhin erörterte Fall vorliegt, so gelangt man zu dem Schlusse, daß eine holzleere Fläche durch ihre Vereinigung mit einer normalen Betriebsclasse nicht etwa deswegen einen höheren Werth gewinnen kann, weil es möglich sei, ihren Zuwachs sofort in dem älteren Holze der Betriebsclasse zu beziehen.

Wenn der Werth von kleineren Waldgrundstücken durch den Anschluß an eine Betriebsclasse häufig steigt, so beruht dies auf ganz anderen Gründen als denjenigen, welche von den vorerwähnten Autoren geltend gemacht wurden. Siehe hierüber S. 4, Ziffer 2. Wären die daselbst aufgeführten Vortheile nicht vorhanden, so würde die Wiederherstellung der durch den Zutritt einer Blöße gestörten Normalität einer Betriebsclasse sogar mit Verlust verbunden sein[4]).

---

1) In analoger Weise berechnet Pfeil (Kritische Blätter, 1841, 16. Band, 2. Heft, S. 77, und Forsttaxation 3. Auflage, 1858, S. 387) den Werth einer Fläche, welche von einer normalen Betriebsclasse getrennt wird, nach dem capitalisirten Durchschnittsertrage. Pfeil verlangt also, daß der Käufer jener Fläche nicht blos den Werth des Boden's, sondern auch denjenigen des normalen Vorraths bezahle, obgleich dieser im Besitze des Verkäufers bleibt.

2) Die Land- und Forstwirthschaft des Odenwaldes, 1843, S. 338.

3) Beiträge zur Waldwerthberechnung, 1863, S. 119.

4) Faustmann: Berechnung des Werthes, welchen Waldboden sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirthschaft besitzen. Allgem. Forst- und Jagd-Zeitung, Jahrg. 1849, S. 454—455. Derselbe: Der aussetzende und nachhaltige Betrieb in Beziehung zur Waldwerthberechnung und Erörterung der Frage, ob der Werth einer isolirten Waldparcelle durch ihre Verbindung mit einem größeren

Diesen Verlust V hätte man in folgender Weise zu ermitteln. Man berechnet

a) den Wald-Erwartungswerth W der normalen Betriebsclasse,

b) den Boden-Erwartungswerth ^{u}B der Blöße,

c) den Wald-Erwartungswerth W_1, welcher sich für die Betriebsclasse nach Hinzufügung der Blöße unter Zugrundelegung eines den Uebergang in den Normalzustand regelnden Wirthschaftsplanes ergibt.

Hiernach findet man $V = W + {}^{u}B - W_1$. (Die Berechnung der Wald-Erwartungswerthe wird in Cap. III gelehrt werden.)

In analoger Weise kann aber auch ein Verlust V_1 dadurch entstehen, daß von einer normal beschaffenen Betriebsclasse ein Theil abgetrennt wird. Die Berechnung von V_1 wird m. m. nach dem obigen Verfahren ausgeführt.

Ist die Fläche der Blöße im Verhältniß zur Fläche der ganzen Betriebsclasse unbedeutend, so fällt V bezw. V_1 selbstverständlich sehr klein aus und kann dann vernachlässigt werden.

Bei einer abnorm beschaffenen Betriebsclasse hängt es von deren Zustand ab, ob durch Hinzufügung oder Abtrennung eines Waldtheils die Herstellung des Normalzustandes verzögert oder beschleunigt wird, und ob hiernach ein Verlust oder Gewinn sich ergibt. Die Rechnung ist wieder nach der vorstehenden Anleitung zu führen; nur hat man, wenn der hinzukommende oder ausscheidende Waldtheil bestockt ist, statt des Boden-Erwartungswerthes den Wald-Erwartungswerth zu setzen.

III. Ermittlung des Boden-Kostenwerthes insbesondere.

1) Begriff.

Unter dem Boden-Kostenwerth hat man die Summe der Ausgaben zu verstehen, welche zur Erlangung eines culturfähigen Bodens aufzuwenden sind. Diese Ausgaben können bestehen:

a) in dem Capitale, welches zum Ankauf oder zur Herstellung des Bodens erforderlich ist;

b) in den Kosten der Urbarmachung;

c) in den Interessen, welche an den unter a) und b) genannten Kosten bis zur Zeit der Culturfähigkeit des Bodens erwachsen.

Beispiel 1. Man habe durch Anlage eines Dammes in einem Flusse im Laufe von 10 Jahren eine Alluvion von 4 Hectar hergestellt und für den Bau des Dammes 600 Mark, für die jährliche Unterhaltung desselben 12 Mark verausgabt. Wie hoch stellt sich der Kostenwerth eines Hectar dieser Fläche? Zinsfuß = 3 %.

Antwort: $\left[600 \cdot 1{,}03^{10} + \frac{12}{0{,}03}(1{,}03^{10} - 1)\right] : 4$

$= [806{,}34 + 137{,}56] : 4 = 235{,}97$ Mark.

Nachhalts-Compler sich ändert. Daselbst, Jahrg. 1865, S. 41. — v. Seckendorff: Ueber den Verlust, welcher durch Zufügung einer Blöße zu einer normalen Betriebsclasse entsteht. Daselbst, Jahrgang 1870, S. 89.

Beispiel 2. Ein Hectar Ortsteingrundes, welcher bisher nur zu einer magern Weide benutzt werden konnte, koste beim Ankauf 60 Mark. Der Ortstein wird in Streifen von 2,5 Meter Breite, mit Belassung eines ebenso großen unbearbeiteten Zwischenraums, herausgebrochen, wofür der Käufer 120 Mark pro Hectar zahlt. Nach Ablauf eines Jahres kann der Boden mit Holz cultivirt werden. Wie hoch berechnet sich der Kostenwerth bei einem Zinsfuß von 3%?

Antwort: (60 + 120) 1,03 = 185,40 Mark.

2) Würdigung dieser Methode der Werthsermittlung.

Man veranschlagt den Werth des Bodens nach dem Kostenwerth:

a) Wenn der Verkäufer denjenigen Preis feststellen will, zu welchem er eine Bodenfläche ablassen kann, falls ihm mindestens die aufgewendeten Kosten vergütet werden sollen.

b) Wenn der wirthschaftliche Nutzeffect der auf einen Boden verwendeten Capitalanlage ausfindig gemacht werden soll, wie z. B. durch die Berechnung der Kostenpreise des Holzes (siehe Angew. Th., II. Cap. I., 2.).

c) Wenn die von dem betr. Boden zu erwartenden Erträge nicht mit Zuverlässigkeit zu ermitteln sind, weil man keine Erfahrungen über die Ertragsfähigkeit desselben besitzt.

Da der wahre wirthschaftliche Werth des Bodens sich nur aus den von demselben zu erwartenden Erträgen ergibt, so folgt hieraus, daß der als Kostenwerth berechnete Bodenwerth mehr oder weniger von dem wahren Bodenwerth abweichen kann.

IV. Ermittlung des Boden-Verkaufswerthes insbesondere.

1) Begriff.

Unter dem Verkaufswerthe eines Bodens hat man denjenigen Werth zu verstehen, welchen dieser Boden nach Maßgabe bekannter Bodenverkäufe besitzt.

2) Würdigung dieser Methode der Werthsermittlung.

A. Der als Verkaufswerth bestimmte Bodenwerth kann nur dann als der wahre wirthschaftliche Werth des Bodens angesehen werden:

a) Wenn die der Werthsbestimmung zu Grunde gelegten Verkaufspreise mit den nach der Methode der Erwartungswerthe ermittelten übereinstimmten.

b) Wenn bei der Werthsbestimmung der abzuschätzenden Flächen die etwaige Verschiedenheit, welche zwischen ihrer Bonität und derjenigen der verkauften Flächen besteht, in Rechnung genommen worden ist.

Die Proportionirung des Bodenwerths nach Maßgabe der Bonität ist indessen keineswegs so einfach, als sie auf den ersten Anblick scheinen

möchte, weil dieselbe nicht blos die Kenntniß der absoluten Größe der Erträge, sondern auch die Reduction derselben auf einen gemeinschaftlichen Zeitpunkt, z. B. die Umtriebszeit oder die Gegenwart, voraussetzt. Ist man aber im Stande, diese Bedingung zu erfüllen, so kann man auch ebenso leicht den Erwartungswerth direct berechnen.

In manchen Gegenden, in welchen geringer Feldboden häufig zur Waldwirthschaft gezogen wird, hat sich ein Marktpreis für solchen Boden gebildet, ohne daß die Käufer und Verkäufer eine richtige Vorstellung von dem forstlichen Productionsvermögen dieses Bodens gehabt hätten. Die bezahlten Preise entsprechen dann in der Regel dem landwirthschaftlichen Werthe des Bodens. Man kann annehmen, daß sie um so weiter von dem forstwirthschaftlichen abweichen, je mehr der Boden zur Agricultur sich eignet, weil gutes Feld gewöhnlich höher rentirt, als Wald.

Nach Burckhardt (Waldwerth 1860, S. 13) zahlt man im Königreich Hannover „für größere Heidflächen (Kiefernboden) behufs forstlicher Unternehmungen nach Umständen 9 bis 12, auch 15, seltener 18 Thlr. pro Hannover. Morgen (103; 137; 172; 206 Mark pro Hectar); Bodenankäufe von 20 bis 30 Thlrn. (229 bis 344 Mark pro Hectar) setzen schon Besseres voraus, und 40 bis 50 Thlr. (458 bis 573 Mark pro Hectar) wird man für forstliche Unternehmungen wohl selten, oder nur für recht gute Gründe und unter Voraussetzung einträglicher Nutzholzwirthschaft anlegen können und wollen."

Nach Bose (Beiträge ꝛc., 1863, S. 160) „kann man die durch zahlreiche Verkäufe erzielten Bodenpreise in den Gegenden des Großherzogthums Hessen, in welchen der Preis für 1 Hess. Kubikfuß Buchen-Scheitholz 3—4 Kreuzer beträgt, für Boden mittlerer Güte zu 30 fl. für den Gr. Hess. Morgen (206 Mark pro Hectar) annehmen."

Preßler (Rat. Waldw. 1859, II, S. 78): „Nach den in der Neuzeit stattgefundenen Verkäufen zu schließen, dürfte man in den cultivirteren Theilen Deutschlands den absoluten Waldboden pro östr. Joch wohl mit 30—50 und also durchschnittlich mit 40 Thalern (156; 260; 208 Mark pro Hectar) abzuschätzen haben. Doch ist das nach den dermaligen Weisen und Preisen der Holzwirthschaft durchaus nicht als sein dermalig richtiger Holzproductionswerth anzusehen. Denn er müßte etwa $1^1/_2$ Thlr. (7,82 Mark pro Hectar) Bodenrente gewähren, eine Rente, welche dermalen die beste Wirthschaft kaum dem besten Boden bei hohem Umtriebe abzuringen vermag! ... Wir dürfen dem rechnenden Gutsbesitzer nicht verschweigen, daß bei der unvermeidlich hohen Kostspieligkeit der Holzproduction im Verhältniß zu deren Erträgen, namentlich dort, wo jüngere Bestände wenig Absatz finden, der richtige Finanzwerth des absoluten Holzbodens sich sehr niedrig stellt, und von seinen Besitzern vielfach überschätzt wird. Manchmal dürfte derselbe mit 20 Thlrn. pro Joch (104 Mark pro Hectar) noch zu hoch abgeschätzt und bezahlt sein."

Nach Donner (zweite Auflage des v. Hagen'schen Werkes: Die forstlichen Verhältnisse Preußens, 1883, I, S. 123) wurden von der Preuß. Staatsregierung während der Jahre 1867—1881 38329 Hectar angekauft und hierfür sowie für die Aufforstung 7292072 Mark verausgabt. Donner bemerkt hierzu: „Diese Summe schloß den Kaufpreis für die mit angekauften, meist jüngeren

Holzbestände, ferner für einzelne Gebäude ein; auch ist zu berücksichtigen, daß für werthvollere Enclaven verhältnißmäßig hohe Preise angelegt werden mußten. Für das Gros der Ankäufe wird, wenn nur der Grund und Boden in Betracht kommt, mit Einschluß der Aufforstungskosten ein Preis von 200 Mark pro Hectar als ausreichend zu erachten sein.“ Rechnet man pro Hectar 60 Mark Aufforstungskosten (das Mittel aus den Kosten für die Pflanzung einjähriger Kiefern mit dem Keilspaten und vierjähriger verschulter Fichten mit der Hacke), so würde sich hiernach der Preis des nackten Bodens durchschnittlich auf 140 Mark stellen.

Könnte man annehmen, daß der Preis des Holzes seither jährlich um $1^1/_2$ Procent gestiegen und daß der Werth des Waldbodens in demselben Verhältniß gewachsen sei, so würde anstatt der von Burckhardt angegebenen Zahlen

103; 137; 172; 206; 229; 344; 458; 573

zu setzen sein:

145; 193; 242; 290; 322; 484; 645; 807;

anstatt der von Bose angegebenen Zahl

206

zu setzen sein:

277;

anstatt der von Preßler angegebenen Zahlen

156; 260; 208; 104

zu setzen sein:

223; 372; 297; 149.

B. Wie sich aus dem Vorhergehenden ergibt, werden die Bedingungen zu einer richtigen Bestimmung des wirthschaftlichen Bodenwerthes nach dem Verkaufswerthe nur selten vorhanden sein. Man wird daher von dieser Methode nicht häufig Gebrauch machen können; sie dürfte sich überhaupt nur in folgenden Fällen empfehlen:

a) Wenn die Abschätzung des Bodenwerthes mit dem geringsten Kostenaufwande bewerkstelligt werden soll, also z. B. wenn die abzuschätzende Fläche eine geringe Ausdehnung besitzt.

b) Wenn die Werthsbestimmung aus Veranlassung einer Expropriation (Zwangsenteignung zu Zwecken des öffentlichen Wohls) stattfindet, weil es sich in diesem Falle mehr darum handelt, den ortsüblichen Preis des Bodens, als den wahren forstwirthschaftlichen Werth desselben zu ermitteln. Jedoch dürfte auch bei Expropriationen die Methode der Verkaufswerthe nur dann angewendet werden, wenn eine hinreichend große Zahl von Verkäufen vorliegt, so daß sich aus diesen ein Durchschnittspreis ermitteln läßt, in welchem etwa vorgekommene Affectionspreise nur einen verschwindend kleinen Einfluß ausüben können.

Alle Expropriationsgesetze verlangen, daß volle Entschädigung geleistet werde. Wenn nun der zu Entschädigende nachzuweisen im Stande ist, daß er sein Gut zu jeder Zeit um einen gewissen Preis verkaufen kann, so muß ihm der letztere

vergütet werden, auch wenn auf Grundlage der forstlichen Erträge ein anderer Preis sich berechnet. Der Verfasser könnte einen Fall namhaft machen, in welchem die Gerichtsbehörde den durch eine forstliche Expertise ermittelten Erwartungswerth nicht gelten ließ, sondern demselben den Verkaufswerth substituirte. Die juristische Literatur weist aber auch Beispiele dafür auf, daß die Bemessung der Entschädigung nach dem Kaufpreis verworfen und die „Ertragsfähigkeit" des Areals als Anhaltspunkt für die Ermittlung des Werthes gewählt wurde[1]).

II. Capitel.

Ermittlung des Bestandswerthes.

I. Methoden der Werthsermittlung.

Die Bestandswerthe können ermittelt werden:

1) Nach dem Erwartungswerthe,
2) nach dem Kostenwerthe,
3) nach dem Verkaufswerthe.

Die Werthsbestimmung kann sich erstrecken auf ganze Bestände oder auf Theile derselben, wie einzelne Bäume, Sortimentsmaße und Zuwachse. Von Interesse ist auch die Berechnung des Werthes eines Complexes von Beständen, welche eine normale Altersstufenfolge zusammensetzen. Dieser Werth des „normalen Vorrathes" läßt sich auch als Rentirungswerth bestimmen, jedoch nur in dem Falle, wenn der Bodenwerth als Erwartungswerth angenommen werden kann (siehe VI).

II. Ermittlung des Werthes ganzer Bestände.

1) Ermittlung des Erwartungswerthes eines Bestandes.

A. Begriff.

Der Erwartungswerth eines m jährigen Bestandes ist gleich der Summe der auf das Jahr m discontirten Werthe aller von ihm zu erwartenden Einnahmen, abzüglich der auf das Jahr m discontirten Werthe aller Kosten, welche zur Erzeugung jener Einnahmen noch aufgewendet werden müssen[2]).

---

1) Arends: Sammlung interessanter Erkenntnisse aus dem Civil-Rechte und Processe IV, 1 (1853), S. 301.

2) Bei der Ermittlung des Boden-Erwartungswerthes berechnet man die Jetztwerthe aller Erträge und Kosten auf das Jahr 0 (Null), während dieselben bei der

B. Verfahren zur Bestimmung des Erwartungswerthes eines Bestandes.

a) Berechnung des Jetztwerthes der zu erwartenden Einnahmen.

α) Haubarkeitsnutzung. Nennt man dieselbe A_u, so ist ihr Werth im Jahre m:

$$\frac{A_u}{1{,}0p^{u-m}}.$$

β) Zwischen= und Nebennutzungen. Geht eine derartige Nutzung D_n im Jahre n, wobei $n > m$, ein, so ist ihr Werth im Jahre m:

$$\frac{D_n}{1{,}0p^{n-m}} = \frac{D_n\, 1{,}0p^{u-n}}{1{,}0p^{u-m}},$$

wenn man nämlich Zähler und Nenner des Ausdrucks $\frac{D_n}{1{,}0p^{n-m}}$, um denselben mit dem obigen, für die Haubarkeitsnutzung erhaltenen, auf gleiche Benennung zu bringen, mit $1{,}0p^u$ multiplicirt.

Gehen in den Jahren o, . . ., q noch weitere Zwischen= oder Nebennutzungen $D_o, \ldots, D_q$ ein, so sind deren Vorwerthe im Jahr m:

$$\frac{D_o\, 1{,}0p^{u-o}}{1{,}0p^{u-m}}, \ldots, \frac{D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^{u-m}}.$$

b) Berechnung des Jetztwerthes der Productionskosten.

α) Jährliche Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern. Setzt man den jährlichen Betrag derselben $= v$, so ist die Summe der Jetztwerthe aller vom Jahre m bis zum Jahre u zu verausgabenden jährlichen Kosten:

$$\frac{v}{1{,}0p} + \frac{v}{1{,}0p^2} + \ldots + \frac{v}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{\frac{v}{0{,}0p}(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} = \frac{V\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}},$$

wenn man nämlich, wie früher, $\frac{v}{0{,}0p} = V$ setzt.

Bestimmung des Bestands=Erwartungswerthes auf das Bestandsalter m bezogen werden. Man beachte wohl, daß nach dem allgemeinen Grundsatz der Erwartungswerthe (s. S. 5) in dem vorliegenden Falle

a) nur diejenigen Nutzungen und Kosten in Rechnung genommen werden dürfen, welche der Bestand (nicht der Boden) vom Jahre m bis zur Haubarkeit liefert, bezw. verursacht;

β) **Bodenrente.** Da der Waldeigenthümer zur Production der Erträge A_u, D_n .... den Boden u — m Jahre lang hergeben muß, so ist die (u — m) malige Bodenrente $B \cdot 0{,}0p$ als Productionsaufwand zu verrechnen. Der Werth dieser Rente, bezogen auf das Jahr m, ist:

$$\frac{B \cdot 0{,}0p}{1{,}0p} + \frac{B \cdot 0{,}0p}{1{,}0p^2} + \ldots\ldots + \frac{B \cdot 0{,}0p}{1{,}0p^{u-m}}$$
$$= \frac{B\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

c) Hiernach ist die **Formel** für den Erwartungswerth eines Bestandes:

$$He_m = \frac{A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \ldots\ldots - (B + V)\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

Erläuterndes Beispiel. Es sei der Schadenersatz zu berechnen, auf welchen ein Waldbesitzer Anspruch zu erheben hat, dem ein 45jähriger Bestand durch ein boloser Weise angezündetes Feuer zerstört worden ist. Nach der Ansicht von Sachverständigen seien von jenem Bestande bis zu seinem auf das 70. Jahr festgesetzten Abtriebe noch folgende Erträge zu erwarten gewesen:

im Jahre . . .	50	60	70	
Zwischennutzungen	67,2	79,2	—	Mark,
Haubarkeitsnutzung	—	—	2970	„

Die jährliche Ausgabe v für Verwaltung, Schutz und Steuern ꝛc. betrage 3,6 Mark, der Bodenwerth 362,56 Mark. Die Rechnung soll mit einem Zinsfuße von 3 % geführt werden.

Offenbar muß dem Waldbesitzer der Jetztwerth aller derjenigen Nutzungen vergütet werden, welche derselbe von dem 45jährigen Bestande bis zu dessen im 70. Jahre erfolgenden Abtriebe zu erwarten gehabt hätte. Dieser Jetztwerth ist

$$\frac{A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \ldots\ldots}{1{,}0p^{u-m}} = \frac{2970 + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10}}{1{,}03^{70-45}}$$
$$= 3197{,}8068 \cdot 0{,}4776 = 1527{,}2725.$$

Sollte nun die Entschädigung hiermit ihr Bewenden haben, so würde der Waldbesitzer gewinnen, denn er würde, wenn er die Entschädigungssumme u — m = 25 Jahre lang auf Zinsen legte, nach Ablauf dieser Zeit

$$\left(\frac{A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \ldots}{1{,}0p^{u-m}}\right) 1{,}0p^{u-m} = A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \ldots\ldots = 3197{,}8086,$$

mithin eine Einnahme erhalten, welche gleich dem Haubarkeitsertrag + den auf das Jahr u = 70 prolongirten Zwischennutzungen wäre, außerdem aber den Boden noch 70 — 45 = 25 Jahre von Neuem zur Holzzucht benutzen, also

---

b) daß hiernach alle vor dem Jahre m bereits bezahlten Kosten, wie z. B. die Cultur- und die m maligen jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz ꝛc. unberücksichtigt bleiben müssen.

durch 25 Jahre hin jährlich die Bodenrente = 362,56 · 0,03 = 10,88 beziehen und zugleich die jährlichen Kosten, welche er zur weiteren Erziehung des 45jährigen Bestandes gebraucht hätte, für einen neuen Bestand verwenden können. Die Ersparniß oder der Gewinn, welchen der Waldbesitzer an der Bodenrente und den jährlichen Kosten macht, müssen also Demjenigen, welcher die Entschädigung zu leisten hat, gut geschrieben werden. Der Schadenersatz beziffert sich somit auf

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \ldots. - (B + V)\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{3197{,}8086 - (362{,}56 + 120)\,(1{,}03^{25} - 1)}{1{,}03^{25}}$$

$$= (3197{,}8086 - 482{,}56 \cdot 1{,}0938)\ 0{,}4776 = 1275{,}18 \text{ Mark.}$$

Anmerkung. Die Formel des Bestands=Erwartungswerthes unter Zugrundelegung des Boden=Erwartungswerthes.

Darf bei Berechnung des Bestands=Erwartungswerthes als Bodenwerth der Boden=Erwartungswerth ${}^uB$ angenommen werden, so ist

$$He_m = \frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \ldots. - ({}^uB + V)\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Setzt man für ${}^uB$ die Formel des Boden=Erwartungswerthes, so fallen die jährlichen Ausgaben (und Einnahmen) aus, weil sie sowohl mit positiven als mit negativen Zeichen vorkommen und sich deßhalb gegen einander streichen, und es geht für normale Bestände die Formel des Bestands=Erwartungswerthes He_m über in

$$\frac{(A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \ldots.)\,(1{,}0p^m - 1) + \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \ldots. - c\right)(1{,}0p^m - 1{,}0p^u)}{1{,}0p^u - 1}.$$

C. Allgemeines über die Größe des Bestands=Erwartungswerthes. Dieselbe hängt ab:

a) Von der Größe der zu erwartenden Einnahmen und Ausgaben, indem jene den Bestands=Erwartungswerth erhöhen, diese denselben erniedrigen.

Als Bodenwerth hat man für den Fall, daß der Boden auch fernerhin der Holzzucht gewidmet sein soll und daß die Wahl der Umtriebszeit keiner Beschränkung unterliegt, das Maximum des Boden=Erwartungswerthes anzunehmen. Denn da man den vorhandenen Bestand zu jeder Zeit abtreiben und den Boden zur Anzucht eines neuen, normalen und mit der Umtriebszeit des größten Boden=Erwartungswerthes zu behandelnden Bestandes verwenden kann, so ist auch die Rente dieses Bodenwerthes unter den Ausgaben zu verrechnen. Kann aber der Boden in anderer Weise, z. B. landwirthschaftlich, vortheilhafter benutzt werden, so ist der entsprechend höhere Werth desselben der Bestandswerthsberechnung zu Grunde zu legen.

b) Von der Länge der Umtriebszeit.

α) Normale Bestände.

αα) **Die unter Zugrundelegung des Maximums des Boden-Erwartungswerthes und der demselben entsprechenden Umtriebszeit berechneten Bestands-Erwartungswerthe sind größer als diejenigen, welche sich für andere Umtriebszeiten und die denselben entsprechenden Boden-Erwartungswerthe ergeben.**

Beweis. Es sei
u_1 die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes,
u_2 irgend eine andere Umtriebszeit, welche größer oder kleiner als u_1 ist;
${}^{u_1}B$ der Boden-Erwartungswerth der Umtriebszeit u_1,
${}^{u_2}B$ der Boden-Erwartungswerth der Umtriebszeit u_2,
so ist, der Voraussetzung gemäß,

$${}^{u_1}B > {}^{u_2}B.$$

Nun ist der Bestands-Kostenwerth (siehe Seite 62)

mit Zugrundelegung von ${}^{u_1}B$:

$${}_{u_1B}H_{k_m} = ({}^{u_1}B + V)(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \ldots.),$$

mit Zugrundelegung von ${}^{u_2}B$:

$${}_{u_2B}H_{k_m} = ({}^{u_2}B + V)(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \ldots.).$$

Da diese beiden Ausdrücke sich nur durch den Bodenwerth unterscheiden, ${}^{u_1}B$ aber größer als ${}^{u_2}B$ ist, so folgt hieraus

$${}_{u_1B}H_{k_m} > {}_{u_2B}H_{k_m}.$$

Nun ist aber (siehe S. 67) der Bestands-Kostenwerth dem Bestands-Erwartungswerth dann gleich, wenn beide unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswerthes berechnet werden. Also

$${}_{u_1B}H_{k_m} = {}_{u_1B}^{u_1}H_{e_m}\,;\quad {}_{u_2B}H_{k_m} = {}_{u_2B}^{u_2}H_{e_m}.$$

Hiernach ist auch

$${}_{u_1B}^{u_1}H_{e_m} > {}_{u_2B}^{u_2}H_{e_m},$$ w. z. b. w.

ββ) **Unterstellt man als Bodenwerth das Maximum des Boden-Erwartungswerthes, so liefert die demselben entsprechende Umtriebszeit auch die größten Bestands-Erwartungswerthe.**

Beweis[1]).

Nach Satz αα) ist der mit Zugrundelegung von u_2 und ${}^{u_2}B$ berechnete Bestands-Erwartungswerth ${}_{u_2B}^{u_2}H_{e_m}$ kleiner als der mit Zugrundelegung von u_1 und ${}^{u_1}B$ berechnete Bestands-Erwartungswerth ${}_{u_1B}^{u_1}H_{e_m}$. Berechnet man nun

1) Die Beweise für die Sätze αα) und ββ) rühren von dem Verfasser her. Beweise mittelst der Differentialrechnung hat J. Lehr geliefert (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1870, S. 160).

den Bestands-Erwartungswerth zwar mit Zugrundelegung der Umtriebszeit u_2, aber mit Unterstellung von $^{u_1}B > {}^{u_2}B$, so muß, weil in der Formel des Bestands-Erwartungswerthes der Bodenwerth subtrahirend auftritt, $_{u_1B}^{u_2}He_m$ noch kleiner als $_{u_2B}^{u_1}He_m$ ausfallen.

$\gamma\gamma$) **Unterstellt man einen Bodenwerth, welcher größer bezw. kleiner als das Maximum des Boden-Erwartungswerthes ist, so berechnet sich der größte Bestands-Erwartungswerth für eine kleinere bezw. größere Umtriebszeit als diejenige des größten Boden-Erwartungswerthes.**

Beweis[1].

Nach Satz $\beta\beta$) ist

$$_{u_1B}^{u_1}He_m = \frac{A_{u_1} + D_n\,1{,}0p^{u_1-n} + \ldots}{1{,}0p^{u_1-m}} + \frac{^{u_1}B + V}{1{,}0p^{u_1-m}} - (^{u_1}B + V)$$

größer als

$$_{u_1B}^{u_2}He_m = \frac{A_{u_2} + D_n\,1{,}0p^{u_2-n} + \ldots}{1{,}0p^{u_2-m}} + \frac{^{u_1}B + V}{1{,}0p^{u_2-m}} - (^{u_1}B + V).$$

Legt man der Rechnung einen größeren Bodenwerth $B = {}^{u_1}B + x$ zu Grunde, so erhält man folgende Ausdrücke:

$$_{u_1B+x}^{u_1}He_m = \frac{A_{u_1} + D_n\,1{,}0p^{u_1-n} + \ldots}{1{,}0p^{u_1-m}} + \frac{^{u_1}B + V}{1{,}0p^{u_1-m}} - (^{u_1}B + V) - x + \frac{x}{1{,}0p^{u_1-m}};$$

$$_{u_1B+x}^{u_2}He_m = \frac{A_{u_2} + D_n\,1{,}0p^{u_2-n} + \ldots}{1{,}0p^{u_2-m}} + \frac{^{u_1}B + V}{1{,}0p^{u_2-m}} - (^{u_1}B + V) - x + \frac{x}{1{,}0p^{u_2-m}}.$$

Wenn nun $u_2 < u_1$, so ist $\frac{x}{1{,}0p^{u_2-m}} > \frac{x}{1{,}0p^{u_1-m}}$. Mithin werden die Bestands-Erwartungswerthe verhältnißmäßig um so mehr erhöht, je kleiner u_2 und je größer x ist, d. h. der Bestands-Erwartungswerth culminirt bei einem Umtriebe, der um so kleiner wird, je mehr x wächst.

Legt man der Rechnung einen Bodenwerth $^{u_1}B - x$ zu Grunde, welcher kleiner ist als das Maximum des Boden-Erwartungswerthes, so sind in den beiden letzten Gleichungen die Vorzeichen für die x enthaltenden Ausdrücke zu ändern. Wird dann $u_2 > u_1$ gewählt, so werden die Bestands-Erwartungswerthe der höheren Umtriebe verhältnißmäßig mehr erhöht und die Culmination kommt hinter u_1 zu liegen.

β) Abnorme Bestände.

Bei diesen hat man diejenige Abtriebszeit, für welche der größte Bestands-Erwartungswerth sich ergibt, durch probeweise Berechnung zu ermitteln. Bezüglich des der Rechnung zu unterlegenden Bodenwerthes verweisen wir auf Seite 55.

---

1) Dieser Beweis rührt von A. Denzin her. J. Lehr hat den nämlichen Satz mittelst der Differentialrechnung bewiesen (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1876, S. 357).

Beispiel. Ein 50jähriger Bestand auf einem Standorte, welcher unter normalen Verhältnissen die in Tabelle A verzeichneten Erträge zu liefern verspricht, ist durch Windwurf so gelichtet worden, daß seine gegenwärtige Masse nur einen Werth von 630 Mark besitzt. Voraussichtlich sind von diesem Bestande für die Folge gar keine Zwischennutzungen und

im Jahre	an Haubarkeitsnutzung nur
60	1031 Mark,
70	1485 „

zu erwarten. Es sei $c = 24$, $v = 3{,}6$ Mark, $p = 3$, so berechnet sich, unter der Voraussetzung, daß der Boden auch fernerhin der Holzzucht gewidmet werden soll, das Maximum des Boden-Erwartungswerthes mit 362,56 Mark für das 70. Jahr.

Wird der Bestand im 60. Altersjahre, also von jetzt an in 10 Jahren abgetrieben, so ist sein Erwartungswerth

$$\frac{1031 - (362{,}56 + 120)\,(1{,}03^{10} - 1)}{1{,}03^{10}} = 643{,}68;$$

wird er dagegen im 70. Altersjahre, also von jetzt an in 20 Jahren abgetrieben, so ist sein Erwartungswerth

$$\frac{1485 - (362{,}56 + 120)\,(1{,}03^{20} - 1)}{1{,}03^{20}} = 606{,}86.$$

Es ergibt sich mithin der größte Bestands-Erwartungswerth für die 60jährige Abtriebszeit.

c) Von dem Bestandsalter.

α) Im Allgemeinen. Der Bestands-Erwartungswerth steigt für eine gegebene Umtriebszeit mit dem Bestandsalter, wenn auch nicht in geradem Verhältnisse. Eine Ausnahme von dieser Regel findet jedoch in dem Falle statt, wenn die Vornutzungen, z. B. die Durchforstungen, nicht jährlich, sondern periodisch bezogen werden. Es kann dann der Bestands-Erwartungswerth desjenigen Jahres, in welchem eine Zwischennutzung stattgefunden hat, kleiner sein, als der Bestands-Erwartungswerth des vorhergehenden Jahres. So ist z. B. der Erwartungswerth eines Kiefernbestandes, welcher die in Tabelle A verzeichneten Erträge liefert, für $c = 24$, $v = 3{,}6$ und bei Zugrundelegung der 70jährigen Umtriebszeit sowie des Boden-Erwartungswerthes dieser Umtriebszeit, im 50. Jahre = 1488, im 49. Jahre = 1496.

Wir wollen jetzt noch die Größe des Bestands-Erwartungswerthes für den Anfang und das Ende der Umtriebszeit ermitteln; die Ausdrücke, zu welchen wir gelangen werden, können zugleich dazu dienen, um die oben entwickelte Formel des Bestands-Erwartungswerthes auf ihre Richtigkeit zu prüfen.

β) Zu Ende der Umtriebszeit, also für $m = u$, ist der Bestands-Erwartungswerth für jeden der Rechnung unterlegten Bodenwerth gleich dem Haubarkeitsertrag A_u.

Beweis. Da im Jahre u alle Vornutzungen bereits bezogen sind, so beschränkt sich die Formel des Bestands-Erwartungswerthes auf den Ausdruck

$$He_m = \frac{A_u - (B + V)(1{,}0\,p^{u-m} - 1)}{1{,}0\,p^{u-m}}$$

Setzt man hier $m = u$, so hat man

$$He_u = \frac{A_u - (B + V)(1{,}0\,p^0 - 1)}{1{,}0\,p^0}$$

$$= \frac{A_u - (B + V)(1 - 1)}{1}$$

$= A_u$, w. z. b. w.

γ) Zu Anfang der Umtriebszeit, also für $m = 0$, ist in dem Falle, daß als Bodenwerth der Boden-Erwartungswerth (${}^uB$) angenommen werden kann, der Bestands-Erwartungswerth gleich den eben aufgewendeten Culturkosten.

Beweis. Da im Jahre 0 noch keine Vornutzung bezogen worden ist, so stellt sich die Formel des Bestands-Erwartungswerthes für dieses Alter durch den Ausdruck

$$He_0 = \frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0p^{u-q} - (B+V)(1{,}0\,p^u - 1)}{1{,}0\,p^u}$$

dar. Führt man nun hier für B den Boden-Erwartungswerth ein, so erhält man

$$He_0 = \Big[A_u + D_a\,1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0\,p^{u-q} - \Big(\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0p^{u-q} - c\,1{,}0p^u}{1{,}0\,p^u - 1} - V + V\Big)(1{,}0p^u - 1)\Big] : 1{,}0p^u$$

$$= \frac{c\,1{,}0\,p^u}{1{,}0\,p^u} = c, \text{ w. z. b. w.}$$

Für $B > {}^uB$ ist im Jahre 0 $He_0 < c$; He_0 kann dann sogar $= 0$ und negativ werden. Dagegen für $B < {}^uB$ ist $He_0 > c$.

d) Von der Höhe des Zinsfußes, mit welchem man rechnet.

Ein höherer Zinsfuß liefert kleinere Bestands-Erwartungswerthe, und umgekehrt.

Zur Geschichte der Theorie des Bestands-Erwartungswerthes.

Eine vollständig richtige Regel zur Berechnung des Bestands-Erwartungswerthes stellte Widemann im Jahre 1828 auf[1]). Sie lautet: Der Werth

1) Forstliche Blätter für Württemberg, I. Heft (1828) S. 86.

der Haubarkeitsnutzung wird unter Zuhülfenahme der Taxation ausgemittelt; finden in der Zwischenzeit Nutzungen statt, so wird ihr Werth berechnet und durch Hinzurechnung der Zinsen bis zum Zeitpunkte der Haubarkeitsnutzung hinaufgerechnet und zu dieser geschlagen, die Ausgaben werden gleichfalls mit Zinsen bis auf den Zeitpunkt der Hauptnutzung hinaufgerechnet und von der Summe des Rohertrages abgezogen, der Rest wird durch Abrechnung der Zinsen auf seinen jetzigen Werth discontirt.

Man vermißt in dieser Vorschrift nur eine nähere Bezeichnung der Ausgaben. Wie wir wissen, bestehen dieselben in den jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern und in der Bodenrente. Man kann wohl annehmen, daß Widemann mindestens die erstgenannten Kosten im Sinne hatte, weil sie jährlich baar entrichtet werden und daher am meisten in die Augen fallen. Daß aber auch die Bodenrente oder der Zins vom Bodencapitalwerthe unter den Kosten zu verrechnen ist, lehrte Riecke[1]) schon 1829. Entwirft man für das Zahlenbeispiel, mit welchem dieser Schriftsteller seine Anweisung zur Berechnung des Bestandswerthes erläutert, eine Formel, so lautet dieselbe:

$$\frac{A_u - {}^uB\,(1{,}0\,p^{u-m} - 1)}{1{,}0\,p^{u-m}}.$$

Riecke macht noch besonders darauf aufmerksam, daß man falsch rechne, wenn man, um den Bestandswerth zu finden, blos den „Ertrag der nächsten Abholzung“ (unter diesem ist in dem Beispiel A_u zu verstehen) discontire. Dieses Verfahren, sagt Riecke, würde nur dann richtig sein, wenn dem Käufer des Holzes für diesen Preis gestattet wäre, dasselbe bis zum Ende der Umtriebszeit stehen zu lassen. Von den Zwischennutzungen und den jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern schweigt Riecke[2]).

König[3]) bringt die Zwischennutzungen in Rechnung, vernachlässigt dagegen ebenfalls die jährlichen Kosten, während er sie doch bei der Ermittlung des Bestands-Kostenwerthes berücksichtigt. Die Zwischennutzungen nahm König als jährlich eingehende an und kürzte an diesen die Bodenrente. Aus den von ihm aufgestellten Zahlenbeispielen läßt sich die Formel

$$\frac{A_u + \left(\frac{d}{0{,}0\,p} - B\right)(1{,}0\,p^{u-m} - 1)}{1{,}0\,p^{u-m}}$$

ableiten, in welcher d den jährlichen Betrag der Zwischennutzungen bedeutet. Bei einem dieser Beispiele (S. 597) macht König jedoch die Bemerkung, man könne die Zwischennutzungen ebensowohl auch als periodisch verschieden ansetzen. Dieser Annahme würde die Formel:

1) Ueber die Berechnung des Geldwerthes der Waldungen, 1829, S. 15.

2) Es liegt kein Grund zu der Annahme vor, daß die Vernachlässigung wenigstens von $D_a, \ldots D_q$ principieller Natur gewesen sei; dieselbe erklärt sich vielmehr aus dem Umstande, daß Riecke die Verrechnung der Zwischennutzungen erst in den späteren Beispielen seiner Schrift lehrte, in welcher er jedoch auf die Ermittlung der Bestandswerthe nicht zurückkam.

3) Forstmathematik 3. Auflage (1846) §. 492, 493 ff.

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots - B\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

entsprechen.

Eine Angabe des Grundes, weshalb in dem vorliegenden Falle die Bodenrente zu den Kosten gezählt werden müsse, enthält die König'sche Anleitung zur Ermittlung des Bestandswerthes nur in der Vorschrift, daß „der Entgang an aufgezehrter Bodenrente" von den Erträgen abzuziehen sei. Es konnte daher das Verständniß der fr. Theorie nur fördern, als Oetzel[1]) den Ausdruck $\frac{-B\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$ noch aus einem anderen Gesichtspunkte entwickelte. Oetzel calculirte folgender Maßen:

Der Jetztwerth aller von einem m jährigen Bestande zu erwartenden Nutzungen, abzüglich des Jetztwerthes der auf der Erzeugung dieser Nutzungen lastenden baaren Ausgaben ist

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots - V\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Bleibt der Holzbestand stehen, so kann der Waldbesitzer die Anzucht eines neuen Bestandes erst nach u — m Jahren vornehmen. Wird aber der Bestand entfernt, so kann die Waldcultur sogleich wieder beginnen. Im ersten Falle erhält der Waldbesitzer den Boden zu anderweitiger Benutzung erst nach u — m Jahren; der Jetztwerth dieses Bodens ist $= \frac{B}{1{,}0p^{u-m}}$. Im zweiten Falle dagegen (wenn der Bestand augenblicklich, d. h. im Altersjahre m abgetrieben wird) kann er über B sofort disponiren. Er gewinnt mithin durch den Abtrieb des m jährigen Bestandes

$$B - \frac{B}{1{,}0p^{u-m}} = \frac{B\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Dieser Betrag muß von dem obigen Werthe abgezogen werden[2]); wir erhalten alsdann für den Bestandswerth

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots - V\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} - \frac{B\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B + V)\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

Es gebührt hiernach Oetzel das Verdienst, zuerst eine vollständige Formel für den Bestands-Erwartungswerth aufgestellt zu haben. Nachträglich bemerken wir noch, daß Oetzel den Bodenwerth als Erwartungswerth in Rechnung nahm.

---

1) Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1854, S. 328—329.

2) Wir halten uns hier an die Erklärungsweise von Oetzel, [illegible] im Auge hatte, daß die für die Vernichtung eines Holzbestandes [illegible] schädigung zu berechnen sei. Sonst könnte man auch sagen: [illegible] verliert dadurch, daß er den Bestand noch u — m Jahre [illegible] $= \frac{B\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$, und dieser Betrag muß in [illegible]

2) Ermittlung des Kostenwerthes eines Bestandes.

A. Begriff.

Der Kostenwerth eines m jährigen Bestandes ist gleich der Summe der bis zum Jahre m aufgewachsenen Productionskosten, abzüglich der bis zu demselben Jahre berechneten Nachwerthe aller Einnahmen, welche der Bestand während seiner Lebensdauer geliefert hat.

B. Verfahren zur Bestimmung des Bestands-Kostenwerthes.

a) Der zur Erzeugung eines m jährigen Holzbestandes erforderliche Kostenaufwand besteht:

α) In den bis zum Jahre m berechneten Zinsen und Zinseszinsen des Boden-Capitalwerthes B. Bis zum Jahre m wächst B mit Zinsen und Zinseszinsen zu der Summe $B \,.\, 1{,}0\,p^m$ an. Zieht man hiervon B ab, so stellt der Ausdruck

$$B \,.\, 1{,}0p^m - B = B\,(1{,}0p^m - 1)$$

die Zinsen und Zinseszinsen des Boden-Capitalwerthes B bis zum Jahre m vor.

Man kann den soeben berechneten Ausdruck auch noch mittelst einer andern Anschauung erlangen. Der m jährige Bestand muß nämlich (neben anderen Unkosten, von welchen sogleich die Rede sein wird) dem Waldeigenthümer die m malige Bodenrente sammt deren Zinsen und Zinseszinsen vergüten. Da die Bodenrente $= B \,.\, 0{,}0\,p$ ist, so erhalten wir für die Nachwerthe dieser Renten folgende Reihe:

$$B \,.\, 0{,}0p \,.\, 1{,}0p^{m-1} + B \,.\, 0{,}0p \,.\, 1{,}0p^{m-2} + \cdots + B \,.\, 0{,}0p,$$

deren Summe $= B\,(1{,}0p^m - 1)$ ist.

β) In den bis zum Jahre m berechneten Nachwerthen der jährlichen Kosten (für Verwaltung, Schutz, Steuern ꝛc.). Bezeichnet man den Betrag der jährlichen Kosten mit v, so sind die Nachwerthe derselben bis zum Jahre m:

$$v\,1{,}0p^{m-1} + v\,1{,}0p^{m-2} + \cdots + v.$$

Die Summe dieser Reihe ist $\frac{v}{0{,}0p}\,(1{,}0p^m - 1)$. Setzt man hier $\frac{v}{0{,}0p} = V$, so hat man

$$V\,(1{,}0p^m - 1).$$

Man kann die jährlichen Kosten auch als die Interessen eines Capitals $\frac{v}{0{,}0p} = V$ ansehen; die bis zum Jahre m aufzuwendenden jährlichen Kosten stellen sich dann als die Zinsen und Zinseszinsen dieses Capitals dar, welche sich (in analoger Weise, wie die Interessen des Bodencapitals) zu $V\,(1{,}0p^m - 1)$ berechnen.

γ) **In dem bis zum Jahre m berechneten Nachwerthe der Culturkosten.** Nennt man den Betrag der Culturkosten, welche im Jahre 0 aufgewendet wurden, c, so ist der Nachwerth derselben

$$c\, 1{,}0p^m.$$

Denkt man sich, die Culturkosten würden nicht im Jahre 0, sondern als eine jährliche Rente bezahlt, so würde der Nachwerth dieser Renten

$$\frac{c\, 1{,}0p^m}{1{,}0p^m - 1}(1{,}0p^m - 1), \text{ also ebenfalls } = c\, 1{,}0p^m \text{ sein.}$$

b) **Berechnung der Einnahmen.** Sind vor dem Jahre m bereits Nutzungen aus dem Bestande bezogen worden, so gewähren dieselben einen (wenn auch nicht vollständigen) Ersatz für die aufgewendeten Productionskosten. Es müssen daher die Nachwerthe dieser Nutzungen von den unter a) berechneten Aufwänden in Abzug gebracht werden. Nennt man irgend eine derartige Nutzung, welche im Jahre a eingeht, D_a, so drückt sich der Nachwerth dieser Nutzung durch die Formel

$$D_a\, 1{,}0p^{m-a}$$

aus. In gleicher Weise wären die Nutzungen D_b, D_c .... mit den Nachwerthen $D_b\, 1{,}0p^{m-b}$, $D_c\, 1{,}0p^{m-c}$ .... in Rechnung zu stellen.

Die Nachwerthe solcher Nutzungen, welche mehrmals in gleicher Größe wiederkehren, braucht man nicht einzeln zu bestimmen, sondern man kann sogleich die Summe derselben aufsuchen. So würde sich z. B. der Nachwerth eines jährlichen Jagdpachtertrages i durch die Formel $\frac{i\,(1{,}0\,p^m - 1)}{0{,}0\,p}$ ausdrücken. Vergl. übrigens auch S. 35.

c) **Die allgemeine Formel des Bestands-Kostenwerthes** ist hiernach

$$\mathbf{H}k_m = (\mathbf{B} + \mathbf{V})(\mathbf{1{,}0p^m - 1}) + \mathbf{c\, 1{,}0p^m} - (\mathbf{D_a\, 1{,}0p^{m-a}} + \ldots)$$

Beispiel. Es ist der Kostenwerth eines 55jährigen Bestandes zu berechnen, welcher bis jetzt folgende Zwischennutzungserträge geliefert hat:

im Jahre	20	30	40	50
Mark	12,0	42,0	57,6	67,2.

Der Bodenwerth B betrage 360 Mark, die jährliche Ausgabe v für Verwaltung, Schutz, Steuern 2c. 3,6 Mark, also $V = \frac{v}{0{,}0\,p} = \frac{3{,}6}{0{,}03} = 120$ Mark, der Culturkostenaufwand c 24 Mark, der Zinsfuß sei $= 3\,\%$.

Setzt man die vorstehenden Werthe in die allgemeine Formel des Bestands-Kostenwerthes, so erhält man

$$\begin{aligned} Hk_{55} &= (360 + 120)\,(1{,}03^{55} - 1) + 24\,.\,1{,}03^{55} - (12\,.\,1{,}03^{35} + 42\,.\,1{,}03^{25} \\ &\quad + 57{,}6\,.\,1{,}03^{15} + 67{,}2\,.\,1{,}03^{5}) \\ &= 1959{,}4080 + 121{,}9704 - 289{,}3522 \\ &= 1792{,}03 \text{ Mark.} \end{aligned}$$

Anmerkung. Die Formel des **Bestands-Kostenwerthes** unter Zugrundelegung des **Boden-Erwartungswerthes**.

Darf bei Berechnung des Bestands-Kostenwerthes als Bodenwerth der Boden-Erwartungswerth ${}^{u}B$ angenommen werden, so ist

$$H_{km} = ({}^{u}B + V)\,(1{,}0\,p^{m} - 1) + c\,1{,}0\,p^{m} - (D_{a}\,1{,}0\,p^{m-a} + \cdots)$$

Setzt man für ${}^{u}B$ die Formel des Boden-Erwartungswerthes, so fallen die jährlichen Ausgaben (und Einnahmen) aus, weil sie sowohl mit positiven als mit negativen Zeichen vorkommen und sich deshalb gegen einander streichen, und es geht für normale Bestände die Formel des Bestands-Kostenwerthes H_{km} über in

$$\frac{(A_{u} + D_{n}\,1{,}0\,p^{u-n} + \cdots)\,(1{,}0\,p^{m} - 1) + \left(\frac{D_{a}}{1{,}0\,p^{a}} + \cdots - c\right)(1{,}0p^{m} - 1{,}0p^{u})}{1{,}0\,p^{u} - 1}$$

C. Allgemeines über die Größe des Bestands-Kostenwerthes.

Die Größe des Bestands-Kostenwerthes hängt ab:

a) Von der Größe der bis zum Jahre m bezogenen Einnahmen und der bis zu demselben Jahre verausgabten Kosten, indem mit diesen der Bestands-Kostenwerth steigt, mit jenen aber fällt.

b) Von dem Bestandsalter. Die Aenderungen, welche der Bestands-Kostenwerth mit Zunahme des Bestandsalters erfährt, ergeben sich aus dem unter a) Bemerkten. Unterstellt man das Maximum des Boden-Erwartungswerthes sowie die demselben entsprechenden Erträge und Kosten, so steigt der Kostenwerth mit dem Bestandsalter, wenn auch nicht in geradem Verhältnisse. Eine Ausnahme von dieser Regel findet jedoch in dem Falle statt, wenn die Vornutzungen, wie z. B. die Durchforstungen, nicht jährlich, sondern periodisch bezogen werden. Es kann dann der Bestands-Kostenwerth desjenigen Jahres, in welchem eine solche Nutzung stattgefunden hat, kleiner sein, als der Bestands-Kostenwerth des vorhergehenden Jahres.

Wir wollen jetzt noch die Größe des Bestands-Kostenwerthes für den Anfang und das Ende der Umtriebszeit untersuchen.

α) Für den Anfang der Umtriebszeit, also für $m = 0$, ist der Bestands-Kostenwerth für jeden der Rechnung unterlegten Bodenwerth gleich den eben aufgewendeten Culturkosten.

Beweis. Da im Jahre 0 noch keine Nutzungen bezogen worden sind, so ist die Formel des Bestands-Kostenwerthes für dieses Alter:

$$(B + V)\,(1{,}0p^{0} - 1) + c\,1{,}0p^{0} = c.$$

β) Für das Ende der Umtriebszeit, also für $m = u$ ist in dem Falle, daß 1) als Bodenwerth der Boden-Erwartungswerth angenommen werden darf, 2) die Einnahmen von dem Bestande, sowie die Ausgaben für denselben normal waren, 3) der Bestand selbst normale

Beschaffenheit besitzt, der Bestands=Kostenwerth gleich dem Haubarkeits=ertrag A_u.

Beweis. Es ist für $m = u$

$$Hk_u = (B+V)(1{,}0p^u - 1) + c\,1{,}0p^u - (D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}).$$

Führt man in diese Gleichung für B den Boden=Erwartungswerth ein, so hat man

$$Hk_u = \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - c\,1{,}0p^u}{1{,}0\,p^u - 1} - V + V\right)(1{,}0p^u - 1)$$
$$+ c\,1{,}0\,p^u - (D_a\,1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0\,p^{u-q})$$
$$= A_u,$$ w. z. b. w.

Für $B > {}^uB$ würde $Hk_u > A_u$, für $B < {}^uB$ dagegen $Hk_u < A_u$ sein.

c) Von der Höhe des Zinsfußes, mit welchem man rechnet.

Bei Unterstellung eines und desselben Bodenwerthes hängt es lediglich von der Größe des letzteren und der übrigen Ausgaben im Verhältniß zu den Einnahmen ab, ob ein höherer Zinsfuß größere oder kleinere Bestands=Kostenwerthe liefert.

Legt man der Rechnung den Boden=Erwartungswerth und die demselben entsprechenden Erträge und Kosten zu Grunde, so ergeben sich für einen höheren Zinsfuß geringere Bestands=Kostenwerthe, und umgekehrt.

Zur Geschichte der Theorie des Bestands=Kostenwerthes.

Einige Elemente zur Herstellung eines Ausdrucks für den Bestands=Kostenwerth finden sich bereits in der älteren forstlichen Literatur, z. B. in Kröncke's „Untersuchungen über den Werth des Holzes und über die Wichtigkeit der Holzersparung, 1806", S. 8—12. Kröncke ertheilte zur Berechnung des Kostenwerthes der Einheit des Raummaßes, und zwar im Durchschnitt für Haubarkeits= und Zwischennutzungen, eine Vorschrift, welche sich durch die Formel

$$(N_u + n_a\,1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + n_q\,1{,}0\,p^{u-q})\,x = B\,(1{,}0\,p^u - 1)$$

ausdrücken läßt. In derselben bezeichnen N_u, n_a, ····, n_q die Zahl der Raummaße, welche sich bei den Fällungen in den Jahren u, a, ····, q ergeben, x den gesuchten Kostenwerth eines Raummaßes.

Beschränkt man die Ermittlung des Kostenwerthes auf den dominirenden Bestand, dehnt man dieselbe dagegen auf Bestände jeden Alters aus, so geht die obige Formel in folgende über:

$$N_m\,.\,x = Hk_m = B\,(1{,}0\,p^m - 1) - (D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \cdots).$$

Wie man sieht, fehlt hier nur noch die Aufrechnung der Cultur= und der jährlichen Kosten.

König zog auch diese beiden Positionen in Betracht (Forstmathematik, 3. Auflage, 1846, S. 593). Nach seiner Vorschrift sind bei „gänzlicher Verwüstung junger Holzwüchse" zu ersetzen:

a) die **Anlagekosten**, als einmalige Ausgabe auf den Jetztwerth berechnet.

b) die seit der Anlage aufgewendeten **Unterhaltungskosten**, nach Abzug der etwaigen gleichzeitigen **Zwischennutzungen**, als Vergangenheitsrente capitalisirt.

c) der Entgang an **Bodenrente** in der Zwischenzeit, ebenfalls eine Vergangenheitsrente.

d) der gleichzeitige Verlag an **Verwaltungs- und andern ständigen Kosten**.

König wollte die Kostenwerthsberechnung nur bei jungen Beständen angewendet wissen; hieraus erklärt es sich, warum er in den von ihm zur Erläuterung seiner Vorschriften mitgetheilten Rechnungsbeispielen nur solche Vornutzungen aufführte, welche (wie Streu- und Grasnutzungen) jährlich bezogen werden können. Vergl. jedoch auch Seite 60.

Sieht man von den Unterhaltungskosten ab und bezeichnet man den jährlichen Betrag der Vornutzung mit d, so entspricht der obigen Vorschrift die Formel

$$(B + V)(1{,}0\,p^m - 1) + c\,1{,}0\,p^m - \frac{d\,(1{,}0\,p^m - 1)}{0{,}0\,p}.$$

Eine recht klare Auseinandersetzung der Theorie des Bestands-Kostenwerthes lieferte **Faustmann** in der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1854, S. 84 bis 86. Unter Zugrundelegung der von diesem Schriftsteller in Rechnung genommenen Erträge und Kosten ergibt sich für den Bestands-Kostenwerth die Formel

$$(B + V)(1{,}0\,p^m - 1) + c\,1{,}0\,p^m - D_a\,1{,}0\,p^{m-a},$$

welche wir oben unter B, c mitgetheilt haben.

3) Ermittlung des Verkaufswerthes eines Bestandes.

A. **Begriff.**

Unter dem Verkaufswerthe eines Bestandes versteht man denjenigen Werth, welchen der Bestand nach Maßgabe anderweitig vorgekommener Bestandsverkäufe besitzt. Die Werthsbestimmung kann stattfinden unter der Voraussetzung:

a) daß der Bestand noch weiter übergehalten werde. In diesem Falle müßte der Käufer des Bestands auch noch den Boden pachten oder erwerben. Nach Seite 3 würde der in der oben angegebenen Weise ermittelte Bestandswerth ein forstlicher **Erzeugungswerth** sein.

b) Daß der Bestand sofort zu ernten, also abzutreiben sei.

Der Verkaufswerth, welchen der Bestand unter dieser Voraussetzung besitzt, ist nach Seite 3 als **Verbrauchswerth**[1]) zu bezeichnen.

Das **Verfahren** zur Bestimmung des Verbrauchswerthes eines Bestandes wird in der Regel darin bestehen, daß man die Masse des

1) Synonyme Ausdrücke, welche neben dem obigen in den Schriften über Waldwerthrechnung vorkommen, sind: Nutzungswerth, Vorrathswerth, Gehaltswerth.

Bestandes, getrennt nach Sortimenten, ermittelt, die Zahl der Sortimentsmaße jeder Gattung mit dem zugehörigen, um die Erntekosten verminderten, Preise der Sortimentseinheit multiplicirt und die Producte addirt.

B. Allgemeines über die Größe des Bestands-Verbrauchswerthes.

Da das Holz in den ersten Jahren (den Fall ausgenommen, daß die Pflanzen als Culturmaterial sich verwenden lassen) keine oder doch nur eine sehr geringe Benutzungsfähigkeit besitzt, so wird der reine Bestands-Verbrauchswerth in dieser Zeit negativ sein und erst dann Null werden, wenn der Erlös die Erntekosten deckt, was bei Hochwaldungen oft nicht vor dem 20. Jahre der Fall ist. Von da an steigt der Bestands-Verbrauchswerth anfangs langsam, dann rascher; er erreicht sein Maximum weit hinter dem Zeitpunkt, in welchem der durchschnittlich jährliche Zuwachs culminirt, und sinkt erst dann wieder, wenn die bei höherem Bestandsalter erfolgende Werthssteigerung der gröberen (insbes. Nutzholz-) Sortimente durch natürliche oder künstliche Bestandsauslichtung wieder aufgewogen wird. Am frühesten tritt die Culmination ein bei den lichtbedürftigen Holzarten (z. B. Kiefer, Lärche), am spätesten bei den schattenertragenden, welche sich lange geschlossen zu erhalten pflegen (Tanne, Fichte, Buche).

4) Gegenseitiges Verhältniß zwischen dem Erwartungs-, Kosten- und Verbrauchswerth normaler Bestände.

A. Verhältniß zwischen dem Bestands-Erwartungs- und Bestands-Kostenwerth.

Beide stehen in umgekehrtem Verhältnisse zu einander, indem diejenigen Factoren, welche den Erwartungswerth erhöhen, die Erniedrigung des Kostenwerthes bewirken, und umgekehrt. (Nur die Culturkosten machen hiervon eine Ausnahme, weil sie in der Formel des Erwartungswerthes nicht vorkommen). Es läßt sich daher auch dadurch, daß man den betreffenden Factoren die geeigneten Werthe verleiht, der Erwartungswerth dem Kostenwerth gleichstellen, und zwar gelingt dies dann, wenn man als Bodenwerth den Boden-Erwartungswerth in die beiden Formeln der Bestandswerthe einführt.

Beweis. Setzt man

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0\, p^{u-m}}$$

$$= (B + V)(1{,}0p^m - 1) + c\, 1{,}0p^m - (D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \cdots)$$

und entwickelt man aus dieser Gleichung B, so findet man

$$B = \frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0\, p^u}{1{,}0p^u - 1} - V,$$

also $B = {}^uB$.

Ist u gegeben, ${}^{u}B$ aber noch nicht berechnet, so erscheint es (siehe die Formeln in der „Anmerkung" auf Seite 55 und 63) gleichgültig, ob man den Bestandswerth als Erwartungswerth oder Kostenwerth calculirt. Ist aber ${}^{u}B$ **bereits berechnet**, dann stellt sich bei **jüngeren** Beständen die Bestandswerthsberechnung nach dem **Kostenwerthe**, bei **älteren** nach dem **Erwartungswerthe** als die kürzere dar.

Wir machen jedoch ausdrücklich darauf aufmerksam, daß der Satz unter A nur für **normale** Bestände gilt. So ist z. B. bei einem Bestande, welcher von Jugend auf lückig war und deswegen geringe Durchforstungs- und Haubarkeitserträge liefert, der Kostenwerth **größer** als der Erwartungswerth.

B. **Verhältniß zwischen dem Bestands-Erwartungs- und dem Bestands-Kostenwerthe einerseits und dem Bestands-Verbrauchswerthe anderseits**[1]).

a) Unterstellt man bei der Berechnung des Bestands-Erwartungs- und Kostenwerthes den **Boden-Erwartungswerth** und diejenige **Umtriebszeit**, für welche sich eben dieser Bodenwerth mit einem gegebenen Zinsfuß berechnet, ferner

α) als Bodenwerth das Maximum des Boden-Erwartungswerthes: **so ist der Kosten- und folglich auch der Erwartungswerth vor dem Jahre u, in welchem der Boden-Erwartungswerth culminirt, der Kostenwerth auch nach demselben größer als der Bestands-Verbrauchswerth.**

Beweis. Setzt man in der Formel des Boden-Erwartungswerthes irgend einer Umtriebszeit m statt des Abtriebsertrages (Bestands-Verbrauchswerthes) A_m den Bestands-Kostenwerth Hk_m, also

$$ {}^{m}B = \frac{Hk_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots + D_h\, 1{,}0p^{m-h\,2)} - c\, 1{,}0p^m}{1{,}0p^m - 1} - V $$

und führt man für Hk_m den S. 63 entwickelten Ausdruck ein, so findet man ${}^{m}B = [(B + V)(1{,}0p^m - 1) + c\, 1{,}0p^m - (D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots + D_h\, 1{,}0p^{m-h}) + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots + D_h\, 1{,}0p^{m-h} - c\, 1{,}0p^m] : (1{,}0p^m - 1) = B$, also constant, d. h. es würde der Boden-Erwartungswerth für alle Umtriebszeiten, mithin auch für die Umtriebszeiten $u - 1$, u und $u + 1$ der nämliche sein, wenn der Bestands-Verbrauchswerth in jedem Alter gleich dem Bestands-Kostenwerth wäre. Da nun aber unterstellt worden ist, daß für die Umtriebszeit u ein Maximum des Boden-Erwartungswerthes sich berechnet, so muß sowohl A_{u-1} als auch A_{u+1} kleiner als Hk_{u-1} bezw. Hk_{+1} oder Hk_{u-1} und Hk_{u+1} größer als A_{u-1} bezw. A_{u+1} sein. Nach A (S. 67) gilt das Nämliche für den Bestands-Erwartungswerth, doch kommen für denselben nur die Alter **vor** der Culmination in Betracht.

1) Das Verhältniß zwischen dem Bestands-Kostenwerth und Verbrauchswerth hat bereits Bose in seinen „Beiträgen zur Waldwerthrechnung" S. 90 und 231 erörtert.

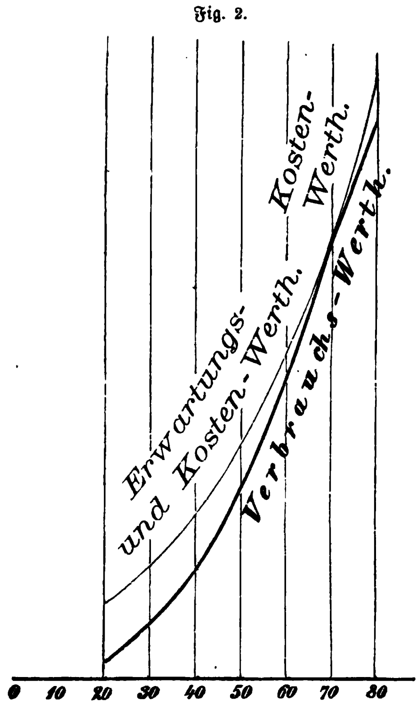
2) D_h bedeutet hier die letzte Zwischennutzung vor dem Jahre m.

So tritt z. B. für p = 3, v = 3,6, c = 24 und die in der Tabelle A verzeichneten Erträge das Maximum des Boden-Erwartungswerthes mit 362,5595 Mark im 70. Jahre ein. Man findet nun

im Jahre	60	70	80
den Bestands-Kostenwerth[1]) .	2087	2970	3949
den Bestands-Verbrauchswerth	1984	2970	3520.

Figur 2 stellt dieses Verhältniß graphisch dar.

Fig. 2.



β) Unterstellt man ferner als Bodenwerth irgend einen anderen Boden-Erwartungswerth, mithin einen solchen, welcher kleiner ist als das Maximum, so kann sich derselbe für eine Umtriebszeit sowohl vor als nach der Culmination des Boden-Erwartungswerthes berechnen.

αα) Im ersten Falle, d. h. wenn der Boden-Erwartungswerth einer Umtriebszeit u_1 angehört, welche vor der Culmination liegt, ist der Bestands-Verbrauchswerth für jedes Alter vor u_1

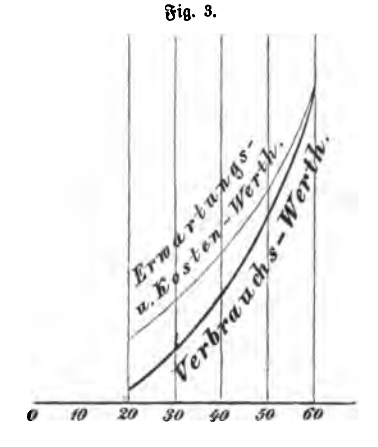
1) Dieser ist in dem vorliegenden Falle bis zum Jahre u gleich dem Bestands-Erwartungswerth.

kleiner als der zugehörige Bestands-Erwartungs- oder Kostenwerth, und erst am Ende von u_1 stellen sich diese drei Werthe völlig gleich.

Beispiel. Für $u_1 = 60$, $c = 24$, $v = 3{,}6$ und die in Tabelle A verzeichneten Erträge berechnet sich

im Jahre	20	30	40	50	60
der Bestands-Erwartungs- oder Kostenwerth = ...	403	659	986	1417	2063
während nach Tabelle A der Bestands-Verbrauchswerth ist =	96	260	608	1200	2063.

Fig. 3.



Der Unterschied zwischen dem Bestands-Verbrauchswerthe einerseits und dem Bestands-Erwartungs- oder Kostenwerthe anderseits vermindert sich gegen das Ende der Umtriebszeit hin sehr bedeutend. Er beträgt in obigem Beispiel

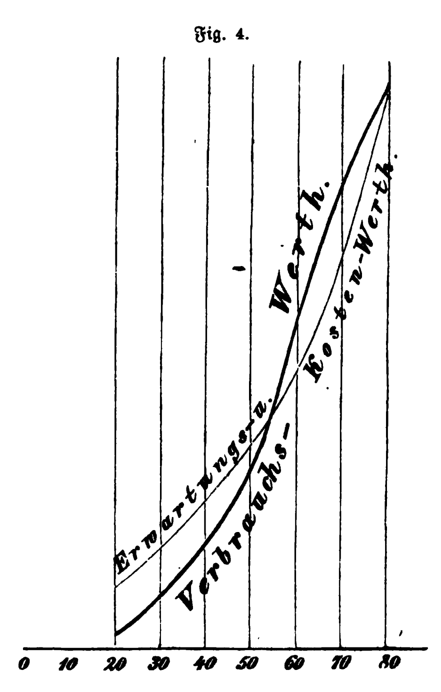
im Jahre	30	40	50	60
	399	378	217	—

Die vorstehende Figur 3 stellt die oben erwähnten Verhältnisse zwischen den verschiedenen Arten der Bestandswerthe graphisch dar.

ββ) Im zweiten Fall, wenn nämlich der Boden-Erwartungswerth einer Umtriebszeit u_2 angehört, welche hinter der Culmination liegt, kommt der Bestands-Verbrauchswerth dem Bestands-Erwartungs- oder Kostenwerthe zweimal gleich: einmal vor dem Alter u, in welchem der Boden-Erwartungswerth sein Maximum erreicht und einmal hinter demselben. Es erklärt sich dies eben aus dem Umstande, daß der Boden-Erwartungswerth jeder Umtriebszeit, welche größer ist als diejenige, in welcher die Culmination eintritt, sich auch bei einem vorausgehenden Alter findet.

So ist z. B. nach Tabelle B der Boden-Erwartungswerth der 80-jährigen Umtriebszeit = 317,9086; derselbe Werth findet sich aber auch zwischen dem 50. und 60. Jahre. Berechnet man nun mit Zugrundelegung des eben erwähnten Bodenwerthes den Bestands-Erwartungs- oder Kostenwerth, so erhält man

Fig. 4.



für das Jahr	20	30	40	50	60	70	80
als Bestands-Erwartungs- oder Kostenwerth . . .	384	625	933	1338	1869	2573	3608
während nach Tab. A der Bestands-Verbrauchswerth ist	96	260	608	1200	1984	2880	3608.

Wie aus diesen Zahlen und aus Fig. 4 zu ersehen ist, kommt der Bestands-Erwartungs- und Kostenwerth dem Verbrauchswerth zwischen dem 50—60. und im 80. Jahre gleich, und zwar sind die beiden erstgenannten Werthe vor dem ersten Schnittpunkte größer, hinter demselben aber kleiner, als die zugehörigen Bestands-Verbrauchswerthe.

b) Unterstellt man bei der Berechnung des Bestands-Erwartungs- und Kostenwerthes einen beliebigen Bodenwerth B, so kann dieser gleich dem Maximum des Boden-Erwartungswerthes oder kleiner

oder größer als letzteres sein. Der erste Fall stimmt mit dem unter a, α, der zweite mit dem unter a, β behandelten überein. Im dritten Falle ist der Bestands-Kostenwerth stets größer, als der zugehörige Bestands-Verbrauchswerth.

So ist z. B. für B = 480, p = 3, c = 24, v = 3,6 und die in Tabelle A verzeichneten Erträge

im Jahre . .	20	30	40	50	60	70	80
der Bestands-Kostenwerth . .	515	857	1300	1886	2662	3693	5170
der Bestands-Verbrauchswerth .	96	260	608	1200	1984	2880	3608.

Das Verhältniß des Bestands-Erwartungswerthes zu dem Bestands-Verbrauchswerthe hängt von dem Unterschiede zwischen B und dem Boden-Erwartungswerthe ^uB derjenigen Umtriebszeit ab, mit welcher man den Bestands-Erwartungswerth berechnet. Je nach der Größe jenes Unterschiedes kann der Bestands-Erwartungswerth dem Verbrauchswerth gleich kommen oder größer oder kleiner sein als dieser.

C. Anwendbarkeit der Bestands-Verbrauchswerthe.

Bei jüngeren Beständen kann man erhebliche Fehler begehen, wenn man anstatt des Erwartungs- oder Kostenwerthes den Verbrauchswerth annimmt. Bei älteren Beständen ist der Fehler sehr klein; es empfiehlt sich daher um so mehr, diese nach dem Verbrauchswerthe zu veranschlagen, als bei der Bestimmung der Erwartungs- und Kostenwerthe Irrungen keineswegs ausgeschlossen sind (wegen der Schwierigkeit, mit welcher die Ermittlung der Erträge, Bodenwerthe und des richtigen Zinsfußes verbunden ist). Außerdem muß der Verbrauchswerth bestimmt werden, um in der Differenz zwischen ihm und dem Erwartungs- oder Kostenwerthe das Maß des Verlustes oder der Entschädigung beim Abtriebe unreifer Bestände festzustellen.

III. Werth einzelner Bäume.

1) Den **durchschnittlichen** Erwartungs-, Kosten- oder Verbrauchswerth eines Baumes findet man, wenn man den entsprechenden Werth eines Bestandes durch die Zahl der Bäume, welche denselben zusammensetzen, dividirt.

Aufgabe 1. Es ist der Kostenwerth einer dreijährigen Kieferpflanze unter der Voraussetzung zu bestimmen, daß der Bodenwerth B pro Hectar 362,56 Mark, der Culturkostenaufwand c = 24 Mark, der jährliche Aufwand v für Verwaltung, Steuern rc. = 3,6 Mark $\left(\text{also } V = \frac{v}{0{,}0p} = \frac{3{,}6}{0{,}03} = 120 \text{ Mark}\right)$ betrage und daß auf einem Hectar 6400 Pflanzen stehen. Der Zinsfuß sei 3 %.

Auflösung. Der Kostenwerth einer Pflanze ist:

$$= \frac{(362{,}56 + 120)(1{,}03^3 - 1) + 24 \cdot 1{,}03^3}{6400} = \frac{44{,}7333 + 26{,}2248}{6400}$$

$$= \frac{70{,}9581}{6400} = 0{,}011 \text{ Mark,}$$

also etwas mehr als 1 Pfennig.

Aufgabe 2. Es ist der Werth eines 45jährigen Kiefernstammes als Erwartungswerth zu bestimmen. B sei wieder = 362,56 Mark, v = 3,6 Mark. Der ganze Bestand enthalte 3500 Stämme und liefere bis zu seinem im 70. Jahre erfolgenden Abtriebe noch folgende Erträge:

im Jahre . . .	50	60	70	
Zwischennutzungen	67,2	79,2	—	Mark.
Haubarkeitsnutzung	—	—	2970	„

Auflösung. S. 55 wurde der Erwartungswerth des ganzen Bestandes zu 1275,18 Mark berechnet; es ist also der Erwartungswerth eines Stammes $= \frac{1275{,}18}{3500} = 0{,}364$ Mark.

2) Den **concreten** Verbrauchswerth eines Baumes erhält man nach dem unter 3) A. b) S. 66 mitgetheilten Verfahren. Der concrete Kosten- oder Erwartungswerth eines Baumes ergibt sich, wenn man in den bezüglichen Formeln der Bestandswerthe für B, C, V, A, D.... diejenigen Größen einführt, welche sich für den einzelnen Baum berechnen. Gebraucht man die Formel der Erwartungswerthe, so muß zuvor die wahrscheinliche Lebensdauer des betreffenden Baumes ermittelt werden.

Aufgabe. Es ist der Erwartungswerth eines Obstbaumes zu ermitteln, welcher wahrscheinlicherweise noch 20 Jahre ausdauern, innerhalb dieser Zeit alle 5 Jahre eine Obsternte im Werthe von je 7,5 Mark und beim Abtrieb eine Holznutzung von 9 Mark gewähren wird. Diese Einnahmen werden jedoch dadurch geschmälert, daß der von dem Baume beschattete Boden weniger Getreide 2c. erzeugt; der Ausfall ist auf 0,6 Mark pro Jahr geschätzt worden. Für Pflege des Baumes ist jährlich 0,3 Mark zu verausgaben. Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Der Capitalwerth desjenigen Theils des Bodens, welchen der Obstbaum in Anspruch nimmt, ist $\frac{0{,}6}{0{,}03}$; V beträgt $\frac{0{,}3}{0{,}03}$, also B + V $= \frac{0{,}6 + 0{,}3}{0{,}03} = \frac{0{,}9}{0{,}03} = 30$. Hiernach ist:

$$He = \frac{9 + 7{,}5 + 7{,}5 \cdot 1{,}03^5 + 7{,}5 \cdot 1{,}03^{10} + 7{,}5 \cdot 1{,}03^{15} - 30\,(1{,}03^{20} - 1)}{1{,}03^{20}}$$

$$= (46{,}959 - 24{,}183)\; 0{,}5537 = 12{,}61 \text{ Mark.}$$

IV. Werth der Einheit des Raummaßes.

Man findet ihn, wenn man den Werth eines Bestandes oder Baumes durch die Zahl der Raummaße, welche er enthält, dividirt.

Aufgabe. Ein 45jähriger Kiefernbestand liefere bis zu seinem auf das 70. Jahr festgesetzten Abtriebe noch folgende Erträge:

im Jahr . . .	50	60	70	
Zwischennutzung .	67,2	79,2	—	Mark.
Haubarkeitsnutzung	—	—	2970	„

Der Bodenwerth B betrage 362,56 Mark, die jährliche Ausgabe für Verwaltung, Schutz und Steuern 3,6 Mark. Der Bestand enthalte im 45. Jahre 210 Cubikmeter. Es ist der Erwartungswerth eines Cubikmeter 45jährigen Holzes unter Anwendung eines Zinsfußes von 3 % zu bestimmen.

Auflösung. Nach S. 55 ist der Erwartungswerth des ganzen Bestandes = 1275,18 Mark, also der Erwartungswerth eines Cubikmeter

$$= \frac{1275,18}{210} = 6,07 \text{ Mark.}$$

Wie aus β, S. 58 und 64, folgt, stimmt im Haubarkeitsalter u der wirkliche Erlös für die Einheit des Raummaßes mit dem Erwartungswerth derselben unter allen Umständen und mit dem Kostenwerth dann überein, wenn letzterer mit Zugrundelegung des Boden-Erwartungswerthes berechnet wurde.

V. Werth eines ein- oder mehrjährigen Zuwachses.

1) Für einen **Bodenwerth von beliebiger Größe.**

a) Um den Erwartungswerth des x jährigen Zuwachses zu finden, welchen ein Bestand vom Jahre m bis zum Jahre m + x angelegt hat, zieht man den Erwartungswerth des m jährigen Bestandes von dem Erwartungswerthe des (m + x)jährigen Bestandes ab und erhält so

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \ldots . - (B + V)\,(1{,}0p^{u-(m+x)} - 1)}{1{,}0p^{u-(m+x)}}$$

$$- \frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \ldots . - (B + V)\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{(A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \ldots . + B + V)\,(1{,}0p^{x} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} \qquad (*$$

als Erwartungswerth des x jährigen Zuwachses im Jahre m + x. Für das Jahr m berechnet, ist der Werth dieses Zuwachses

$$= \frac{(A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \ldots . + B + V)\,(1{,}0p^{x} - 1)}{1{,}0p^{u+x-m}}.$$

Aufgabe. Es ist der Werth des Zuwachses, welchen ein mit 70jähriger Umtriebszeit zu behandelnder Bestand vom Anfang des 41. bis zum Ende des 45. Jahres anlegt, für das Ende des 40. Jahres zu berechnen. Die Erträge dieses Bestandes sind aus Tabelle A zu entnehmen; es sei ferner B = 362,56 Mark, V = 120 Mark, p = 3.

Auflösung. Führen wir die entsprechenden Werthe in die vorstehende Formel ein, so erhalten wir

$$\frac{(2970 + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} + 362{,}56 + 120)\,(1{,}03^5 - 1)}{1{,}03^{70+5-40}}$$

$$= (2970 + 121{,}3699 + 106{,}4369 + 482{,}56)\ 0{,}1593 \cdot 0{,}3554 = 208{,}36 \text{ Mark.}$$

b) Den Kostenwerth des xjährigen Zuwachses findet man, indem man den Kostenwerth des mjährigen Bestandes von dem Kostenwerthe des (m + x)jährigen Bestandes abzieht. Man erhält dann

$$(B + V)\,(1{,}0p^{m+x} - 1) + c\ 1{,}0p^{m+x} - D_a\ 1{,}0p^{m+x-a}$$
$$- [(B + V)\,(1{,}0p^m - 1) + c\ 1{,}0p^m - D_a\ 1{,}0p^{m-a}]$$
$$= 1{,}0p^m \left(B + V + c - \frac{D_a}{1{,}0p^a}\right)(1{,}0px - 1) \qquad (^{**}$$

als den Kostenwerth des xjährigen Zuwachses im Jahre m + x.

Für das Jahr m berechnet sich der Werth dieses Zuwachses

$$= \frac{1{,}0p^m \left(B + V + c - \frac{D_a}{1{,}0p^a}\right)(1{,}0p^x - 1)}{1{,}0p^x}$$
$$= 1{,}0p^{m-x} \left(B + V + c - \frac{D_a}{1{,}0p^a}\right)(1{,}0p^x - 1).$$

2) **Für den Boden-Erwartungswerth.**

Führt man die Formel des Boden-Erwartungswerthes in die unter 1) a und b enthaltenen Formeln (* und (** ein, so ergibt sich nach einigen Reductionen übereinstimmend:

$$1{,}0p^m \left(A_u + D_n\ 1{,}0p^{u-n} + \ldots. + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \ldots. - c\right)\left(\frac{1{,}0p^x - 1}{1{,}0p^u - 1}\right)$$

als der Werth, welchen ein vom Jahre m bis zum Jahre m + x erfolgender Zuwachs im Jahre m + x hat.

Für das Jahr m berechnet sich der Werth dieses Zuwachses durch die Formel

$$\frac{1{,}0p^m \left(A_u + D_n\ 1{,}0p^{u-n} + \ldots. + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \ldots. - c\right)\left(\frac{1{,}0p^x - 1}{1{,}0p^u - 1}\right)}{1{,}0p^x}$$

$$= 1{,}0p^{m-x}\left(A_u + D_n\ 1{,}0p^{u-n} + \ldots. + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \ldots. - c\right)\left(\frac{1{,}0p^x - 1}{1{,}0p^u - 1}\right).$$

VI. Werth der Bestände einer normalen Altersstufenfolge (Werth des normalen Vorrathes).

Der Werth des normalen Vorrathes setzt sich aus den Werthen der einzelnen Altersstufen zusammen. Das Verfahren zur Ermittlung des

Verbrauchswerthes bietet keine Schwierigkeiten dar; dagegen bedarf die Bestimmung des Erwartungs- und des Kostenwerthes einer besonderen Entwicklung.

1) Zeitpunkt für die Berechnung des normalen Vorrathes.

Der jährliche Reinertrag einer normalen Betriebsklasse bildet die Rente des Bodens und des normalen Vorrathes. Diese Rente wird, wie der Zinsenabwurf jedes andern Capitals, im Laufe eines Jahres erzeugt, so daß also der Vorrath am Ende des Jahres nicht blos das Productionscapital, sondern auch die Rente desselben enthält. Soll nun die Größe des normalen Vorrathes allein, d. h. ohne den Rentenzuwachs, festgestellt werden, so ist dieselbe für denjenigen Zeitpunkt zu erheben, in welchem die Erzeugung der Rente noch nicht begonnen hat, also 1 Jahr vor der Nutzung der ältesten Altersstufe. Diese wird alsdann (u — 1)-jährig, die zweite (u — 2)jährig ...., die letzte 0jährig sein.

2) Erwartungswerth des normalen Vorrathes.

A. Ermittlung des Erwartungswerthes des normalen Vorrathes unter Zugrundelegung eines beliebigen Bodenwerthes.

a) Für die Fläche einer Betriebsklasse.

Berechnen wir die Erwartungswerthe der einzelnen Stufen mit Zugrundelegung der oben angegebenen Alter, und nehmen wir vorerst an, daß nur die q jährige Altersstufe eine Zwischen- oder Nebennutzung liefere. Mit Beibehaltung der seitherigen Bezeichnungen ergibt sich, wenn man m nach und nach die Werthe u — 1, u — 2, ... 2, 1, 0 beilegt,

$$\frac{A_u - (B + V)(1{,}0p^1 - 1)}{1{,}0p^1} \quad \ldots\ldots \text{ als der Erwartungswerth der } (u-1)\text{jährigen Altersstufe.}$$

$$\frac{A_u - (B + V)(1{,}0p^2 - 1)}{1{,}0p^2} \quad \ldots\ldots \text{ als der Erwartungswerth der } (u-2)\text{jährigen Altersstufe.}$$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

$$\frac{A_u - (B + V)(1{,}0p^{u-q} - 1)}{1{,}0p^{u-q}} \quad \ldots \text{ als der Erwartungswerth der } q \text{ jährigen Altersstufe.}$$

$$\frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B+V)(1{,}0p^{u-(q-1)} - 1)}{1{,}0p^{u-(q-1)}} \quad \text{als der Erwartungswerth der } (q-1)\text{jährigen Altersstufe.}$$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

$$\frac{A_u + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B+V)(1{,}0p^{u-0} - 1)}{1{,}0p^{u-0}}$$ als der Erwartungswerth der 0 jährigen Altersstufe.

Summirt man die verticalen Columnen, so erhält man:

$$A_u\left(\frac{1}{1{,}0p} + \frac{1}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{1}{1{,}0p^u}\right) - (B+V)\left(\frac{1{,}0p}{1{,}0p} + \frac{1{,}0p^2}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{1{,}0p^u}{1{,}0p^u}\right)$$
$$+ (B+V)\left(\frac{1}{1{,}0p} + \frac{1}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{1}{1{,}0p^u}\right)$$
$$+ D_q\, 1{,}0\, p^{u-q}\left(\frac{1}{1{,}0\, p^{u-(q-1)}} + \frac{1}{1{,}0\, p^{u-(q-2)}} + \cdots + \frac{1}{1{,}0\, p^{u-(q-q)}}\right)$$
$$= \frac{A_u(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p} - u(B+V) + \frac{(B+V)(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0\, p^u \cdot 0{,}0p} + \frac{D_q\, 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p}.$$

Nimmt man an, daß noch weitere Zwischen= oder Nebennutzungen D_a, D_b, ... in der a-, b-, ... jährigen Altersstufe erfolgt seien, so werden dieselben in die vorstehende Formel analoger Weise mit den Ausdrücken $\frac{D_a\, 1{,}0\, p^{u-a}(1{,}0p^a - 1)}{1{,}0\, p^u \cdot 0{,}0p}$, $\frac{D_b\, 1{,}0\, p^{u-b}(1{,}0\, p^b - 1)}{1{,}0\, p^u \cdot 0{,}0p}$ .... einzuführen sein.

Hiernach wäre der Erwartungswerth des normalen Vorrathes:

$$\frac{(A_u + B + V)(1{,}0p^u - 1) + D_a\, 1{,}0p^{u-a}(1{,}0p^a - 1) + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)}{1{,}0p^u . 0{,}0p}$$
$$- u(B+V). \qquad (*$$

b) Werth des normalen Vorrathes für die Flächeneinheit.

In der soeben aufgestellten Formel beziehen sich die Ausdrücke A_u, D_a, ... D_q, B und V auf eine Altersstufe und es ist hierbei die Größe derselben, als auch diejenige der ganzen Betriebsclasse, unbestimmt gelassen worden. Nimmt man aber an, daß A_u, D_a, ... D_q, B und V für die Flächeneinheit, z. B. für 1 Hectar, gelten, so stellt die obige Formel den Werth des normalen Vorrathes für u Hectar dar, und man erhält den normalen Vorrath für 1 Hectar, wenn man die obige Formel durch u dividirt. Es ist somit:

$$\frac{(A_u + B + V)(1{,}0p^u - 1) + D_a\, 1{,}0p^{u-a}(1{,}0p^a - 1) + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)}{u \cdot 1{,}0\, p^u \cdot 0{,}0p}$$
$$- (B+V)$$

der Erwartungswerth des normalen Vorrathes für die Flächeneinheit.

Beispiel. Für $B = 720$, $V = 120$, $p = 3$, $u = 70$ und die in der Ta-

belle A verzeichneten Erträge ist der Erwartungswerth des Normalvorraths pro Hectar $= [(2970{,}0 + 720 + 120)\ (1{,}03^{70} - 1) + 12{,}0 \cdot 1{,}03^{50}\ (1{,}03^{20} - 1) + 42{,}0 \cdot 1{,}03^{40} (1{,}03^{30} - 1) + 57{,}6 \cdot 1{,}03^{30}\ (1{,}03^{40} - 1) + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} (1{,}03^{50} - 1) + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10}\ (1{,}03^{60} - 1)] : 70 \cdot 1{,}04^{70} \cdot 0{,}03 - (720 + 120)$

$$= \frac{(26356{,}8180 + 1485{,}5577)\,0{,}1263}{2{,}1} - 840 = 834{,}52 \text{ Mark.}$$

B. Ermittlung des Erwartungswerthes des normalen Vorrathes unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswerthes.

Darf in der Formel (* B als Boden-Erwartungswerth

$$^{u}B = \frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V$$

angenommen werden, so findet man, wenn man diesen Ausdruck anstatt B in den ersten Theil jener Formel einführt, nach einigen Reductionen den Werth des normalen Vorrathes für die Fläche einer Betriebsclasse =

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{0{,}0p} - u\,(^{u}B + V)$$

oder, da $V = \frac{v}{0{,}0p}$ ist,

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{0{,}0p} - u\,^{u}B.$$

Für die Flächeneinheit ergibt sich der Werth des normalen Vorrathes =

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u \cdot 0{,}0p} - {}^{u}B.$$

Beispiel. Für die in Tabelle A verzeichneten Erträge, sowie für $c = 24$, $v = 3{,}6$ Mark, $u = 70$, $p = 3$, berechnet sich ein Boden-Erwartungswerth $^{u}B = 362{,}56$. Nach vorstehender Formel wäre also der Werth des normalen Vorrathes:

$$\frac{2970 + 12{,}0 + 42{,}0 + 57{,}6 + 67{,}2 + 79{,}2 - (24 + 70 \cdot 3{,}6)}{70 \cdot 0{,}03} - 362{,}56$$

$= 1043{,}15$ Mark.

3) Kostenwerth des normalen Vorrathes.

A. Ermittlung des Kostenwerthes des normalen Vorrathes unter Zugrundelegung eines beliebigen Bodenwerthes.

a) Für die Fläche einer Betriebsklasse.

Nehmen wir wieder, aus den unter VI, 1 angeführten Gründen, die Alter der einzelnen Stufen zu $(u - 1)$, $(u - 2)$, $\cdots$ 2, 1, 0 Jahren an, und unterstellen wir vorerst, der Kürze halber, daß nur

die a jährige Altersstufe eine Zwischen- oder Nebennutzung D_a liefere. Führt man nun in die allgemeine Formel des Bestands-Kostenwerthes für m nach und nach die Werthe 0, 1, 2 .... (u — 2), (u — 1) ein, so erhält man:

$(B + V)(1{,}0p^0 - 1) + c\,1{,}0p^0$ . . . . als den Kostenwerth der 0 jährigen Altersstufe.

$(B + V)(1{,}0p - 1) + c\,1{,}0p$ . . . als den Kostenwerth der 1 jährigen Altersstufe.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

$(B + V)(1{,}0p^a - 1) + c\,1{,}0p^a - D_a$. als den Kostenwerth der a jährigen Altersstufe.

$(B + V)(1{,}0p^{a+1} - 1) + c\,1{,}0p^{a+1} - D_a 1{,}0p$ als den Kostenwerth der (a+1)jährigen Altersstufe.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

$(B+V)(1{,}0p^{u-1} - 1) + c1{,}0p^{u-1} - D_a 1{,}0p^{u-a-1}$ als den Kostenwerth der (u—1)jährigen Altersstufe.

Summirt man die verticalen Columnen, so erhält man

$$(B + V)(1{,}0p^0 + 1{,}0p + \cdots + 1{,}0p^{u-1}) - u(B + V)$$
$$+ c(1{,}0p^0 + 1{,}0p + \cdots + 1{,}0p^{u-1}) - D^a(1 + 1{,}0p + \cdots + 1{,}0p^{u-a-1})$$
$$= \frac{(B+V)(1{,}0p^u - 1)}{0{,}0p} - u(B+V) + \frac{c(1{,}0p^u - 1)}{0{,}0p} - \frac{D_a(1{,}0p^{u-a} - 1)}{0{,}0p}.$$

Nimmt man an, daß noch weitere Zwischen- oder Nebennutzungen D_b .... D_q in der b-, ... q jährigen Altersstufe erfolgt seien, so werden dieselben in die vorstehende Formel analoger Weise mit den Ausdrücken $\frac{D_b(1{,}0p^{u-b} - 1)}{0{,}0p}, \ldots \frac{D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)}{0{,}0p}$ einzuführen sein.

Hiernach wäre der Kostenwerth des normalen Vorrathes:

$$\frac{(B+V+c)(1{,}0p^u - 1) - [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)]}{0{,}0p}$$
$$- u(B + V). \qquad (^{**}$$

b) Werth des normalen Vorrathes für die Flächeneinheit.

Derselbe ist nach Inhalt des unter b, Seite 77 Bemerkten:

$$\frac{(B+V+c)(1{,}0p^{u}-1)-[D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}{u\cdot 0{,}0p}$$
$$-(B+V),$$

wobei die Werthe B, V, c, $D_a, \cdots D_q$ ebenfalls für die Flächeneinheit gelten.

Beispiel. Für B = 720, V = 120, p = 3, u = 70 und die in Tabelle A verzeichneten Erträge ist der Kostenwerth des Normalvorrathes pro Hectar = $[(720 + 120 + 24)(1{,}03^{70} - 1) - (12{,}0(1{,}03^{50} - 1) + 42{,}0(1{,}03^{40} - 1) + 57{,}6(1{,}03^{30} - 1) + 67{,}2(1{,}03^{20} - 1) + 79{,}2(1{,}03^{10} - 1))] : 70 \cdot 0{,}03 - (720 + 120) = \frac{5976{,}9792 - 299{,}2300}{2{,}1} - 840 = 1863{,}69$ Mark.

B. Ermittlung des Kostenwerthes des normalen Vorrathes unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswerthes.

Führt man in den ersten Theilsatz der Formel (** für B den Boden-Erwartungswerth ${}^{u}B$ ein, so findet man den Werth des normalen Vorrathes für die Fläche einer Betriebsklasse =

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{0{,}0p} - u\,{}^{u}B$$

und für die Flächeneinheit =

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u\cdot 0{,}0p} - {}^{u}B.$$

4) Rentirungswerth des normalen Vorrathes.

Man erhält denselben, wenn man von dem Waldrentirungswerth einer Betriebsklasse den Bodenwerth der letzteren abzieht. Der Waldrentirungswerth ergibt sich durch Capitalisirung des jährlichen Waldreinertrags $A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)$[1]. Hiernach ist der Rentirungswerth des normalen Vorrathes für die Fläche einer Betriebsklasse =

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{0{,}0p} - u\,{}^{u}B$$

und für die Flächeneinheit =

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u\cdot 0{,}0p} - {}^{u}B.$$

Wie man sieht, stimmen diese Formeln mit den unter 2) B. und 3) B. erhaltenen überein.

Anhang. Andere Methoden zur Ermittlung des Werthes des normalen Vorrathes. Die Oesterreichische Cameraltaxation bestimmt be-

1) Siehe das folgende (III.) Capitel, V.

kanntlich den normalen Vorrath nach der Formel $\frac{uZ}{2}$, in welcher u die Umtriebszeit, Z den Haubarkeitsdurchschnittszuwachs aller Altersstufen oder auch den Holzgehalt der ältesten Stufe bedeutet. Diese Formel setzt voraus, daß die älteste Stufe ($u - \frac{1}{2}$) Jahre zählt. Besitzt sie das Alter $u - 1$, so muß (vergl. C. Heyer's Waldertragsregelung, 2. Aufl., S. 41) die Formel $\frac{uZ}{2} - \frac{Z}{2}$ angewandt werden. Um zwischen dieser Formel und den oben entwickelten die möglichste Uebereinstimmung herzustellen, nehmen wir an, daß für Z der jährliche Reinertrag R der Betriebsklasse gesetzt werde, welcher, wenn A_u, D_a, $\cdots D_q$, c und v für die Flächeneinheit gelten, für eben dieses Maß $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{u} - v$ ist. Hiernach wäre der Werth des normalen Vorrathes pro Flächeneinheit =

$$\frac{uR}{2} - \frac{R}{2} = \frac{R\,(u-1)}{2} = \frac{\left(\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{u} - v\right)(u-1)}{2}.$$

Ermittelt man den normalen Vorrath eines Waldes, welcher die in Tabelle A verzeichneten Erträge liefert und einen Aufwand an Culturkosten c im Betrage von 24 Mark, sowie einen Aufwand an jährlichen Kosten im Betrage von 3,6 Mark erfordert, nach den oben angegebenen Methoden, so erhält man folgende Resultate:

Größe des Normal-Vorrathes.

Umtriebszeit u	Nach der Oesterr. Cameraltaxe. Formel $\frac{R\,(u-1)}{2}$	Nach der Formel $\frac{R}{0{,}0p} - {}^uB$	
		p = 2	p = 3
30	88	146	141
40	269	305	286
50	576	553	506
60	984	860	771
70	1455	1188	1043
80	1799	1395	1201
90	2128	1570	1326
100	2296	1619	1343

Wie sich aus Vorstehendem ergibt, stimmen hier die beiden Methoden der Vorrathsberechnung für $u = 40$, $p = 3$ und für $u = 50$, $p = 2$ noch am meisten überein, während man für die höheren Alter sehr abweichende Ergebnisse erhält. Die Ausführung der Rechnung zeigt auch, daß die Resultate der für Sommersmitte geltenden Formel $\frac{uR}{2}$ von denjenigen der Formel $\frac{uR - R}{2}$ nicht erheblich verschieden sind.

III. Capitel.

Ermittlung des Waldwerthes.

I. Methoden der Werthsermittlung.

Der Waldwerth (Werth von Boden + Bestand) kann bestimmt werden:

1) nach dem Erwartungswerthe,
2) nach dem Kostenwerthe,
3) nach dem Verkaufswerthe,
4) nach dem Rentirungswerthe — nach letzterem jedoch nur bei solchen Waldungen, welche zum jährlichen Betriebe eingerichtet sind.

II. Wald-Erwartungswerth insbesondere.

1) Berechnung des Waldwerthes unter der Voraussetzung, daß nach der Ernte des Holzbestandes die Waldwirthschaft mit Beibehaltung der vorhandenen Holz- und Betriebsart weiter geführt werden soll.

A. Wald-Erwartungswerth von Wäldern mit **normalem** Holzbestand.

a) Man kann den Wald-Erwartungswerth aus dem Bodenwerthe und dem Bestands-Erwartungswerthe zusammensetzen.

Hieraus folgt zugleich (siehe Seite 56 unter α), daß der größte Wald-Erwartungswerth sich für diejenige Umtriebszeit berechnet, welcher der größte Boden-Erwartungswerth ^uB entspricht.

Das Alter des Holzbestandes sei m Jahre, so ist der Wald-Erwartungswerth $We_m =$

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0\,p^{u-n} + \cdots + D_q\, 1{,}0\,p^{u-q} - ({}^uB + V)(1{,}0\,p^{u-m} - 1)}{1{,}0\,p^{u-m}} + {}^uB.$$

$$= \frac{A_u + D_n\, 1{,}0\,p^{u-n} + \cdots + D_q\, 1{,}0\,p^{u-q} - V\,(1{,}0\,p^{u-m} - 1) + {}^uB}{1{,}0\,p^{n-m}} \ldots *$$

Führt man hier für ^uB die S. 37 entwickelte Formel ein, so findet man nach einigen Reductionen $We_m =$

$$\frac{1{,}0\,p^m \left(A_u + D_n\, 1{,}0\,p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0\,p^a} + \cdots - c\right)}{1{,}0\,p^u - 1} - V \ldots **$$

Liegt m vor a, so wäre zu setzen statt der Formel *

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0\,p^{u-q} - V\,(1{,}0\,p^{u-m} - 1) + {}^uB}{1{,}0\,p^{u-m}}$$

und statt der Formel **

$$\frac{1{,}0\,p^{m}\,(A_u + D_a\,1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0\,p^{u-q} - c)}{1{,}0\,p^{u} - 1} - V.$$

Für $m = 0$ und unter der Voraussetzung, daß die Cultur noch nicht stattgefunden hat, ist $We_0 =$

$$\frac{A_u + D_a\,1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0\,p^{u-q} - c\,1{,}0\,p^{u} - V\,(1{,}0\,p^{u} - 1) + {}^{u}B}{1{,}0\,p^{u}}$$

$$= \frac{{}^{u}B\,(1{,}0\,p^{u} - 1) + {}^{u}B}{1{,}0\,p^{u}}$$

$$= {}^{u}B,$$

d. h. der Wald-Erwartungswerth geht dann in den Boden-Erwartungswerth über.

b) Man kann jedoch auch den Wald-Erwartungswerth aus den in Aussicht stehenden Einnahmen und Ausgaben direct herleiten und erhält dann:

$$We_m = \frac{A_u}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{A_u}{1{,}0p^{2u-m}} + \frac{A_u}{1{,}0p^{3u-m}} + \cdots + \frac{D_n}{1{,}0p^{n-m}} + \frac{D_n}{1{,}0p^{u+n-m}}$$

$$+ \frac{D_n}{1{,}0p^{2u+n-m}} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^{u-(m-a)}} + \frac{D_a}{1{,}0p^{2u-(m-a)}} + \frac{D_a}{1{,}0\,p^{3u-(m-a)}}$$

$$+ \cdots - \left(\frac{c}{1{,}0\,p^{u-m}} + \frac{c}{1{,}0p^{2u-m}} + \frac{c}{1{,}0p^{3u-m}} + \cdots\right) - V$$

$$= \frac{A_u\,1{,}0p^{m}}{1{,}0p^{u}-1} + \frac{D_n 1{,}0p^{u+m-n}}{1{,}0p^{u}-1} + \cdots + \frac{D_a\,1{,}0p^{m-a}}{1{,}0p^{u}-1} + \cdots - \frac{c\,1{,}0p^{m}}{1{,}0p^{u}-1} - V$$

$$= \frac{1{,}0p^{m}\left(A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^{a}} + \cdots - c\right)}{1{,}0\,p^{u} - 1} - V,$$

wie unter 1) A. a).

Man kann auch alle Einnahmen und Ausgaben auf das Alter der Umtriebszeit reduciren und für den Unterschied derselben den Wiederholungswerth berechnen. Da die Verwaltungs- etc. Kosten jährlich in gleicher Größe wiederkehren, so kann man diese für sich behandeln, also deren Capitalwerth aufsuchen und ihn von jenem Wiederholungswerthe abziehen.

Sämmtliche innerhalb der nächsten u Jahre zu erwartenden Einnahmen und Ausgaben, ausschließlich der Verwaltungskosten, erscheinen in dem Ausdruck:

$$A_u + D_n\,1{,}0\,p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0\,p^{a}} + \cdots - c$$

auf das Jahr u reducirt. Die Summe geht zum ersten Male nach $u - m$ Jahren, von da an aber alle u Jahre ein. Ihr Jetztwerth berechnet sich nach Formel IX folgendermaßen:

$$\frac{1{,}0\,p^{m}\,(A_u + D_n\,1{,}0\,p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^{a}} + \cdots - c)}{1{,}0\,p^{u} - 1}.$$

Hiervon wäre noch V abzuziehen. Es ist also der Wald-Erwartungswerth:

$$We_m = \frac{1{,}0\,p^m \left(A_u + D_n\,1{,}0\,p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0\,p^a} + \cdots - c\right)}{1{,}0\,p^u - 1} - V.$$

Aufgabe. Es ist der Erwartungswerth eines 40jährigen Waldes, welcher die in Tabelle A verzeichneten Erträge zu liefern verspricht, unter der Voraussetzung zu bestimmen, daß $u = 70$, $c = 24$, $V = 120$, $p = 3$ ist.

Auflösung.

$$We_m = \frac{1{,}03^{40}\left(2970{,}0 + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + \frac{12}{1{,}03^{20}} + \frac{42}{1{,}03^{30}} + \frac{57{,}6}{1{,}03^{40}} - 24\right)}{1{,}03^{70} - 1}$$

$- 120$

$= 3{,}262\,(2970{,}0 + 269{,}4119 - 24)\,0{,}1446 - 120$

$= 1396{,}66$ Mark.

B. Wald-Erwartungswerth von Wäldern mit **abnormem** Holzbestand.

Bei solchen Wäldern hat man nicht blos die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes, sondern auch diejenige Abtriebszeit zu ermitteln, für welche der abnorme Bestand den größten Erwartungswerth besitzt. Als Bodenwerth ist das Maximum des Boden-Erwartungswerthes zu unterstellen. In der Regel wird man annehmen können, daß nach dem Abtriebe des abnormen Bestandes normale Erträge erfolgen. Bezeichnet man die abnormen Erträge der ersten Abtriebszeit mit $\mathfrak{A}_u$, $\mathfrak{D}_n$, so ist

$$\mathfrak{We}_m = \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_n\,1{,}0\,p^{u-n} - V\,(1{,}0\,p^{u-m} - 1) + {}^uB}{1{,}0\,p^{u-m}}$$

Beispiel. Ein 50jähriger Bestand auf einem Standorte, welcher unter normalen Verhältnissen die in Tabelle A verzeichneten Erträge zu liefern verspricht, ist durch Sturmwind so gelichtet worden, daß seine gegenwärtige Masse nur einen Werth von 630 Mark besitzt. Voraussichtlich sind von diesem Bestande für die Folge gar keine Zwischennutzungen und

im Jahre	an Haubarkeitsnutzung nur
60	1031 Mark
70	1485 „

zu erwarten. Es sei $c = 24$, $v = 3{,}6$ Mark, $p = 3$; so berechnet sich bei normalen Erträgen das Maximum des Boden-Erwartungswerthes mit 362,56 Mark für das 70. Jahr.

Nach Seite 58 empfiehlt es sich, den abnormen Bestand im 60. Altersjahre abzutreiben. Hiernach ist das Maximum des Wald-Erwartungswerthes =

$$\frac{1031 - 120\,(1{,}03^{10} - 1) + 362{,}56}{1{,}03^{10}} = 1006{,}24 \text{ Mark.}$$

2) **Berechnung des Wald-Erwartungswerthes unter der Voraussetzung, daß nach der Ernte des Holzbestandes eine andere Holzart oder eine andere Boden-Benutzungsart (z. B. die landwirthschaftliche) eingeführt werden soll.**

Man ermittelt die Abtriebszeit u, für welche sich unter Zugrundelegung des Bodenwerthes B der neu einzuführenden Holzart oder Boden-Benutzungsart der größte Bestands-Erwartungswerth ergibt, und berechnet den Wald-Erwartungswerth nach der Formel

$$\frac{A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \ldots\ldots - V\,(1{,}0p^{u-m} - 1) + B}{1{,}0p^{u-m}},$$

in welcher für den Fall, daß der Bestand abnorm ist, $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{D}$ an die Stelle von A und D treten.

III. Wald-Kostenwerth insbesondere.

1) **Man kann den Wald-Kostenwerth aus dem Bodenwerthe und dem Bestandswerthe zusammensetzen** und erhält dann:

a) für einen beliebigen Bodenwerth:

$$\begin{aligned} W_{k_m} &= B + (B + V)\,(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - D_a\,1{,}0p^{m-a} \\ &= (B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \ldots\ldots + V). \end{aligned}$$

b) Bei Unterstellung des Boden-Erwartungswerthes und für normale Bestände ist ${}^uW_{k_m}$

$$= \left(\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + \ldots + D_q\,1{,}0p^{u-q} - c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V + c\right)1{,}0p^m$$

$$- (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \ldots\ldots + V)$$

$$= \frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \ldots\ldots + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \ldots\ldots - c\right)}{1{,}0p^u - 1} - V.$$

2) **Man kann den Wald-Kostenwerth auch aus den stattgehabten Aufwänden direct herleiten.** Das Verfahren ist ein analoges, wie bei der Bestimmung des Bestands-Kostenwerthes, nur daß B selbst, und nicht blos die Verzinsung desselben, unter den Aufwänden erscheint.

Man hat also W_{k_m}

$$\begin{aligned} &= B\,1{,}0p^m + V\,(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \ldots) \\ &= (B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \ldots\ldots + V), \end{aligned}$$

wie oben. Es läßt sich ferner leicht nachweisen, daß die vorstehende

Formel bei normalen Beständen und wenn für B der Boden-Erwartungswerth gesetzt werden darf, in folgende übergeht:

$$W_{k_m} = \frac{1{,}0p^m \left(A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \ldots + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \ldots - c\right)}{1{,}0p^u - 1} - V.$$

Aus dem Vorhergehenden folgt weiter, daß der Wald-Erwartungswerth und der Wald-Kostenwerth bei normalen Beständen in dem Falle übereinstimmen, wenn B den Boden-Erwartungswerth vorstellt.

IV. Wald-Verkaufswerth insbesondere.

Man versteht unter demselben denjenigen Werth, welchen ein Wald nach Maßgabe anderer bekannter Waldverkäufe besitzt.

Der Verkaufswerth zeigt nur an, was etwa für einen Wald erlöst werden kann, wenn die Bedingungen, unter welchen der Kauf stattfand, für den zu verkaufenden Wald die nämlichen bleiben. Letzteres wird namentlich bei größeren Wäldern selten der Fall sein.

V. Wald-Rentirungswerth insbesondere.

Stellt R eine jährlich am Jahresschlusse immerfort wiederkehrende Rente vor, so ist nach Formel VII der Capitalwerth dieser Rente $= \frac{R}{0{,}0p}$.

Berechnet man den Capitalwerth eines Waldes nach dieser Formel, so setzt man voraus, daß der Wald zum jährlichen Betriebe eingerichtet ist, denn nur Wälder von dieser Beschaffenheit gewähren jährlich nachhaltig einen gleich großen Ertrag. Da der Holzbestand eines solchen Waldes nichts Anderes als der normale Vorrath ist, so stellt die Formel $\frac{R}{0{,}0p}$ den Erwartungs-Werth des Bodens + dem Werthe des normalen Vorrathes dar.

1) Wald-Rentirungswerth für die Fläche einer Betriebsclasse.

Bei jedem zum jährlichen Betriebe eingerichteten Walde ist der jährliche Rauhertrag = dem Haubarkeitsertrage A_u der ältesten Stufe + den Zwischen- und Nebennutzungen $D_a, \ldots D_q$, welche sich in den übrigen Altersklassen ergeben. Die Productionskosten bestehen in den Culturkosten c, welche jährlich für nur eine Altersstufe aufzuwenden sind, und in den Kosten für Verwaltung, Schutz, Steuern 2c., welche jährlich für alle Altersstufen bezahlt werden müssen. Nennt man den Betrag dieser Kosten für eine Altersstufe v, so ist er für alle Stufen

$= uv$. Somit ergibt sich der jährliche Wald-Reinertrag einer Betriebsclasse in dem Ausdruck:

$$A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)$$

und der Rentirungswerth W_r dieses Waldes wäre nach obiger Formel:

$$W_r = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{0{,}0p}$$

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{0{,}0p} - uV,$$

wenn man nämlich, wie früher, $\frac{v}{0{,}0p} = V$ nennt.

2) Wald-Rentirungswerth für die Flächeneinheit.

Bedeutet A_u den Haubarkeitsertrag der Flächeneinheit z. B. eines Hectar, $D_a, \ldots . D_q$ diejenigen Zwischen- und Nebennutzungen, welche ein Hectar im Laufe der Umtriebszeit liefert, stellt ferner c den Culturkostenbetrag vor, welcher für die Aufforstung eines Hectar zu Anfang der Umtriebszeit aufzuwenden ist, und bezeichnet V das Capital, aus dessen Interessen jährlich die Kosten für Verwaltung, Schutz, Steuern 2c. pro Hectar zu bestreiten sind, so bezieht sich derjenige Wald-Rentirungswerth, welcher durch Einführung dieser Größen in die obige Formel erlangt wird, auf einen Wald von u Hectar Flächengröße. Um den Wald-Rentirungswerth von 1 Hectar zu finden, hat man also die fr. Formel durch u zu dividiren und erhält dann in dem Ausdruck

$$W_r = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{u \cdot 0{,}0p} - V$$

den Wald-Rentirungswerth, d. h. den Werth des Bodens und des Normalvorrathes für die Flächeneinheit.

IV. Capitel.

Ermittlung der jährlichen Rente.

I. Verwandlung einzelner Einnahmen oder Ausgaben in eine jährliche Rente.

Dieser Gegenstand ist bereits im Vorbereitenden Theil, III. Capitel, S. 21 behandelt worden; auch findet sich dort schon die Auflösung derjenigen Aufgaben, welche in der Praxis am häufigsten vorkommen. Wir

wiederholen hier nur Folgendes: Entweder ist eine nach m oder n Jahren nur einmal erfolgende Einnahme oder Ausgabe R in eine n malige jährliche Rente r, oder eine alle n Jahre sich wiederholende (also immerwährende) Einnahme oder Ausgabe R in eine immerwährende jährliche Rente r zu verwandeln. Das Verfahren, um r zu bestimmen, ist in beiden Fällen das nämliche: man sucht den Capitalwerth der immerwährenden oder als immerwährend gedachten Einnahme oder Ausgabe R auf und multiplicirt denselben mit 0,0p. So ist z. B. die jährliche Rente r, welche einem Zwischen- oder Nebennutzungsertrag D_a entspricht, welcher zum ersten Male nach a Jahren, dann aber alle u Jahre eingeht,

$$= \frac{D_a\, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1}\, 0{,}0p; \text{ die Culturkostenrente} = \frac{c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\, 0{,}0p \text{ u. s. w.}$$

II. Bodenrente.

Unter dieser versteht man den Boden-Reinertrag. Letzterer ergibt sich in dem Unterschiede zwischen den als jährlichen Renten berechneten Einnahmen und Ausgaben, welche nach erfolgter Bestockung des Bodens zu erwarten bezw. aufzuwenden sind, er ist also =

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{v}{0{,}0p}\right) 0{,}0p$$

$$= \frac{A_u}{1{,}0p^u - 1}\, 0{,}0p + \frac{D_a\, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1}\, 0{,}0p + \cdots + \frac{D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\, 0{,}0p$$

$$- \left(\frac{c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\, 0{,}0p + v\right).$$

Wie sich aus Seite 37 entnehmen läßt, stellt der vorstehende Ausdruck die Rente des Boden-Erwartungswerthes, also

$${}^uB \,.\, 0{,}0p$$

vor.

III. Bestandsrente.

Man leitet dieselbe nach dem unter I. angegebenen Verfahren aus dem Bestandswerthe ab.

Für den jährlichen Betrieb ergibt sich die Bestandsrente, wenn man den Werth des normalen Vorrathes mit 0,0p multiplicirt. Berechnet man den Waldwerth als Rentirungswerth, unterstellt man also den Boden-Erwartungswerth, so findet man die Rente des Vorrathes, indem man von dem jährlichen Reinertrage der Betriebsclasse die Rente des Boden-Erwartungswerthes in Abzug bringt. (Siehe IV.)

IV. Waldrente.

Diese ist gleich dem Reinertrag, welchen der Wald (Boden + Holzbestand) abwirft. Beim jährlichen Betriebe ist die Waldrente =

$$A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv).$$

Gelten A_u, $D_a \cdots D_q$, c, v für die Flächeneinheit, so ist für eben dieses Maß der jährliche Reinertrag eines zum jährlichen Betriebe eingerichteten Waldes:

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{u} - v.$$

Anhang.

I. Capitel.

Einige besondere Fälle der Waldwerthrechnung.

I. Abschnitt.

Regeln für die Berechnung des Werthes solcher Wälder, welche zur Veräußerung bestimmt sind.

---

1) Werthsberechnung bei freiwilligen Verkäufen.

Sowohl für den Käufer wie für den Verkäufer ist es begreiflicher Weise von Wichtigkeit, das wahrscheinliche (nicht blos mögliche) Maximum des Werthes zu kennen, welches dem zu schätzenden Objecte beigelegt werden kann. Es sind daher bei der Werthsrechnung alle diejenigen Umstände zu beachten, von welchen jenes Maximum abhängt. Neben den bereits früher, S. 40—43 und S. 55—59, angeführten Momenten (Zinsfuß, Umtriebszeit, Größe der Erträge und Productionskosten, Zeit des Eingangs der Vornutzungen und der Verausgabung der Productionskosten) kommt insbesondere noch die Boden-Benutzungsart in Betracht.

Unterliegt die Wahl derselben keiner Beschränkung, so ist stets die vortheilhafteste Benutzungsart zu unterstellen. Eignet sich z. B. der Boden mehr zur Landwirthschaft, d. h. ergibt sich für diese ein höherer Bodenwerth[1]), so ist die Rechnung unter Zugrundelegung des letzteren zu führen. Der Zeitpunkt, von welchem an die landwirthschaftliche Benutzungsweise des Bodens an die Stelle der forstwirthschaftlichen zu treten hätte, resultirt eben aus der Bedingung, daß der Werth des ganzen Ob-

---

1) Bei der Ermittlung desselben sind die Urbarmachungskosten nicht außer Auge zu lassen. In der Regel wird für das landwirthschaftliche Gelände auch eine höhere Steuer entrichtet.

jectes, also des Bodens mit dem Holzbestande, ein Maximum sein soll[1]); er trifft mithin dasjenige Bestandsalter, für welches der unter Zugrundelegung des landwirthschaftlichen Bodenwerthes berechnete Bestands=Erwartungswerth seinen größten Betrag erreicht. — Erweist sich dagegen die Forstwirthschaft als die vortheilhafteste Boden=Benutzungsart, oder muß dieselbe, z. B. zufolge forstpolizeilicher Bestimmungen, beibehalten werden, so ist der forstliche Bodenwerth, und zwar das Maximum des Erwartungswerthes, welches sich für die rentabelste Holz= und Betriebsart calculirt, als Basis der Werthsberechnung anzunehmen. Der größte Gesammtwerth ergibt sich auch hier bei Unterstellung derjenigen Abtriebszeiten, für welche die größten Bestands=Erwartungswerthe sich berechnen.

Würde behufs Realisirung der nach Vorstehendem ermittelten Maximalwerthe ein größeres als das seither genutzte Holzquantum zum Hiebe bestimmt werden müssen oder das Verhältniß der zum Ausgebote gelangenden Sortimente sich ändern, und wäre hiernach eine Aenderung der Holzpreise vorauszusehen, so darf dieser Umstand bei der Ermittlung der vortheilhaftesten Abtriebszeiten nicht unbeachtet bleiben. Im Allgemeinen gilt hier die Regel, nur solche Abtriebszeiten zu unterstellen, bei welchen sich das sämmtliche Holz der zur Nutzung vorgesehenen Bestände auch verwerthen läßt, wobei es jedoch für die Verwerthung kein absolutes Hinderniß ist, wenn die Holzpreise in Folge des Angebotes einer größeren Masse von schwächeren Sortimenten etwas sinken. Man hat in diesem Falle die vortheilhaftesten Abtriebszeiten durch Bestimmung der größten Bestands=Erwartungswerthe ausfindig zu machen, also von zwei Abtriebszeiten, welche die Verwerthung der ganzen Holzquantität, wenn auch zu sinkenden Preisen, gestatten, diejenige zu wählen, für welche sich der größte Bestands=Erwartungswerth berechnet.

Ferner sind die Gefahren (z. B. Windwurf, Bodenaushagerung, Verdämmung) in Betracht zu ziehen, welche sich für andere Bestände ergeben können, wenn die Abnutzung nur mit Rücksicht auf die vortheilhaftesten Abtriebszeiten der Einzelbestände erfolgt. Ueberhaupt läßt sich bei größeren Wäldern ein richtiger Werthsanschlag ohne einen die Abtriebsfolge ordnenden Nutzungsplan[2]) nicht aufstellen. Eine periodisch oder jährlich gleichmäßige Vertheilung der Nutzungen ist nur dann zu projectiren, wenn sich von derselben eine Steigerung des Waldwerthes erwarten läßt.

---

1) König (Forstmathematik, 2. Aufl., 1842, S. 586) nennt diese Werthsumme den Waldzerschlagungswerth.

2) Siehe hierüber Burckhardt: Der Waldwerth, 1860, S. 29.

Kommt dem Verkaufsobjecte — sei es für den Käufer oder den Verkäufer — ein besonderer Werth (s. S. 4) zu, so ist derselbe in Rechnung zu nehmen. Ein derartiger Werth ergibt sich namentlich dann, wenn der zu veräußernde bezw. zu erwerbende Wald in Zusammenhang mit einem anderen Walde steht oder gebracht werden kann. Die Vortheile, welche aus der Vereinigung eines Waldstücks mit einem an dasselbe angrenzenden Waldcomplexe für den Käufer erwachsen können, sind l. c. angeführt worden. Einige von diesen verwandeln sich für den Verkäufer in Verluste, wozu unter Umständen noch andere Nachtheile kommen, z. B. daß für den nach dem Verkaufe bleibenden Rest des Waldes ein neuer Betriebsplan aufgestellt werden muß. Diese Verluste und Nachtheile hat der Verkäufer neben dem Ertragswerthe des Waldes in Anschlag zu bringen, um die Summe zu erfahren, für welche er den Wald ohne Schaden abgeben kann.

Da einestheils die Bestimmung des Zeitpunktes, in welchem das sämmtliche Holz eines Bestandes sich verwerthen läßt, anderntheils die Ermittlung des Betrages, bis zu welchem die Holzpreise bei größerem Angebot an schwächeren Sortimenten möglicher Weise sinken werden, von dem Ermessen des Schätzenden abhängt, so wird die Berechnung des Werthes größerer Wälder stets eine mehr oder weniger unsichere sein. Demungeachtet kann die Rechnung nicht entbehrt werden, weil sie sowohl dem Käufer wie dem Verkäufer näher liegende Anhaltspunkte für die Bemessung des Kaufpreises bietet, als die bloße Angabe der Erträge und Kosten. Letztere genügt zu dem fraglichen Zwecke nur bei solchen Wäldern, welche sich bereits im jährlichen Betriebe befinden, aber nicht in dem Falle, daß die Walderträge jährlich oder periodisch verschieden sind. Die nicht seltenen Beispiele von Waldverkäufen, bei welchen der Wald weit unter seinem wahren Werth veräußert wurde, erklären sich zwar mitunter dadurch, daß die Concurrenz von Seiten zahlungsfähiger Kaufliebhaber eine unzureichende war, in vielen Fällen aber auch durch den Umstand, daß keine exacte Werthsberechnung vorlag, d. h. daß sowohl der Verkäufer wie der Käufer die Größe des Capitals nicht kannte, dessen Interessen das nämliche Einkommen gewähren, welches der Wald durch seine Erträge liefert.

2) Werthsberechnung aus Veranlassung einer Expropriation.

Daß in dem Falle, wenn die Waldabtretung in Folge gesetzlichen Zwanges „zu Zwecken des öffentlichen Wohls“ (zu „öffentlichen, nothwendigen, gemeinnützigen Zwecken“), also mittelst Expropriation stattfindet, der Werth des abzutretenden Objectes unter Umständen als Verkaufswerth zu bestimmen ist, wurde bereits S. 51 angegeben. Liegt

eine hinreichend große Zahl von Verkäufen nicht vor, so muß der wirthschaftliche Werth ermittelt werden. Einige Schriftsteller haben die Ansicht ausgesprochen, daß bei letzterem Verfahren nicht die wahrscheinlichen, sondern die unter den günstigsten Verhältnissen möglichen Erträge der Waldwerthrechnung zu Grunde zu legen seien; sie wollen also z. B. bei jungen Beständen und anzubauenden Blößen die Ansätze, welche die Ertragstafeln für vollkommene Bestände enthalten, unverkürzt anwenden[1]) (vergl. S. 27). Da indessen die Expropriationsgesetze nur die Vergütung einer Summe vorschreiben, welche hinreicht, um ein anderes entsprechendes Grundstück zu erwerben[2]), so wird die Werthsberechnung bei der zwangsweisen Abtretung von Wald nach denselben Regeln auszuführen sein, nach welchen bei freiwilligen Verkäufen das Maximum des Werthes ermittelt wird (siehe I).

Der Waldbesitzer ist übrigens auch noch für alle sonstigen Verluste und Ausgaben zu entschädigen, welche ihm aus der Expropriation erwachsen. Dahin gehören u. A. die Vergütung für den Abtrieb noch nicht hiebsreifer Bestände, falls nur der nackte Boden abgetreten wird, ferner die Vergütung für neue Begrenzung und Betriebsregulirung, für Anlage von Wegen, welche etwa nothwendig werden, um die durch die Abtretung gestörte Zugänglichkeit des dem Expropriaten verbleibenden Waldrestes wieder herzustellen, für Bodenaushagerung und Sturmschäden, welche durch Bestandsaufhiebe veranlaßt werden, 2c.[3]). Selbstverständlich hat sich die Werthsberechnung an die bestehenden gesetzlichen Bestimmungen zu halten.

---

1) Pfeil: Werthsberechnung 2c. bei der durch das Gesetz erzwungenen unfreiwilligen Außerbesitzsetzung. Krit. Blätter, XVI., 2 (1841), S. 62. — König (Forstmathematik, 3. Aufl. [1846], § 492) schlägt in Anbetracht dessen, daß der Eigenthümer durch die erzwungene Abtretung in seinem Wirthschaftsverbande manchen Nebenverlust erleidet, vor, die Bodenrente zwar mit einem mittleren, den Bestands-Erwartungswerth aber mit einem niedrigeren und den Bestands-Kostenwerth mit einem höheren Zinsfuß zu berechnen.

2) Siehe das bayerische Gesetz „über die Zwangsabtretung von Grundeigenthum für öffentliche Zwecke", vom 17. Nov. 1837, Art. 5; ferner das preußische Gesetz „über die Enteignung des Grundeigenthums", vom 11. Juli 1874, § 10.

3) Baur: Ueber die Berechnung der zu leistenden Entschädigungen für die Abtretung von Wald zu öffentlichen Zwecken, 1869.

II. Abschnitt.

Berechnung der Vergütung für den Abtrieb von Beständen oder einzelnen Bäumen[1]).

I. Berechnung der Vergütung für den Abtrieb ganzer Bestände.

1) Das gefällte Holz gehe in den Besitz Desjenigen über, welcher den Abtrieb des Bestandes bewirkt hat.

Offenbar kann der Waldeigenthümer den Ersatz des Jetztwerthes aller Reinerträge beanspruchen, welche er von dem Bestande zu erwarten gehabt hätte, wenn dieser nicht abgetrieben worden wäre. Hiernach drückt sich die Vergütung durch den Bestands-Erwartungswerth aus. Da dem Waldeigenthümer volle Entschädigung gebührt, so kann er verlangen, daß das Maximum jenes Werthes gerechnet werde. Eine weitere Vergütung ist ihm dann zu leisten, wenn an der Stelle des abgetriebenen Bestandes nicht sofort ein neuer Bestand begründet werden kann.

A. Berechnung der Vergütung für den Fall, daß an der Stelle des abgetriebenen Bestandes sofort ein neuer Bestand begründet werden kann.

a) Als Benutzungsart des Bodens sei die forstwirthschaftliche zu unterstellen.

Da nach dem Abtriebe des Bestandes ein neuer, normaler Bestand angezogen werden kann, so ist für den Fall, daß die Wahl der Umtriebszeit keiner Beschränkung unterliegt[2]), zur Berechnung des Bestandswerthes das Maximum des Boden-Erwartungswerthes anzuwenden.

α) Hat der Bestand die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes bereits erreicht oder überschritten, so stellt nach S. 70 der augenblickliche Bestands-Verbrauchswerth zugleich den größten Bestands-Erwartungswerth dar.

β) Hat der Bestand die Umtriebszeit u des größten Boden-Erwartungswerthes noch nicht erreicht und ist derselbe

1) Da der Abtrieb eines Bestandes oder Baumes auch als Waldbeschädigung aufzufassen ist, so hätten wir das II. und III. Capitel vereinigen können. Durch Unterordnung der bez. Regeln unter einen gemeinschaftlichen Gesichtspunkt würde sich jedoch die Darstellung dieser Lehre etwas complicirt gestalten; wir haben daher die vorbezeichneten Probleme in getrennten Capiteln abgehandelt.

2) Da der entgegengesetzte Fall nur selten vorkommen wird, so sehen wir davon ab, die für denselben geltenden (übrigens sehr einfachen) Regeln der Bestandswerthsberechnung mitzutheilen.

normal, so berechnet sich nach S. 56 der größte Bestands-Erwartungswerth unter Zugrundelegung eben jener Umtriebszeit.

Die bez. Formel lautet:

$$\frac{A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \cdots - ({}^uB + V)\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Zu demselben Resultate führt die Formel des Bestands-Kostenwerthes:

$$({}^uB + V)\,(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots).$$

Ist dagegen der Bestand abnorm, so hat man den Bestandswerth ausschließlich als Erwartungswerth zu bestimmen und zu diesem Behufe diejenige Abtriebszeit u zu ermitteln, für welche der größte Bestands-Erwartungswerth sich ergibt. Bezeichnet man mit $\mathfrak{A}_u$, $\mathfrak{D}_n$ die Erträge des abnormen Bestandes, so berechnet sich die Vergütung mittelst der Formel

$$\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_n\,1{,}0p^{u-n} + \cdots - ({}^uB + V)\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

b) Als Benutzungsart des Bodens sei nicht die forstwirthschaftliche, sondern eine andere, vortheilhaftere zu unterstellen.

Hat der Bestand das Alter der Umtriebszeit des größten forstwirthschaftlichen Boden-Erwartungswerthes erreicht oder überschritten, so ist sein Werth ohne Weiteres als Verbrauchswerth zu veranschlagen. Andernfalls hat man den Bestandswerth als Erwartungswerth, und zwar unter Zugrundelegung desjenigen Bodenwerthes, welcher der höheren Benutzungsart entspricht, zu berechnen, die Abtriebszeit aber in gleicher Weise wie bei abnormen Beständen festzustellen.

B. Berechnung der Vergütung für den Fall, daß an der Stelle des abgetriebenen Bestandes nicht sofort ein neuer Bestand begründet werden kann[1]).

In diesem Falle büßt der Waldeigenthümer r Jahre lang die Bodenrente ein; auch erhält er für die jährlich aufzuwendenden Kosten (für Verwaltung, Schutz und Steuern ꝛc.) keinen Ersatz. Es muß daher der nach a) berechneten Vergütung noch

$$\frac{(B + V)\,(1{,}0p^r - 1)}{1{,}0p^r}$$

zugefügt werden. Man erhält also z. B.

---

1) z. B. weil die Fläche nicht eher cultivirt werden kann, bis der angrenzende verdämmende Bestand abgetrieben worden ist.

a) für die als Erwartungswerth berechnete Vergütung:

$$\frac{A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B+V)(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{(B+V)(1{,}0p^r - 1)}{1{,}0p^r},$$

beziehungsweise

$$\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B+V)(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{(B+V)(1{,}0p^r - 1)}{1{,}0p^r}.$$

Wäre $r = u - m$, bezw. $= u - m$, so betrüge die Vergütung:

$$\frac{A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots}{1{,}0p^{u-m}} \text{ bezw. } \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots}{1{,}0p^{u-m}}.$$

b) Für die als Kostenwerth berechnete Vergütung:

$$(B+V)(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots) + \frac{(B+V)(1{,}0p^r - 1)}{1{,}0p^r}$$

$$= \frac{(B+V)(1{,}0p^{m+r} - 1)}{1{,}0p^r} + c\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots).$$

Wäre $r = u - m$, so betrüge die Vergütung:

$$\frac{(B+V)(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^{u-m}} + c\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots).$$

2) Das gefällte Holz verbleibe dem Waldeigenthümer.

In diesem Falle ist von der nach 1) berechneten Vergütung der augenblickliche Verbrauchswerth des Holzes in Abzug zu bringen. Für Holz, welches die Hiebsreife bereits erlangt hat, wäre also die Vergütung gleich Null.

Beispiel. Ein 46jähriger, normaler Bestand ist widerrechtlicher Weise gefällt worden. Das Holz, welches einen Verbrauchswerth von 1027 Mark besitzt, hat der Waldeigenthümer erhalten. Welche Vergütung hat der Frevler zu leisten unter der Voraussetzung,

1) daß an der Stelle des abgetriebenen Bestandes sofort ein neuer Bestand begründet werden kann;

2) daß die vortheilhafteste Benutzungsart des Bodens die forstwirthschaftliche ist;

3) daß der Bestand die in Tabelle A verzeichneten Erträge geliefert haben würde, und daß der Aufwand für Cultur zu Anfang jeder Umtriebszeit 24 Mark, die jährliche Ausgabe für Verwaltung, Schutz und Steuern 3,6 Mark beträgt.

Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Man hat zunächst das Maximum des Boden-Erwartungswerthes zu ermitteln und findet, daß dasselbe für die 70jährige Umtriebszeit eintritt und 362,56 Mark beträgt. Der Erwartungswerth des 46jährigen Bestandes ist

$$\left[2970 + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} - \left(362{,}56 + \frac{3{,}6}{0{,}03}\right)(1{,}03^{24} - 1)\right] : 1{,}03^{24}$$

= 1328 Mark. Die zu leistende Vergütung stellt sich sonach auf

$$1328 - 1027 = 301 \text{ Mark.}$$

Da der Bestand als normal angenommen wurde, so führt die Berechnung der Vergütung nach dem Kostenwerthe zu dem nämlichen Resultat.

II. Berechnung der Vergütung für den Abtrieb einzelner Bäume.

Dieselbe erfolgt nach den unter I. für ganze Bestände gegebenen Vorschriften. Man kann die Vergütung, je nach den Umständen, als concrete oder als durchschnittliche ermitteln. Erstere erhält man, wenn man die Erträge und Kosten für das betreffende Baumindividuum bestimmt; letztere ergibt sich, indem man die Vergütung für einen ganzen Bestand berechnet und die gefundene Größe durch die Zahl der Stämme, welche der Bestand enthält, dividirt.

Aufgabe. In einem normalen Bestande, welcher vor 3 Jahren mit 2jährigen Pflanzen angelegt wurde, ist eine Pflanze entwendet worden. Man soll die durchschnittliche Vergütung ermitteln, und zwar

a) unter der Voraussetzung, daß an die Stelle der entwendeten Pflanze eine andere 2jährige Pflanze gesetzt wird;

b) unter der Voraussetzung, daß die Recrutirung unmöglich ist.

Auflösung ad a. Die Vergütung läßt sich sowohl nach dem Bestands-Kostenwerthe als auch nach dem Bestands-Erwartungswerthe berechnen und beträgt nach ersterem, wenn der Bestand etwa 6400 Pflanzen enthält,

$$\frac{(B + V)\,(1{,}0p^3 - 1) + c\,1{,}0p^3}{6400}.$$

Der Waldbesitzer kann verlangen, daß für B das Maximum des Boden-Erwartungswerthes gerechnet werde. Könnte man unterstellen, daß der Bestand, aus welchem die Pflanze entnommen wurde, die Erträge liefern werde, welche in Tabelle A verzeichnet sind, und könnte man c = 24, v = 3,6 Mark annehmen, so würde nach Tabelle B das Maximum des Boden-Erwartungswerthes für die 70jährige Umtriebszeit sich berechnen und = 362,5595 sein. Hiernach wäre die Vergütung

$$= \frac{(362{,}5595 + 120)\,(1{,}03^3 - 1) + 24 \cdot 1{,}03^3}{6400}$$

$$= \frac{44{,}7333 + 26{,}2248}{6400} = \frac{70{,}9581}{6400} = 0{,}0111 \text{ Mark.}$$

Vorstehende Rechnung gründet sich auf die Unterstellung, daß die Pflanze, welche an Stelle der entwendeten gebracht wird, im 70. Jahre genutzt werde. Müßte sie dagegen gleichzeitig mit dem übrigen Bestande, also im 67. Jahre geerntet werden, so würde aus dieser vorzeitigen Nutzung ein, wenn auch sehr unbedeutender, Verlust erwachsen, auf dessen Vergütung der Waldeigenthümer Anspruch erheben kann. Will man ihn berücksichtigen, so berechnet man ihn in der Weise, daß man den Erwartungswerth ${}^{67}He_0$ eines neu zu begründen-

den und im Alter 67 abzutreibenden Bestandes von dem Erwartungswerth $^{70}He_0$ eines gleichfalls neu zu begründenden, aber im Alter 70 abzutreibenden Bestandes abzieht. Nach Seite 59 Satz γ ist $^{70}He_0$ = den eben aufgewendeten Culturkosten, also = 24; wäre der Haubarkeitsertrag im 67. Jahre = 2660, so würde sich $^{67}He_0$ zu

$$[2660 + 12 \,.\, 1{,}03^{17} + 42 \,.\, 1{,}03^{37} + 57{,}6 \,.\, 1{,}03^{27} + 67{,}2 \,.\, 1{,}03^{17} + 79{,}2 \,.\, 1{,}03^{7} - 482{,}5595\,(1{,}03^{67} - 1)] : 1{,}03^{67}$$

= 21,5178 berechnen und

$$\frac{^{70}He_0 - {}^{67}He_0}{6400} = \frac{24{,}0000 - 21{,}5178}{6400} = 0{,}0004 \text{ sein.}$$

Die Gesammtvergütung betrüge hiernach

$$0{,}0111 + 0{,}0004 = 0{,}0115 \text{ Mark.}$$

In Vorstehendem haben wir angenommen, daß der Aufwand für die Recrutirung einer einzelnen Pflanze ein verhältnißmäßiger Theil des Aufwandes für den vollen Anbau der ganzen Fläche sei, also $\frac{24}{6400} = 0{,}0037$ Mark betrage. Das Versetzen einer einzelnen Pflanze wird jedoch theurer zu stehen kommen. Nehmen wir das Plus an Culturaufwand zu 0,2 Mark an, so würden also für die entwendete Pflanze = 0,0111 + 0,2 = 0,2111 bezw. 0,0115 + 0,2 = 0,2115 Mark zu erlegen sein.

Auflösung ad b. Berechnet man die Vergütung nach dem Bestandskostenwerthe, so ergibt sich dieselbe (s. S. 96) mittelst der Formel

$$\left[\frac{(^uB + V)\,(1{,}0\,p^u - 1)}{1{,}0\,p^{u-m}} + c\ 1{,}0\ p^m\right] : 6400$$

$$= \left[\frac{(362{,}5595 + 120)\,(1{,}03^{70} - 1)}{1{,}03^{67}} + 24 \,.\, 1{,}03^{3}\right] : 6400$$

$$= \frac{486{,}9033}{6400} = 0{,}0761 \text{ Mark.}$$

Nach dem Erwartungswerthe ergibt sich die Vergütung (s. S. 96) mittelst der Formel

$$\left[\frac{A_u + D_a\,1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0\,p^{u-q}}{1{,}0\,p^{u-m}}\right] : 6400$$

$$= (2970 + 12 \,.\, 1{,}03^{50} + 42 \,.\, 1{,}03^{40} + 57{,}6 \,.\, 1{,}03^{30} + 67{,}2 \,.\, 1{,}03^{20} + 79{,}2 \,.\, 1{,}03^{10}) : 1{,}03^{67} \,.\, 6400 = 0{,}0761 \text{ Mark.}$$

Wenn dem Frevler die Wahl gelassen würde, entweder die entwendete Pflanze durch eine neue zu ersetzen, oder den gegenwärtigen Werth des Zuwachsverlustes zu vergüten, welchen der Bestand durch Entnahme einer Pflanze erleidet, so würde nach den Voraussetzungen unseres Beispiels die letztgenannte Art der Vergütung für ihn vortheilhafter sein. Dieses Resultat mag auf den ersten Anblick befremden; es erklärt sich jedoch leicht, wenn man erwägt, daß bei einem noch jungen Bestande der Jetztwerth aller von demselben zu erwartenden Erträge verhältnißmäßig klein ist und sich dazu noch auf eine sehr große Pflanzenzahl vertheilt. (Vergl. Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1856, S. 161, wo der Verfasser die Berechnung der Vergütung für nicht zu recrutirende Pflanzen auf einem anderen Wege gelehrt hat. Bei der Wahl des dort

dargestellten Verfahrens wurde der Verfasser durch die Absicht geleitet, die Berechnung der Vergütung von der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes unabhängig zu machen, um zu verhüten, daß bei den in praxi eingehaltenen Umtriebszeiten für die widerrechtliche Fällung solcher Stämme, welche das festgesetzte Haubarkeitsalter noch nicht erreicht haben, ein Schadenersatz nicht liquidirt werden könne. Da indessen gegen jenes Verfahren vom mathematischen Standpunkt aus Bedenken sich erheben lassen, so hat der Verfasser schon in der I. Auflage dieser Schrift (1865) die oben (S. 96) angegebenen Formeln aufgestellt, welche der Forderung streng mathematischer Richtigkeit vollkommen entsprechen. Dieselben sind später auch von Anderen zum Zwecke der Schadenersatz-Ermittlung angewendet worden.)

III. Abschnitt.

Berechnung der Vergütung für Waldbeschädigungen[1]).

Die Rechnung läßt sich nach folgender allgemeinen Regel führen: man ziehe den Erwartungswerth des beschädigten Waldes von dem Erwartungswerth des unbeschädigten Waldes ab. Selbstverständlich sind diese Werthe nach dem höchsten Betrage, den sie unter den gegebenen Verhältnissen erreichen können, zu bestimmen. Für den Fall, daß die Beschädigung nur den Bestand oder einzelne Bäume, nicht den Boden getroffen hat, genügt es, die Bestands- bezw. Baum-Erwartungswerthe von einander abzuziehen.

Aufgabe 1. In der Nähe eines Waldes, dessen seitherige Bonität der Ertragstafel A entsprach, ist zur Verbesserung von landwirthschaftlich benutzten Grundstücken eine Entwässerung ausgeführt worden. In Folge dieser hat sich der Feuchtigkeitsgehalt des Waldbodens so vermindert, daß von dem 60jährigen, bisher normal beschaffenen, Holzbestand, mit welchem die Fläche bestockt ist, bei einer Abtriebszeit von 70 Jahren nur ein Haubarkeitsertrag von 2700 Mark, bei einer Abtriebszeit von 80 Jahren ein Durchforstungsertrag von 80 Mark im 70. Jahr und ein Haubarkeitsertrag von 3100 Mark zu erwarten, für die folgenden Umtriebszeiten aber überhaupt nur auf die Erträge der nächstgeringeren Standortsgütestufe zu rechnen ist. Dieser entspricht folgende Ertragstafel:

---

1) Der Schaden, für welchen die Vergütung zu leisten ist, zerfällt in einen unmittelbaren und einen mittelbaren. Jener besteht in dem Ertragsverlust an dem beschädigten Boden oder Bestande, dieser in den Nachtheilen, welchen benachbarte Waldtheile z. B. durch Bodenaushagerung, Windwurf ꝛc. ausgesetzt sind. Der mittelbare Schaden wird calculatorisch nach den nämlichen Grundsätzen festgestellt wie der unmittelbare.

Jahr	Zwischennutzungen Mark	Abtriebsertrag Mark
20	8	75
30	29	212
40	40	466
50	47	887
60	55	1466
70	63	2060
80	62	2582
90	60	2832
100	—	3110

Wie hoch stellt sich der Betrag der Beschädigung, welche der fr. Wald erlitten hat, unter der Voraussetzung, daß $c = 24$, $v = 3{,}6$ und $p = 3$ angenommen werden kann?

Auflösung. Das Maximum des Boden-Erwartungswerthes für die Ertragsfähigkeit, welche der Wald vor der Entwässerung besaß, ergibt sich nach Tabelle B zu 362,56 Mark, der Wald-Erwartungswerth nach Formel * auf Seite 82 zu

$$\frac{2970 - \frac{3{,}6}{0{,}03}(1{,}03^{10} - 1) + 362{,}56}{1{,}03^{10}} = 2449 \text{ Mark.}$$

Das Maximum des Boden-Erwartungswerthes, welches der Ertragsfähigkeit des Waldes nach Vornahme der Entwässerung entspricht, berechnet sich mit 206,16 Mark für eine Umtriebszeit von 70 Jahren. Wird der vorhandene Bestand im 70. Jahre abgetrieben, so ist der Erwartungswerth des durch die Entwässerung deteriorirten Waldes =

$$\frac{2700 - \frac{3{,}6}{0{,}03}(1{,}03^{10} - 1) + 206{,}16}{1{,}03^{10}} = 2132 \text{ Mark.}$$

Wird der Bestand im 80. Jahre abgetrieben, so ist der Wald-Erwartungswerth =

$$\frac{3100 + 80 \,.\, 1{,}03^{10} - \frac{3{,}6}{0{,}03}(1{,}03^{20} - 1) + 206{,}16}{1{,}03^{20}} = 1837 \text{ Mark.}$$

Der größte Wald-Erwartungswerth ergibt sich demnach auch hier für eine Abtriebszeit von 70 Jahren und der Schaden berechnet sich zu 2449 — 2132 = 317 Mark.

Aufgabe 2. Ein 3jähriger Bestand ist 5 Jahre hindurch von Waidvieh so verbissen worden, daß man seinen Zuwachs während dieser Zeit gleich Null rechnen kann. Der Waldbesitzer erhebt gegen den Eigenthümer des Viehes Klage auf Entschädigung; der Proceß wird aber erst nach 2 Jahren, also im 10. Bestandsjahre, und zwar zu Gunsten des Waldbesitzers entschieden. Welche Vergütung ist dem letzteren unter der Voraussetzung zu leisten, daß sämmtliche Erträge des Bestandes in Folge der Beschädigung 5 Jahre später erfolgen? Die Berechnung soll geführt werden mit Zugrundelegung der Ertragstafel A, sowie für $c = 24$ Mark, $v = 3{,}6$ Mark, $p = 3$.

Auflösung. Da die Beschädigung sich nur auf den Bestand, nicht auf den Boden bezieht, so besteht die Vergütung in dem Unterschied zwischen dem

Maximum des Erwartungswerthes des normalen und dem Maximum des Erwartungswerthes des abnormen Bestandes.

Zuerst ist das Maximum des Boden=Erwartungswerthes unter Voraussetzung normaler Bestandsverhältnisse zu berechnen. Man findet, daß dasselbe (siehe Tabelle B) für eine 70jährige Umtriebszeit mit 362,56 Mark sich ergibt.

Das Maximum des Erwartungswerthes des normalen Bestandes berechnet sich nach Satz $\beta\beta$) auf Seite 56 für eine Abtriebszeit von 70 Jahren und beträgt für den 10jährigen Bestand

$$[2970 + 12 \,.\, 1{,}03^{50} + 42 \,.\, 1{,}03^{40} + 57{,}6 \,.\, 1{,}03^{30} + 67{,}2 \,.\, 1{,}03^{20} + 79{,}2 \,.\, 1{,}03^{10} - (362{,}56 + 120)\,(1{,}03^{60} - 1)] : 1{,}03^{60} = 198 \text{ Mark.}$$

Der beschädigte Bestand liefert alle Erträge 5 Jahre später als der normale Bestand, mithin

im Alter	Zwischennutzungen Mark	Abtriebsertrag Mark
25	12,0	108,0
35	42,0	302,4
45	57,6	666,0
55	67,2	1267,2
65	79,2	2062,8
75	90,0	2970,0
85	88,8	3608,4
95	86,4	4214,4
105	—	4500,0

Behält man die 10jährigen Altersabstufungen bei (interpolirt man also die Ertragstafel nicht etwa auf kürzere Altersabstufungen), so ist der Erwartungswerth des 10jährigen beschädigten Bestandes bei einer Abtriebszeit von 65 Jahren:

$$[2062{,}8 + 12 \,.\, 1{,}03^{40} + 42 \,.\, 1{,}03^{30} + 57{,}6 \,.\, 1{,}03^{20} + 67{,}2 \,.\, 1{,}03^{10} - 482{,}56\,(1{,}03^{55} - 1)] : 1{,}03^{55} = 84{,}30 \text{ Mark;}$$

bei einer Abtriebszeit von 75 Jahren:

$$[2970 + 12 \,.\, 1{,}03^{50} + 42 \,.\, 1{,}03^{40} + 57{,}6 \,.\, 1{,}03^{30} + 67{,}2 \,.\, 1{,}03^{20} + 79{,}2 \,.\, 1{,}03^{10} - 482{,}56\,(1{,}03^{65} - 1)] : 1{,}03^{65} = 104{,}52 \text{ Mark;}$$

bei einer Abtriebszeit von 85 Jahren:

$$[3608{,}4 + 12 \,.\, 1{,}03^{60} + 42 \,.\, 1{,}03^{50} + 57{,}6 \,.\, 1{,}03^{40} + 67{,}2 \,.\, 1{,}03^{30} + 79{,}2 \,.\, 1{,}03^{20} + 90 \,.\, 1{,}03^{10} - 482{,}56\,(1{,}03^{75} - 1)] : 1{,}03^{75} = 57{,}87 \text{ Mark.}$$

Der größte Bestands=Erwartungswerth ergibt sich also mit 104,52 Mark für eine Abtriebszeit von 75 Jahren, und es beträgt hiernach die zu leistende Vergütung 198,00 — 104,52 = 93,48 Mark.

Aufgabe 3. In einem normal beschaffenen 50jährigen Bestande ist unberechtigter Weise eine größere Zahl von Stämmen, welche in Summa einen Verkaufswerth von 570 Mark besitzen, gefällt worden. Dieses Holz hat jedoch der Waldeigenthümer erhalten. Voraussichtlich sind von jenem Bestande für die Folge gar keine Zwischennutzungen und

im Jahre	an Haubarkeitsnutzung nur
60	1031 Mark
70	1485 „

zu erwarten. Welche Vergütung ist dem Waldeigenthümer unter der Voraussetzung zu leisten, daß der unbeschädigte Bestand die in Tabelle A verzeichneten Erträge geliefert haben würde und daß c zu 24 Mark, v zu 3,6 Mark, p = 3 anzunehmen ist.

Auflösung. Hätte der Frevler das gefällte Holz behalten, so würde die zu leistende Vergütung in dem Unterschied Δ zwischen dem Maximum des Erwartungswerthes des normalen und dem Maximum des Erwartungswerthes des abnormen Bestandes bestehen. Da aber das gefällte Holz im Besitze des Waldeigenthümers geblieben ist, so beträgt die Vergütung nur Δ — 570 Mark.

Nach Tabelle B berechnet sich das Maximum des Boden-Erwartungswerthes mit 362,56 Mark für eine Umtriebszeit von 70 Jahren.

Das Maximum des Erwartungswerthes des unbeschädigten Bestandes ergibt sich nach Satz ββ) auf Seite 56 für eine Abtriebszeit von 70 Jahren und beträgt

$$\frac{2970 + 79{,}2 \,.\, 1{,}03^{10} - (362{,}56 + 120)\,(1{,}03^{20} - 1)}{1{,}03^{20}} = 1488 \text{ Mark.}$$

Das Maximum des Erwartungswerthes des beschädigten Bestandes berechnet sich nach dem Beispiel auf Seite 58 für eine Abtriebszeit von 60 Jahren und beträgt 644 Mark.

Hiernach sind als Vergütung 1488 — 644 — 570 = 274 Mark zu zahlen.

IV. Abschnitt.

Berechnung der Vergütung für Benutzung des Bodens zur Gewinnung von Fossilien[1]).

Ein Waldeigenthümer, welcher — sei es freiwillig, oder in Folge gesetzlichen Zwanges — einem Andern Waldboden zur Gewinnung von Fossilien zeitweise überläßt, kann als Vergütung beanspruchen:

I. Den **Bodenpacht** oder die **Bodenrente**, welche ihm jährlich so lange entrichtet werden muß, als die anderweitige Benutzung des Bodens dauert. Bei der Berechnung dieser Rente ist als Bodenwerth das Maximum des Boden-Erwartungswerthes anzunehmen[2]).

II. Den **Bestandswerth**, wenn nämlich die abzutretende Fläche bestockt ist und der Pächter des Bodens auch den Holzbestand übernimmt. Bezüglich der Berechnung des Bestandswerthes verweisen wir auf Seite

---

1) Das Verfahren, welches wir hier mittheilen, ist im Wesentlichen von Faustmann (v. Wedekind's Jahrbücher, 1853, 2. Folge, III., 4, S. 345) aufgestellt und wissenschaftlich begründet worden.

2) Hat der Waldeigenthümer noch weiter jährliche Kosten zu bezahlen, so müssen ihm auch diese vergütet werden.

94. Fällt der Holzbestand dem Waldeigenthümer zu, so ist demselben bei solchen Beständen, welche noch nicht hiebsreif sind, der Unterschied zwischen dem Verbrauchswerthe und dem Erwartungs- bezw. Kostenwerthe zu vergüten.

III. Den Ersatz des **Minderwerthes**, welchen der **Boden** nach Beendigung der Fossiliengewinnung besitzt. Um dem Eigenthümer des Bodens die schließliche Vergütung dieses Minderwerthes zu sichern, müßte der Bergbauunternehmer eine Caution hinterlegen, deren Betrag in maximo dem vollen Bodenwerthe gleich wäre[1]).

Aufgabe. Ein Bergwerksunternehmer pachtet von einem Waldbesitzer einen Hectar Waldboden, welcher mit einem 50jährigen normalen, eben durchforsteten Holzbestand bestockt ist. Das Holz des abzutreibenden Bestandes, dessen Verbrauchswerth 1200 Mark beträgt, behält der Waldbesitzer. Es ist zu ermitteln:

1) die Größe des jährlich zu zahlenden Bodenpachtes,

2) „ „ der von dem Pächter zu hinterlegenden Caution,

3) „ „ der Vergütung, welche der Pächter dem Waldbesitzer dafür zu zahlen hat, daß der letztere gezwungen ist, den Bestand vor dem Eintritt der wirthschaftlichen Reife zu nutzen.

Auflösung. Zunächst wäre die Bonität und die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes zu ermitteln. Ergäbe die Bonitirung z. B., daß der Boden die in Tabelle A verzeichneten Erträge liefern könne, so würde für $c = 24$, $v = 3{,}6$ und $p = 3$, das Maximum des Boden-Erwartungswerthes für $u = 70$ sich herausstellen und auf 362,56 Mark sich belaufen (vergl. Tabelle B). Hiernach würde

1) der Bodenpacht $362{,}56 \,.\, 0{,}03 = 10{,}88$ Mark,

2) die zu hinterlegende Caution in maximo 362,56 Mark,

3) der Unterschied zwischen dem Bestands-Kosten- oder Erwartungswerth und dem Bestands-Verbrauchswerth $1488{,}56 - 1200 = 288{,}56$ Mark sein.

V. Abschnitt.

Ablösung von Forstberechtigungen.

Eine Forstberechtigung kann entweder durch eine Natural- oder Geldrente, oder durch ein Geldcapital, oder durch ein Grundstück abgelöst werden. Die Anwendung des einen oder des anderen Ablösungs-

---

1) z. B. wenn der auf dem Boden abzulagernde Schutt Kupferkies oder Arsenikkies enthalten sollte. In der Regel wird jedoch bei der Berechnung der Caution nur ein mittlerer Grad von Bodenverschlechterung zu Grunde gelegt werden dürfen.

mittels hängt entweder von der freien Vereinbarung der Interessenten ab, oder sie ist durch das Gesetz festgestellt[1]).

Bei der Ermittlung der Naturalrente oder des Geldwerthes derselben kommt die Waldwerthrechnungslehre nicht in Betracht. Eher schon bei der Bestimmung des Ablösungscapitals, wegen der Wahl des Zinsfußes; vor Allem aber bei der Bestimmung des Werthes und der Größe des zur Abfindung dienenden Waldes.

I. Ablösung mittelst eines Geldcapitals.

Das Geldcapital muß so bemessen werden, daß der Berechtigte beim Ausleihen desselben zu einem der Sicherheit seines seitherigen Rentenbezugs entsprechenden Zinsfuße durch die Zinsen und Zinseszinsen dieses Capitals nachhaltig dieselben Einnahmen erhält, welche ihm die fortdauernde Berechtigung geliefert haben würde.

Es fragt sich nun, welcher Zinsfuß zur Capitalisirung des Rentenwerthes einer Berechtigung anzuwenden ist.

Geht man von dem Grundsatze aus, daß dem Berechtigten volle Entschädigung gewährt werden muß, daß er aber keinen Anspruch auf die Vergütung von Vortheilen hat, welche ihm das Object der Berechtigung selbst nicht bietet, so findet man, daß sich gegen die Anwendung des forstlichen Zinsfußes zur Berechnung eines Ablösungs-Geldcapitals in manchen Fällen Bedenken erheben. Wie früher (S. 7) auseinandergesetzt wurde, bedingen folgende Momente den verhältnißmäßig niedrigen Stand des forstlichen Zinsfußes.

1) Die Sicherheit des Bezuges der Einnahmen,

2) das Steigen der Forstproductenpreise,

3) die sonstigen mit dem Waldbesitz verbundenen Annehmlichkeiten und Vortheile.

Untersuchen wir nun, ob und in wie weit diese Momente bei den Berechtigungen zur Wirkung kommen.

Ad 1. Wenn, wie dies zumeist der Fall ist, das Object der Berechtigung einen Theil des Waldertrages bildet, so wird man bei demselben die Sicherheit des Bezuges in der Regel ebenso wie bei den übrigen Walderträgen unterstellen dürfen. Es kommen indessen auch

---

1) Die Angabe der Gründe, welche in einem gegebenen Falle für die eine oder die andere Art der Ablösung sprechen, gehört nicht in ein Lehrbuch der Waldwerthrechnung, sondern ist in den Werken über Forstpolitik (Staatsforstwirthschaftslehre) sowie in den Monographien über die Ablösung der Forstberechtigungen nachzusehen. Der vorliegende Gegenstand wurde neuerdings sehr eingehend auf den Versammlungen der deutschen Forstmänner zu Bamberg (1877) und Dresden (1878), insbesondere aber von Danckelmann in der Schrift: Die Ablösung und Regelung der Waldgrundgerechtigkeiten, I, 1880, behandelt.

Ausnahmen vor; so kann z. B. die Ergiebigkeit der Leseholznutzung durch Einführung der Pflanzcultur anstatt der Saatcultur oder der natürlichen Verjüngung sich vermindern.

Ad 2. Wenn man annimmt, daß der forstliche Zinsfuß wegen des Steigens der Forstproductenpreise niedriger sein muß, als der landesübliche Zinsfuß, so läßt man sich hierbei hauptsächlich durch den Umstand leiten, daß die Einnahmen aus der Waldwirthschaft vorzugsweise in Holz bestehen, dessen Preis seither fortwährend gestiegen ist. Bezieht sich aber eine Forstberechtigung auf andere Nutzungen (z. B. auf Waide), von welchen etwa angenommen werden kann, daß ihr Werth im Laufe der Zeit sinken wird, so dürfte der zur Capitalisirung anzuwendende Zinsfuß nicht so niedrig gestellt werden, als der forstliche Zinsfuß.

Wollte man bei der Bestimmung des Capitalisirungs-Zinsfußes von dem landesüblichen Zinsfuß ausgehen und diesen nur wegen der größeren oder geringeren Sicherheit des Bezuges der aus der Berechtigung fließenden Einnahme, nicht aber wegen des Steigens oder Fallens des Geldwerthes der Naturalrente ändern, so würde das Ablösungs-Capital durch Discontirung der künftigen — steigenden oder fallenden — Renten zu berechnen sein.

Ad 3. An den hier erwähnten Annehmlichkeiten und Vortheilen nimmt der Berechtigte nicht Theil; es kommt daher der Betrag der Zinsfußermäßigung, welcher auf dieselben trifft, bei der Festsetzung des Ablösungs-Zinsfußes nicht in Rechnung.

Der zur Capitalisirung des Rentenwerthes einer Berechtigung anzuwendende Zinsfuß müßte in jedem Einzelfalle durch Sachverständige bestimmt werden. Da jedoch die Herleitung dieses Zinsfußes aus dem landesüblichen oder auch aus dem rein forstlichen manchen Schwierigkeiten unterliegt, so hat man vorgeschlagen, die zwangsweise Ablösung auf die Leistung einer nach den jedesmaligen Preisen zu bestimmenden, also veränderlichen, Geldrente zu beschränken, die Ablösung mittelst eines Geldcapitals aber der freien Entschließung der Betheiligten zu überlassen, wobei diese über den der Ablösung zu Grunde zu legenden Zinsfuß sich zu vereinbaren hätten. Bei diesem Verfahren ist also sowohl der Pflichtige wie der Berechtigte davor geschützt, ein Ablösungscapital geben bezw. hinnehmen zu müssen, welches der Eine oder Andere nicht für das richtige hält; dagegen kommt hierbei, wenn die Betheiligten sich nicht einigen, die vollständige Befreiung des Grundeigenthums von den auf demselben ruhenden Lasten nicht zu Stande. Um dies zu verhüten, verlangen Andere, daß unter die Ablösungsmittel auch das Geldcapital aufgenommen werde, zumal die jedesmalige Feststellung der Geldrente mit unangenehmen Weitläufigkeiten verbunden und häufig ohne richterlichen

Entscheid nicht durchzuführen sei; sie verlangen ferner, daß die Bestimmung des Zinsfußes nicht dem Urtheil weniger Experten, sondern der Landesgesetzgebung überlassen werde, welche denselben „nach Maßgabe einer sicheren Geldeinnahme" feststellen solle. Je nachdem dieser Zinsfuß von demjenigen abweicht, welcher sich bei Berücksichtigung der unter 1 bis 3 aufgeführten Momente ergeben würde, erleidet entweder der Pflichtige oder der Berechtigte eine Schädigung.

Beispiel. X hat aus dem Walde des Y jährlich eine Quantität Holz zu beziehen, dessen erntekostenfreier Werth 1 beträgt.

A. Welcher Zinsfuß wäre bei der Rechnung mit den jetzigen Preisen zur Capitalisirung anzuwenden, wenn

a) die Holzpreise jährlich um 1% steigen,

b) dieselben " " 2% "

B. Welches Ablösungscapital hätte Y dem X unter der Voraussetzung, daß zur Capitalisirung der Berechtigungsrente der Geldzinsfuß unverkürzt angewendet wird, zu entrichten, wenn

a) die Holzpreise nicht steigen,

b) dieselben um 1% jährlich steigen,

c) " " 2% " " .

C. Wie lange kann X mittelst eines Ablösungscapitals, welches unter Anwendung des Geldzinsfußes berechnet wird, die bisher bezogene Holzquantität jährlich sich beschaffen unter der Voraussetzung:

a) daß die Holzpreise nicht steigen,

b) daß dieselben um 1% jährlich steigen,

c) " " " 2% " " .

Der Geldzinsfuß sei $4^1/_2$%.

Auflösung der Aufgabe A.

Bringen wir die Sicherheit des Bezuges der aus der Berechtigung fließenden Einnahme nicht in Anschlag, rechnen wir also keine Prämie für den Verlust an Zinsen beim Ausleihen eines Geldcapitals, so finden wir

a) wenn die Holzpreise jährlich um 1% steigen, das Capitalisirungs-Procent mittelst der Gleichung

$$\frac{1{,}01}{1{,}045} + \frac{1{,}01^2}{1{,}045^2} + \cdots = \frac{1}{1{,}0x} + \frac{1}{1{,}0x^2} + \cdots,$$

aus welcher

$$x = \frac{3{,}5}{1{,}01} = 3{,}456 \text{ folgt.}$$

b) Steigen die Holzpreise jährlich um 2%, so findet man auf demselben Wege wie unter a)

$$x = \frac{2{,}5}{1{,}02} = 2{,}451.$$

Auflösung der Aufgabe B.

a) Unter der Voraussetzung, daß die Holzpreise nicht steigen und bei Anwendung eines Zinsfußes von $4^1/_2$% findet man das Ablösungscapital =

$$\frac{1}{1{,}045} + \frac{1}{1{,}045^2} + \cdots = \frac{1}{0{,}045} = 22{,}22\cdots$$

b) Steigen die Holzpreise jährlich um 1%, so ist das Ablösungscapital =

$$\frac{1 \,.\, 1{,}01}{1{,}045} + \frac{1 \,.\, 1{,}01^2}{1{,}045^2} + \cdots = \frac{1{,}01}{0{,}035} = 28{,}86.$$

c) Steigen die Holzpreise jährlich um 2%, so ist das Ablösungscapital =

$$\frac{1 \,.\, 1{,}02}{1{,}045} + \frac{1 \,.\, 1{,}02^2}{1{,}045^2} + \cdots = \frac{1{,}02}{0{,}025} = 40{,}8.$$

Auflösung der Aufgabe C.

a) Bleiben die Holzpreise unverändert, so betragen die Zinsen des Ablösungscapitals jährlich $\frac{1}{0{,}045} \cdot 0{,}045 = 1$. Der Berechtigte X kann also unter der angenommenen Voraussetzung mittelst des Ablösungscapitals $\frac{1}{0{,}045}$ sich die bisher bezogene Holzquantität fortdauernd beschaffen.

b) Steigen die Holzpreise jährlich um 1%, so findet man das Jahr n, bis zu welchem X die bisher bezogene Holzquantität sich mittelst des Ablösungscapitals $\frac{1}{0{,}045}$ jährlich beschaffen kann, durch die Gleichung

$$\frac{1}{0{,}045} = \frac{1 \,.\, 1{,}01}{1{,}045} + \frac{1 \,.\, 1{,}01^2}{1{,}045^2} + \cdots + \frac{1 \,.\, 1{,}01^n}{1{,}045^n},$$

aus welcher

$$n = \frac{\log \frac{0{,}045 \,.\, 1{,}01}{1{,}045 \,.\, 0{,}01}}{\log \frac{1{,}045}{1{,}01}} = 43 \text{ Jahre}$$

sich ergibt.

c) Steigen die Holzpreise jährlich um 2%, so findet man in gleicher Weise den Zeitraum n, bis zu welchem X die bisher bezogene Holzquantität sich mittelst des Ablösungscapitals $\frac{1}{0{,}045}$ jährlich beschaffen kann, durch die Formel

$$n = \frac{\log \frac{0{,}045 \,.\, 1{,}02}{1{,}045 \,.\, 0{,}02}}{\log \frac{1{,}045}{1{,}02}} = 32 \text{ Jahre}.$$

Aus Vorstehendem folgt, daß bei einer zwangsweisen, d. h. einer auf Antrag des Pflichtigen oder des Berechtigten zu vollziehenden, Ablösung Benachtheiligungen des einen oder des anderen Interessenten vorkommen können, sei es, daß die veränderliche oder gleichbleibende Rente oder der Capitalisirungs-Zinsfuß nicht richtig bestimmt wird, oder daß die Gesetzgebung die Anwendung des Geldzinsfußes vorschreibt, die Veranschlagung der Renten mit steigenden oder fallenden Forstproductenpreisen aber nicht gestattet. Wenn demungeachtet die Gesetzgebung die zwangsweise Ablösung von Forstberechtigungen vorsieht und für dieselbe auch solche Regeln aufstellt, welche unter gewissen Verhältnissen das Interesse des Einzelnen schädigen, so kann sie bei diesen Maßnahmen nur

durch „Gründe des öffentlichen Wohls" geleitet sein. Die Angabe bezw. Erörterung jener Gründe gehört jedoch nicht in das Gebiet der Waldwerthrechnungslehre.

Nimmt der Geldwerth einer Berechtigung in Folge einer Bedarfs-Vermehrung[1]) oder Verminderung[2]) zu oder ab und darf diese Aenderung bei der Feststellung des Ablösungscapitals in Rechnung gezogen werden[3]), so kann dies in dreifacher Weise geschehen. Entweder man bestimmt die voraussichtliche Größe der zu beziehenden Renten und discontirt dieselben auf die Gegenwart, oder man stellt einen durchschnittlichen Rentenbetrag fest, den man nach Formel VII S. 20 capitalisirt, oder man unterstellt die bisherige Rente, modificirt aber den Zinsfuß nach Maßgabe der Aenderungen, welche die Rente im Laufe der Zeit erfahren würde. Dieser Zinsfuß wäre jedoch nicht direct einzuschätzen (s. S. 29), sondern aus dem Gange der (steigenden oder fallenden) Rente herzuleiten.

II. Ablösung einer Berechtigung durch Abtretung von Wald.

Bei der Berechnung der Größe des abzutretenden Waldtheils sind folgende zwei Fälle zu unterscheiden.

1) Es wird nur die Bedingung gestellt, daß der Waldwerth des abzutretenden Grundstückes dem Capitalwerth der Berechtigungsrente gleich sei, d. h. daß der Berechtigte durch sofortigen Verkauf des ihm überwiesenen Waldes eine Geldsumme erlösen könne, deren Betrag dem Ablösungscapital gleichkommt.

a) Der Boden sei unbestockt.

Bezeichnet man den Capitalwerth der Berechtigungsrente mit K, den Bodenwerth eines Hectar der abzutretenden Fläche mit B, so würden $\frac{K}{B}$ Hectar an den Berechtigten zu überlassen sein[4]).

Aufgabe. X ist berechtigt, aus dem Walde des Y jährlich 510 Cubikmeter Holz zu beziehen, dessen durchschnittlicher Werth ausschließlich der Werbungskosten 2952 Mark beträgt. Diese Berechtigung soll durch Abtretung einer holzleeren Fläche, welche nach stattgehabter Cultur die in Tabelle A verzeichneten Erträge pro Hectar liefern kann, abgelöst werden. Wie groß muß die abzutretende Fläche unter der Voraussetzung sein, daß der Culturkostenaufwand c zu Anfang jeder Umtriebszeit = 24 Mark, der jährliche Aufwand v für Verwaltung, Schutz und Steuern = 3,6 Mark angenommen werden kann und

1) z. B. bei einer Bauholzberechtigung, wenn eine Erweiterung der Wirthschaftsgebäude zu erwarten ist.

2) z. B. bei einer Mastberechtigung, wenn anzunehmen ist, daß der Werth der Mast durch Einführung der Stallfütterung sinken wird.

3) Hierüber hat die Natur des Rechtes bezw. die Gesetzgebung zu entscheiden.

4) Besteht die abzutretende Fläche aus Theilen mit verschiedener Bonität, so dient die obige Formel nur zur Berechnung der Größe des letzten Stückes.

daß der zur Capitalisirung der Berechtigungsrente anzuwendende Zinsfuß zu 4, der forstliche Zinsfuß zu 3 % bestimmt ist.

Auflösung. Der Capitalwerth der Berechtigung ist $\frac{2592}{0,04} = 64800$ Mark. Da nach Tabelle B das Maximum des Boden-Erwartungswerthes 362,56 Mark beträgt, so berechnet sich die Abtretungsfläche zu 178,7 Hectar.

b) Der Boden sei mit Holz bestanden.

Behält man die unter a) gewählten Bezeichnungen bei und nimmt man an, daß der Waldwerth des abzutretenden Waldstückes pro Hectar W Mark betrage, so ist die Fläche desselben $= \frac{K}{W}$ Hectar[1]).

Beispiel. Wäre der ganze Wald mit 30jährigem Holze normal bestanden, so würde unter den Voraussetzungen des vorigen Beispiels

$$^{70}We_{30} = Wk_{30} \text{ (s. S. 85, III, 1, a)} = (362,56 + 120 + 24)\, 1,03^{70}$$
$$- (12 \,.\, 1,03^{10} + 42 + 120) = 1051 \text{ Mark}$$

betragen und das abzutretende Waldstück $\frac{64800}{1051} = 61,65$ Hect. enthalten müssen.

2) Das abzutretende Waldstück soll dem Berechtigten die Möglichkeit gewähren, die Einnahme, auf welche derselbe Anspruch zu machen hat, demnächst aus dem Walde selbst jährlich nachhaltig zu beziehen.

a) Die Flächengröße des zur Abfindung zu bestimmenden Waldtheiles findet man, indem man den reinen, d. h. den von den Werbungskosten befreiten Werth der Berechtigung durch den Wald-Reinertrag, welchen die Flächeneinheit, z. B. der Hectar, beim jährlichen Betriebe zu gewähren vermag, dividirt.

b) Holzvorrath auf dem Stocke. Um die vorerwähnte Rente jährlich nachhaltig liefern zu können, müßte der Wald, welchen der Berechtigte empfängt, neben dem normalen Zuwachse auch die normale Altersstufenfolge enthalten. Dieser Bedingung wird selten Genüge geleistet werden können. Der Berechtigte wird sich daher in der Regel begnügen müssen, wenn nur der summarische Werth der Bestände, mit welchen die Ablösungsfläche bestockt ist, den Werth des normalen Vorraths (s. S. 75) erreicht. (Doch müßte der Berechtigte dann immer noch den Schaden hinnehmen, welcher bei der Ueberführung eines abnorm beschaffenen Waldes in den Normalzustand daraus entspringt, daß die normale Umtriebszeit nicht bei allen Beständen eingehalten werden kann. Soll der Berechtigte durchaus keine Verluste erleiden, so müßte ihm der Pflichtige den auf Grund eines Betriebsplanes ermittelten Unterschied zwischen der normalen und wirklichen Nutzung bis zur Herstellung des

---

1) Siehe die Note 4) auf der vorhergehenden Seite.

Normalzustandes ersetzen.) Wäre der wirkliche Vorrath kleiner, als der normale, so müßte der Pflichtige dem Berechtigten die Differenz vergüten, während im entgegengesetzten Falle der Berechtigte eine Herauszahlung zu leisten hätte.

c) Umtriebszeit. Legt man der Berechnung des normalen Etats die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags (s. Tabelle D) zu Grunde, so wird das Maß der abzutretenden Bodenfläche auf ein Minimum zurückgeführt, während die Unterstellung der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes den geringsten Gesammtverlust für den Pflichtigen ergibt.

d) Die Ermittlung des Bestandswerthes ist nach den im II. Abschnitt (Seite 94) aufgestellten Regeln auszuführen.

Aufgabe. Die in der Aufgabe unter II, 1, a angenommene Berechtigung soll durch Abtretung eines Theiles des dienenden Waldes abgelöst werden. Wie groß muß die abzutretende Bodenfläche und der zur Einhaltung des jährlichen Betriebes erforderliche Normalvorrath sein? Welche Vergütung hat Y dem X zu leisten, wenn der Holzbestand auf der Abtretungsfläche durchaus normal und 30jährig ist? Der Culturkostenaufwand c zu Anfang jeder Umtriebszeit betrage pro Hectar 24 Mark, der jährliche Aufwand v für Verwaltung, Schutz und Steuern 3,6 Mark. Zinsfuß = 3%.

Auflösung. Das Maximum des Boden-Erwartungswerthes beträgt nach Tabelle B 362,5595 Mark und berechnet sich für die 70jährige Umtriebszeit. Legt man letztere zu Grunde, so würde die abzutretende Fläche $\frac{2952}{42,171} = 70$ Hectar enthalten müssen (weil nach Tabelle D der Waldreinertrag bei 70jährigem Umtriebe 42,171 Mark beträgt). Der Werth des normalen Vorrathes stellt sich, wenn man denselben nach Seite 80 als Rentirungswerth berechnet, auf 73021 Mark. Der Kostenwerth der 70 Hectar 30jährigen Bestandes berechnet sich zu 48222 Mark; mithin müßte Y dem X noch weiterhin 73021 — 48222 = 24799 Mark zahlen. Da der Kostenwerth eines 40jährigen Bestandes pro Hectar 1034,12, mithin pro 70 Hectar 72388 Mark beträgt, so müßte die ganze Abtretungsfläche mit 40jährigem Holze bestockt sein, wenn der normale Vorrath annähernd vorhanden sein sollte.

Wollte man die mit dem 90. Jahre eintretende Umtriebszeit des größten Waldreinertrags der Ablösung zu Grunde legen, so würde das Waldflächenstück, auf welches X Anspruch zu erheben hat, $\frac{2952}{47,813} = 61,741$ Hectar enthalten müssen (weil nach Tabelle D der jährliche Waldreinertrag bei 90jährigem Umtriebe 47,813 Mark beträgt). Der Boden-Erwartungswerth stellt sich, mit 3% berechnet, für die 90jährige Umtriebszeit auf 267,9426 Mark; der Werth des normalen Vorraths, wenn man denselben mit Zugrundelegung des eben genannten Bodenwerthes und als Rentirungswerth veranschlagt, auf 81859 Mark. In dem vorliegenden Falle betrüge also der Mehraufwand für den Normalwerth 81859 — 73021 = 8838 Mark. Dagegen würde Y 70 — 61,741 = 8,259 Hectar

Waldboden weniger abzutreten haben. Berechnet sich Y den Werth dieser Fläche mit Zugrundelegung des Boden-Erwartungswerthes der 70jährigen Umtriebszeit, so würde er, gegenüber dem vorhergehenden Falle 8,259 . 362,5595 = 2994 Mark gewinnen, sein Gesammtverlust aber auf 8838 — 2994 = 5844 Mark sich belaufen. Der Kostenwerth des 30jährigen Bestands wäre, wenn man (wie dies X thun muß) den Boden-Erwartungswerth der 90jährigen Umtriebszeit zu Grunde legt, = 34195 Mark; Y hätte also noch weiter 81859 — 34195 = 47664 Mark an Bestandswerth zu zahlen.

VI. Abschnitt.

Theilung und Zusammenlegung von Wäldern.

I. Theilung gemeinschaftlicher Wälder.

Nach Carl Heyer[1]) lassen sich folgende Theilungsverfahren aufstellen.

1) Theilung jedes einzelnen, durch Standorts- oder Bestandsgüte unterschiedenen, **Forstorts.** Dieses Theilungsverfahren, welches in mathematischem Sinne die größte Genauigkeit liefert, empfiehlt sich jedoch deshalb nicht, weil bei demselben der für den Forstwirthschaftsbetrieb so vortheilhafte Zusammenhang der Flächenantheile jedes Interessenten verloren gehen würde.

2) Theilung des gesammten **Waldes** in der Art, daß man jedem Interessenten so lange Wald, d. h. also Boden in Verbindung mit dem auf demselben stockenden Holzbestand, in passender Lage und thunlichst in Zusammenhang zuweist, bis sein Guthaben erfüllt ist. Bei diesem Verfahren erhält mithin jeder Theilhaber zwar gleichviel Waldwerth, aber nicht gleichviel Bodenwerth. Deswegen sagt dasselbe den Interessenten gewöhnlich nicht zu, weil dieselben, wie Carl Heyer sehr richtig bemerkt, in der Regel eine möglichst große productive Bodenfläche zu erhalten wünschen und dieser Rücksicht das wechselnde Bestockungsverhältniß gerne unterzuordnen pflegen.

3) **Gesonderte Theilung des Bodens und des Holzbestandes.** Man vertheilt zuerst den Boden und gleicht dann die hierbei gewöhnlich vorkommenden Unterschiede in der Holzvorrathszutheilung dadurch aus, daß Diejenigen, welche auf ihren Flächenantheilen eine größere, als die ihnen zustehende Vorrathsmasse erhalten, den Ueberschuß in Geld oder in Holz an die Andern zu vergüten haben.

---

1) Akademische Vorträge.

a) Berechnung des Bodenwerthes. Strenge genommen müßte man behufs der Bodenwerthsberechnung für jeden Forstort diejenige Holzart unterstellen, welche nach Maßgabe der Standortsgüte als die einträglichste erscheint. Da es indessen immerhin zweifelhaft bleibt, ob die projectirte Holzart auf dem betr. Boden auch gedeihen wird, so empfiehlt Eduard Heyer (Allgem. Forst- und Jagd-Zeitung, 1859, 176), die Bonitirung nach der bereits vorherrschenden Holzart auszuführen, und er, sowie Carl Heyer, rathen sogar an, in der Regel nur nach einer Holzart zu bonitiren. Als Umtriebszeit soll man nach Eduard Heyer diejenige annehmen, für welche der größte Bodenwerth sich berechnet.

b) Für die Berechnung der Bestandswerthe sind die im II. Abschnitt (Seite 94) aufgestellten Regeln maßgebend.

II. **Zusammenlegung von Theilforsten.** Die Bestimmung des Boden- und Bestandswerthes von Wäldern, welche behufs einheitlicher Bewirthschaftung vereinigt werden sollen, hat ganz nach den für die Wäldertheilung unter I. angegebenen Regeln zu erfolgen.

VII. Abschnitt.

Besteuerung der Wälder.

I. Gewöhnlich ermittelt man die Waldsteuercapitalien in der Weise, daß man von der Summe aller während einer Umtriebszeit u eingehenden Erträge $A_u + D_a + \cdots + D_q$ die zu Anfang der Umtriebszeit zu verausgabenden Culturkosten c und die während des Laufes der Umtriebszeit aufzuwendenden jährlichen Auslagen uv für Verwaltung und Schutz abzieht, den Rest $= A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv$ durch die Umtriebszeit dividirt und den Quotienten $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{u}$ durch Division mit 0,0p capitalisirt. Wie wir nun bereits Seite 86 gesehen haben, stellt der Ausdruck $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{u \cdot 0{,}0p}$ den Werth eines im Normalzustande für den jährlichen Nachhaltbetrieb befindlichen Waldes, also den Werth des Bodens **und** des normalen Vorrathes dar. Bei der eben angegebenen Art, die Waldsteuercapitalien festzustellen, wird also nicht blos der Werth des Bodens, sondern auch derjenige des normalen Vorrathes besteuert.

Beispiel. Nehmen wir an, ein Hectar Waldboden liefere die in Tabelle A verzeichneten Erträge; setzen wir ferner $u = 70$, $c = 24$ Mark, $v = 3,6$ Mark, $p = 3$, so ist

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{u \, . \, 0,0p}$$

$$= \frac{2970,0 + 12,0 + 42,0 + 57,6 + 67,2 + 79,2 - 24 - 252}{70 \, . \, 0,03}$$

$= 1405,71$. Dies ist der Waldwerth; der Bodenwerth beträgt nach Tabelle B 362,56 Mark, mithin kommen auf den normalen Vorrath 1405,71 — 362,56 = 1043,15 Mark. Die Gesammtsteuer trifft also etwa zu $^3/_4$ den Vorrath und zu $^1/_4$ den Boden.

II. Soll sich die Besteuerung blos auf den Bodencapitalwerth erstrecken, so muß der letztere für sich allein ermittelt werden, was am zuverlässigsten nach der Formel des Erwartungswerthes

$$\frac{A_u + D_a \, 1,0p^{u-a} + \cdots + D_q \, 1,0p^{u-q} - c \, 1,0p^u}{1,0p^u - 1} - V$$

bewirkt wird. Wäre nun als jährlich zu entrichtende Steuer $\frac{1}{x}$ von den Zinsen des Bodencapitalwerthes angesetzt, so würde sie

$$= \left(\frac{A_u + D_a \, 1,0p^{u-a} + \cdots + D_q \, 1,0p^{u-q} - c \, 1,0p^u}{1,0p^u - 1} - V\right) 0,0p \cdot \frac{1}{x}$$

sein.

Der Bodencapitalwerth beträgt unter den im vorigen Beispiel angegebenen Verhältnissen 362,56 Mark pro Hectar; das Capital, auf welches sich hier die Besteuerung gründet, ist also um 1043,15 Mark kleiner, als unter I.

Zu demselben Resultate gelangt man, wenn man annimmt, daß alle während des Laufes einer Umtriebszeit erfolgenden reinen Einnahmen zur Zeit ihres Eingangs besteuert werden sollen. Die Productionskosten kann man entweder auf die einzelnen Einnahmen (etwa nach der relativen Größe der letzteren) vertheilen, oder man kann sie nur einer Einnahme, z. B. der Haubarkeitsnutzung A_u, zur Last setzen. In letzterem Falle würde also die Steuer von der Haubarkeitsnutzung $= \frac{A_u - c \, 1,0p^u - V \, (1,0p^u - 1)}{x}$ sein, während die Steuer von den Zwischen- und Nebennutzungen $D_a, \cdots D_q$ sich auf den Betrag $\frac{D_a}{x} + \cdots + \frac{D_q}{x}$ stellen würde. Prolongirt man alle diese Steuerbeträge auf das Ende der Umtriebszeit, so erhält man

$$\frac{A_u - c \, 1,0p^u - V \, (1,0p^u - 1)}{x} + \frac{D_a \, 1,0p^{u-a}}{x} + \cdots + \frac{D_q \, 1,0p^{u-q}}{x}$$

$$= \frac{A_u + D_a \, 1,0p^{u-a} + \cdots + D_q \, 1,0p^{u-q} - c \, 1,0p^u - V \, (1,0p^u - 1)}{x}$$

und verwandelt man diesen Nachwerth nach bekannten Regeln in eine jährliche Rente, so erhält man

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V\right) 0{,}0p \cdot \frac{1}{x},$$

wie vorhin.

III. Ermittelt man die Waldsteuercapitalien durchgängig nach dem unter I. enthaltenen Verfahren, ohne Rücksicht darauf zu nehmen, ob der Boden bereits bestockt ist und welches Alter das Holz besitzt, so werden Blößen und jüngere Bestände im Verhältniß zu solchen Waldungen, welche bereits im Normalzustand für den jährlichen Betrieb sich befinden, viel zu hoch besteuert. Soll die Besteuerung eine gleichmäßige sein, so müßte man dieselbe bei Blößen und jüngeren Beständen wenigstens so lange aussetzen, bis der Bestandswerth den Werth des Normalvorraths erreicht hätte. Dieser Zeitpunkt hängt von den Erträgen und Productionskosten des Waldes, sowie von der Größe des Zinsfußes und der Umtriebszeit ab. Er fällt z. B. für einen Standort, welcher die in Tabelle A verzeichneten Nutzungen zu liefern verspricht, bei einem Culturkostenaufwande von 24 Mark und einer jährlichen Ausgabe für Verwaltung ꝛc. im Betrage von 3,6 Mark sowie bei Annahme eines Zinsfußes von 3% und einer Umtriebszeit von 70 Jahren in das 40. Jahr, wie sich aus dem Beispiel S. 110 ergibt.

IV. Die Steuer von Agriculturgelände ist der nach I. ermittelten Waldsteuer keineswegs äquivalent. Denn indem man von dem jährlichen Rauhertrage eines Feldes die jährlichen baaren Auslagen für Beackerung, Saatfrucht, Düngung, Erntelohn ꝛc. abzieht und den Rest capitalisirt, erhält man den Capitalwerth des Bodens, während, wie wir gesehen haben, das unter I. dargestellte Verfahren nicht blos den Capitalwerth des Bodens, sondern auch denjenigen des normalen Vorrathes ergibt.

II. Capitel.

Zur forstlichen Statik.

Unter der forstlichen Statik verstehen wir die Rentabilitätsberechnung forstlicher Wirthschaftsverfahren. Da die Rentabilität eines Unternehmens sich durch das Verhältniß des Ertrages zu dem Productionsaufwande ausdrückt, so hat hiernach die forstliche Statik zu untersuchen, ob und in wie weit ein Wirthschaftsverfahren durch seinen Ertrag die aufgewendeten Kosten lohnt.

Häufig bieten sich zur Erreichung eines und desselben Wirthschaftszweckes verschiedene Verfahren dar[1]). Die Statik leitet dann zur Auswahl des rentabelsten Verfahrens an, indem sie dasjenige ausfindig macht, welches den größten Ertragsüberschuß gewährt.

I. Abschnitt.

Die Methoden der forstlichen Rentabilitätsrechnung im Allgemeinen.

1. Titel.

Entwicklung der Methoden zur Vergleichung des Ertrages mit dem Productionsaufwande.

Die beiden Methoden der Rentabilitätsrechnung, welche wir unter diesem Titel entwickeln und zur Vergleichung des Ertrages mit dem Productionsaufwande fortan stets neben einander anwenden werden, sind den Oekonomen schon lange bekannt (vergl. Rau, Volkswirthschaftslehre, 7. Ausgabe, §. 237 und 238). Die Gewerbtreibenden pflegen von ihnen regelmäßig Gebrauch zu machen. Um die Einträglichkeit eines Unternehmens zu ermitteln, untersuchen

1) Beispiele: Man kann den Boden mitunter sowohl land- wie forstwirthschaftlich benutzen, die eine oder die andere Holzart anbauen, die Cultur mittelst Saat oder Pflanzung, mit jüngeren oder älteren Setzlingen bewirken 2c.

sie nämlich entweder die Größe des Ueberschusses, welcher verbleibt, wenn man von dem rauhen Ertrage die Productionskosten abzieht, oder sie stellen das Procent fest, zu welchem der Productionsaufwand sich verzinst.

Zur Vergleichung des Ertrages mit dem Productionsaufwande können folgende Methoden angewendet werden:

I. Bestimmung des Unternehmergewinns.

Der Unternehmergewinn besteht in dem Unterschiede zwischen dem Rauhertrage und dem gesammten Productionsaufwande.

1) Veranschlagung der Erträge und der Productionskosten.

A. Aussetzender Betrieb. Da bei diesem Betriebe die Erträge nicht zu der nämlichen Zeit eingehen, in welcher die Productionskosten verausgabt werden, so muß man beide auf gleiche Zeitpunkte reduciren. Zu diesem Zwecke kann man verschiedene Wege einschlagen:

a) Berechnung des Vorwerthes. Man discontirt die Erträge und Productionskosten, welche von jetzt an bis in die Unendlichkeit eingehen, bezw. zur Ausgabe gelangen, auf die Gegenwart.

Bezeichnet man mit A_u die im Jahre u erfolgende Haubarkeitsnutzung, mit $D_a, \ldots. D_q$ Vornutzungen, welche in den Jahren a, ... q eingehen, mit B den Boden-Kostenwerth, mit V das Capital der jährlichen Kosten, mit c die Culturkosten, welche jedesmal zu Anfang der Umtriebszeit verausgabt werden, mit ^uC das Culturkostencapital $\frac{c \,.\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}$, mit p das Procent, so ist (siehe Seite 20, Formel VIII, IX und X)

der Vorwerth der Erträge

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}$$

und der Vorwerth der Productionskosten

$$B + V + {}^uC.$$

Ist für zwei Wirthschaftsverfahren, welche auf ihre Einträglichkeit verglichen werden sollen, die Umtriebszeit die gleiche, so braucht der Vorwerth der Erträge und Productionskosten nur für eine Umtriebszeit berechnet zu werden. Sind die Umtriebszeiten u und u verschieden, so würde es genügen, die Rechnung für den Zeitraum u × u zu stellen, nach dessen Ende die beiden Umtriebszeiten mit ihren Wiederholungen zusammentreffen. Die oben gewählte Ausdehnung der Rechnung auf einen unendlich großen Zeitraum führt jedoch zu einem hinlänglich einfachen Ausdrucke und paßt überdies für alle Fälle, so daß dieselbe vorzugsweise angewendet zu werden verdient.

b) Berechnung der jährlichen Rente. Letztere leitet sich

aus dem Vorwerthe her, indem man denselben mit 0,0p multiplicirt. Es ist also die jährliche Rente der Erträge

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) 0{,}0p$$

und die jährliche Rente der Productionskosten

$$(B + V + {}^uC)\; 0{,}0p.$$

c) Berechnung des Nachwerthes. Unter diesem versteht man die Summe, auf welche m jährliche Renten nach Ablauf von m Jahren mit ihren Zinsen und Zinseszinsen anwachsen. Nach Formel IV, welche Seite 18 entwickelt wurde, ist bis zum Jahre m der Nachwerth der Erträge

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) (1{,}0p^m - 1)$$

und der Nachwerth der Productionskosten

$$(B + V + {}^uC)\, (1{,}0p^m - 1).$$

B. Jährlicher Betrieb. Bei diesem Betriebe kehren die Erträge und die Productionskosten jährlich in gleicher Größe wieder. Die Erträge setzen sich zusammen aus

$$A_u + D_a + \cdots + D_q;$$

die Productionskosten bestehen aus den Interessen des Bodenwerthes + den Interessen des normalen Vorrathes + den jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern + den Culturkosten. Gelten $A_u + D_a + \ldots + D_q$ sowie B, V, c und N (mit welch' letzterem Buchstaben wir den Werth des normalen Vorrathes bezeichnen wollen) für eine Altersstufe, so ist der jährliche Productionsaufwand des vorgenannten Betriebs

$$(uB + uN + uV)\; 0{,}0p + c.$$

2) Verhältniß zwischen Ertrag und Productionsaufwand bei einem einzelnen Wirthschaftsverfahren[1]).

A. Aussetzender Betrieb.

a) Wirthschaftliches Gleichgewicht findet statt, wenn die Summe der Erträge die Summe der auf den nämlichen Zeitpunkt reducirten Kosten erreicht.

---

1) Strenge genommen vergleicht man auch in dem Falle, wenn man die Rentabilität eines einzelnen Wirthschaftsverfahrens untersucht, stets zwei Verfahren, wobei man als das zweite dasjenige ansieht, welches den Productionsaufwand gerade zu p % verzinst.

Nehmen wir beide Größen als Vorwerthe in Rechnung, so erhalten wir die Gleichung

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} = B + V + {}^uC.$$

Für die jährliche Rente und den Nachwerth ergibt sich das nämliche Resultat, weil $0{,}0p$ beziehungsweise $(1{,}0p^m - 1)$ auf beiden Seiten der Gleichung sich streichen.

b) Ein positiver oder negativer Ueberschuß der Erträge über den Productionsaufwand findet statt, wenn

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} \gtrless B + V + {}^uC.$$

c) Die Größe des Ueberschusses ergibt sich im Vorwerth durch die Differenz

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - (B + V + {}^uC),$$

welche für die jährliche Rente mit $0{,}0p$, für den Nachwerth mit $(1{,}0p^m - 1)$ multiplicirt werden muß.

B. Jährlicher Betrieb.

a) Für diesen Betrieb findet Gleichgewicht zwischen den Erträgen und Productionskosten statt, wenn

$$A_u + D_a + \cdots + D_q = (uB + uN + uV)\, 0{,}0p + c;$$

b) ein positiver oder negativer Ueberschuß, wenn

$$A_u + D_a + \cdots + D_q \gtrless (uB + uN + uV)\, 0{,}0p + c$$

ist.

c) Die Größe des Ueberschusses ergibt sich aus der Differenz

$$A_u + D_a + \cdots + D_q - [(uB + uN + uV)\, 0{,}0p + c].$$

Sowohl bei dem aussetzenden, als bei dem jährlichen Betriebe stellt der Ueberschuß den Unternehmergewinn vor, wenn man mit letzterem den Unterschied zwischen den Erträgen und sämmtlichen Productionskosten bezeichnet.

Hierzu folgende Erläuterung. Die Einkünfte, welche sich aus dem Betriebe eines Gewerbes ergeben können, lassen sich nach Rau (a. a. O. §. 139) unterscheiden in:

α) Arbeitslohn,

β) Grundrente,

γ) Capitalrente,

δ) Unternehmungsgewinn oder Gewerbsverdienst. Letzteren definirt Rau (a. a. O. §. 237) folgendermaßen. „Was der Unter-

nehmer nach Abzug aller Ausgaben (Gewerbskosten) als Belohnung für die Beschwerden, Mühen und Gefahren seiner Unternehmung übrig behält, ist der Gewerbsverdienst, profit de l'entrepreneur, nicht ganz angemessen Gewerbs- oder Unternehmergewinn genannt[1]). Bei diesem Einkommen kann kein vertragsmäßiges Ausbedingen vorkommen, wie bei den drei anderen Zweigen der Einkünfte, weil es unmittelbar von dem Erfolge der Unternehmungen und dem Betrage der aufgewendeten Gewerbskosten bestimmt wird. Deshalb ist auch die Größe dieses Einkommens der Gewerbsleute andern Personen am wenigsten bekannt und kann nur aus verschiedenen Kennzeichen annähernd vermuthet werden."

Roscher (Die Grundlagen der Nationalökonomie, 6. Aufl., §. 195) betrachtet den Unternehmergewinn nur als einen Theil des Arbeitslohnes, gibt aber zu, daß er sich insofern von allen Zweigen des Einkommens unterscheide, als er niemals ausbedungen werden könne. Dieser Unterschied scheint uns jedoch wichtig genug zu sein, um mit Rau den Unternehmergewinn als eine besondere Gattung des Einkommens gelten zu lassen.

In dem Rohertrag einer Wirthschaft können alle vier Arten von Einkünften enthalten sein, welche oben aufgeführt wurden; und zwar fallen die drei erstgenannten dem Unternehmer dann zu, wenn derselbe zugleich Eigenthümer des Bodens, sowie der in der Wirthschaft thätigen Capitalien ist und die vorkommende Arbeit selbst verrichtet. Trifft die eine oder die andere dieser Unterstellungen nicht zu, so muß der Unternehmer den entsprechenden Theil des Rohertrags Demjenigen abgeben, welcher den Boden oder die Capitalien herleiht oder die Arbeit verrichtet.

Ist der Unternehmergewinn gleich Null, so deckt der Rauhertrag nur die Grundrente, Vorrathsrente, den Arbeitslohn und die bloßen Auslagen (wie z. B. Steuern); ist er negativ, so deutet dies an, daß ein Theil jener Einkünfte durch das Mißlingen der Unternehmung absorbirt wird. Der Unternehmergewinn läßt also ganz genau den Grad des wirthschaftlichen Vortheils erkennen, mit welchem ein Gewerbe betrieben wird.

3) Wahl des einträglichsten Wirthschaftsverfahrens.

Bieten sich zu dem gleichen Wirthschaftszwecke mehrere Verfahren dar, so hat man zunächst jedes einzelne nach der unter Ziffer 2 gegebenen Anleitung auf seine Rentabilität zu prüfen, damit diejenigen Verfahren ausgeschieden werden können, welche überhaupt nicht rentabel sind. Für die Wahl unter den übrigen, thatsächlich rentirenden Wirthschaftsverfahren gilt die Regel:

---

1) Andere Oekonomen geben dem Ausdruck „Unternehmergewinn" den Vorzug. Vgl. v. Mangoldt: Die Lehre vom Unternehmergewinn, 1855, S. 32.

Von zweien Wirthschaftsverfahren ist dasjenige das einträglichere, welches den größeren Unternehmergewinn liefert...... (A)

In dem Vorhergehenden haben wir bei der Berechnung des Unternehmergewinns sämmtliche Einnahmen und Ausgaben in Rechnung gebracht. Unter gewissen Verhältnissen kann aber für den vorliegenden Zweck auch schon ein einfacherer Ausdruck genügen, weil solche Einnahmen und Ausgaben, welche in den Formeln des Unternehmergewinns der beiden Wirthschaftsverfahren mit den nämlichen Werthen erscheinen, gleich von vornherein außer Rechnung bleiben dürfen. So z. B. kann man den Bodenwerth dann vernachlässigen, wenn die Wirthschaftsverfahren, welche bezüglich ihrer Einträglichkeit geprüft werden sollen, auf dem nämlichen Standort zur Anwendung kommen. In diesem Falle bleibt als vergleichender Maßstab für die Rentabilität jedes Verfahrens der Boden-Erwartungswerth, bezw. die Rente desselben, oder der Renten-Nachwerth übrig[1]).

Der Unterschied des Unternehmergewinns zweier Wirthschaftsverfahren gibt unmittelbar den Ueberschuß an, welchen das eine Verfahren gegenüber dem andern gewährt. Will man außerdem die Größe des Ertrages wissen, welcher durch eine etwaige Vermehrung des Productionsaufwandes erzielt wird, so bildet man einerseits den Unterschied Δ_1 der Erträge, anderseits den Unterschied Δ_2 der Productionsaufwände[2]). Ist $\Delta_1 = \Delta_2$, so findet weder Gewinn noch Verlust statt[3]); ist Δ_1 größer als Δ_2, so bringt die Vermehrung Δ_2 des Productionsaufwandes den Unternehmergewinn $\Delta_1 - \Delta_2$ zu Wege; ist Δ_1 kleiner als Δ_2, so arbeitet die Wirthschaft mit Verlust..... (B)

---

1) Aus Vorstehendem folgt zugleich, daß der Boden-Erwartungswerth weder der allgemeinste, noch der kürzeste Ausdruck zur Vergleichung der Rentabilität zweier wirthschaftlichen Unternehmungen ist. Denn angenommen, man habe die Wahl zwischen zweien Wäldern mit verschiedenen Bodenpreisen (pro Flächeneinheit), so wird man die Einträglichkeitsfrage nur dann correct lösen, wenn man die volle Formel des Unternehmergewinns anwendet. Dagegen kann man unter Umständen als Vergleichungsmaßstab noch einen kürzeren Ausdruck erhalten, als die Formel des Boden-Erwartungswerthes; so z. B. wenn zwei Wirthschaftsverfahren gleich viel an jährlichen Kosten verausgaben, oder wenn das Culturkosten-Capital beiderseits gleich ist.

2) Für den aussetzenden Betrieb müssen beide auf gleiche Zeitpunkte reducirt werden.

3) Nur in dem Falle, wenn dem Unternehmer überschüssige Capitalien oder Arbeitskräfte zur Verfügung stehen, kann ihm die Gelegenheit zur Vermehrung des Productionsaufwandes erwünscht sein, auch wenn hierdurch kein Unternehmergewinn erzielt wird.

II. Bestimmung der Verzinsung des Productionsaufwandes.

Die Verzinsung des Productionsaufwandes gibt das Verhältniß an, in welchem der rauhe Jahresertrag zu dem Productionscapital steht.

Analog der Unterscheidung zwischen laufend-jährlichem und durchschnittlich-jährlichem Holzzuwachs läßt sich auch die Verzinsung des Productionsaufwandes als laufend-jährliche und durchschnittlich-jährliche auffassen.

1) Herleitung der Verzinsungs-Formeln.

A. Laufend-jährliche Verzinsung.

a) Aussetzender Betrieb. Dividirt man die Größe, um welche der Werth eines Bestandes im Laufe irgend eines Jahres zunimmt, durch die Summe, zu welcher der Productionsfonds bis zu dem Anfange desselben Jahres aufgewachsen ist, so stellt der Quotient die laufend-jährliche Verzinsung des Productionsaufwandes vor. Das Procent erhält man, indem man diesen Quotienten mit 100 multiplicirt.

Bedeuten A_m, A_{m+1} die Verbrauchswerthe (siehe Seite 3 und 66) eines Bestandes in den Jahren m, m + 1, so ist $A_{m+1} - A_m$ die vom Jahre m bis zum Jahre m + 1 erfolgende Werthsmehrung desselben.

Um den Betrag des Productionsaufwandes zu Ende des Jahres m oder zu Anfang des Jahres m + 1 zu ermitteln, prolongirt man den im Jahre o vorhandenen Productionsfonds B + V + c bis zum Jahre m und zieht von diesem Nachwerthe die gleichfalls auf das Jahr m prolongirten Werthe der mittlerweile eingegangenen Vornutzungserträge D_a, D_b ... ab. Man erhält so den entlasteten Productionsaufwand

$$(B + V + c)\ 1{,}0p^m - (D_a\ 1{,}0p^{m-a} + D_b\ 1{,}0p^{m-b} + \cdots)$$

Es drückt sich somit das Verzinsungsprocent p_1 des Productionsaufwandes zu Ende des Jahres m durch die Formel

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\ 100}{(B + V + c)\ 1{,}0p^m - (D_a\ 1{,}0p^{m-a} + D_b\ 1{,}0p^{m-b} + \cdots)}$$

aus.

Man kann in den Productionsfonds vom Jahre 0 anstatt der einfachen Culturkosten c auch das Culturkosten-Capital $^uC = c + \frac{c}{1{,}0p^u - 1}$ aufnehmen, muß aber dann, da $\frac{c}{1{,}0p^u - 1}$ für die Bestandsbegründung nicht gebraucht wird und daher ausgeliehen werden kann, in den Zähler die Interessen des bis zum Jahre m prolongirten Werthes von $\frac{c}{1{,}0p^u - 1}$, also $\frac{c\ .\ 1{,}0p^m}{1{,}0p^u - 1}\ 0{,}0p$ einsetzen. Die Formel der laufend-jährlichen Verzinsung lautet für diesen Fall:

$$\frac{\left[A_{m+1} - A + \frac{c \, . \, 1{,}0p^m}{1{,}0p^u - 1} \, 0{,}0p\right] 100}{(B + V + {}^uC) \, 1{,}0p^m - (D_a \, 1{,}0p^{m-a} + D_b \, 1{,}0p^{m-b} + \ldots)}$$

b) Jährlicher Betrieb. Die laufend-jährliche Verzinsung dieses Betriebes stimmt mit der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung überein. Letztere wird unter B, b behandelt werden.

B. Durchschnittlich-jährliche Verzinsung.

a) Aussetzender Betrieb. Unter A, a haben wir gesehen, wie der nach seinem Kostenaufwande veranschlagte Productionsfonds durch den laufend-jährlichen Werthszuwachs eines Bestandes von Jahr zu Jahr sich verzinst. Diese Verzinsung ist, wie sich aus dem Folgenden (s. II. Titel, I, 1) ergeben wird, eine ungleichmäßige. Will man die gleichmäßige jährliche Verzinsung wissen, so verwandelt man die innerhalb einer Umtriebszeit erfolgenden Rauherträge in eine jährliche (gleichgroße) Rente und dividirt dieselbe durch das Capital der Productionskosten. Multiplicirt man den gewonnenen Quotienten mit 100, so erhält man das Verzinsungsprocent, welches wir in der Folge mit p bezeichnen wollen.

Nach Formel XI und XII Seite, 21 ist die jährliche Rauhertragsrente des aussetzenden Betriebes

$$= \left(\frac{A_u + D_a \, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q \, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) 0{,}0p.$$

Das Productionscapital ist

$$B + V + {}^uC.$$

Die Culturkosten müssen hier im Productionsaufwande als Capital ${}^uC = \frac{c \, . \, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}$ erscheinen, weil nur diesem, nicht den einmaligen, in den Bestand übergehenden, Culturkosten c eine jährliche Rente entspricht.

Das Procent p der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Productionscapitales beim aussetzenden Betriebe ist sonach

$$p = \frac{\left(\frac{A_u + D_a \, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q \, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) 0{,}0p \, . \, 100}{B + V + {}^uC}$$

b) Jährlicher Betrieb. Bei diesem ist der jährliche Rauhertrag =

$$A_u + D_a + \cdots D_q;$$

das Productionscapital =

$$uB + uN + uV + \frac{c}{0{,}0p},$$

somit das Verzinsungsprocent

$$p = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,100}{uB + uN + uV + \frac{c}{0{,}0p}}$$

oder, wenn man den Werth des normalen Vorrathes als Kostenwerth (siehe Seite 78) annimmt und die erforderlichen Reductionen ausführt,

$$p = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p}{(B+V+{}^uC)(1{,}0p^u-1)-[D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}$$

2) Verhältniß zwischen Ertrag und Productionsaufwand bei einem einzelnen Wirthschaftsverfahren.

Das Verzinsungsprocent gibt die Quantität des jährlichen Rauhertrages an, welche dem Productionscapital 100 zukommt.

Nennt man nun p dasjenige Procent, zu welchem einestheils die Productionscapitalien beschafft, anderntheils die Erträge, welche man dem Walde entnimmt, verzinslich angelegt werden können, so zeigt der Unterschied zwischen dem Procente der Verzinsung des Productionsaufwandes und dem Procente p die Größe des jährlichen Unternehmergewinnes an, welcher sich für die Capitalmenge 100 berechnet. Er kann positiv, negativ oder Null sein. Im letzten Falle findet wirthschaftliches Gleichgewicht (mithin weder Verlust noch Gewinn) statt[1]), während ein negativer Unternehmergewinn gleichbedeutend mit Verlust ist.

Die Untersuchung des Procentes der Verzinsung des Productionsaufwandes bietet also ebenfalls ein Mittel zur Bestimmung des Unternehmergewinnes dar.

Dasselbe unterscheidet sich jedoch von dem unter I. vorgetragenen in Folgendem:

a) das Procent der Verzinsung des Productionsaufwandes lehrt ausschließlich den jährlichen Unternehmergewinn kennen;

b) es gibt denselben nicht direct, sondern erst nach Abzug von p Procenteinheiten an, welche die auf jenes Procent entfallenden jährlichen Productionskosten beziffern;

c) es wirft den Unternehmergewinn nicht im Ganzen, sondern für das Productionscapital 100 aus.

3) Wahl des einträglichsten Wirthschaftsverfahrens.

Bieten sich zu dem gleichen Wirthschaftszwecke mehrere Verfahren dar, so hat man zunächst jedes einzelne nach der unter Ziffer 2) enthaltenen Anleitung auf seine Rentabilität zu prüfen, damit diejenigen Verfahren ausgeschieden werden können, welche überhaupt nicht rentabel

1) Siehe übrigens auch die Note 3) auf Seite 120.

sind. Für die Wahl unter den übrig bleibenden, thatsächlich rentirenden Wirthschaftsverfahren gelten folgende Regeln:

A. Von zweien Wirthschaftsverfahren, welche gleiches Productionscapital erfordern, ist dasjenige das einträglichere, welches das größere Verzinsungsprocent liefert.

B. Von zweien Wirthschaftsverfahren, welche verschiedene Productionscapitalien erfordern,

a) ist dasjenige mit dem größeren Productionscapital dann das einträglichere, wenn es das größere Verzinsungsprocent liefert;

b) ist dasjenige mit dem kleineren Productionscapital dann das einträglichere, wenn es gleich viel oder mehr Interessen liefert als das größere Capital. Liefert es weniger Interessen, aber das größere Verzinsungsprocent, so kann es nicht unbedingt als das einträglichere angenommen werden, weil der Gesammtgewinn nicht blos von der Höhe des Procentes, sondern auch von der Größe des productiven Capitals abhängig ist. Zur Ermittlung des einträglicheren Wirthschaftsverfahrens lassen sich folgende Wege einschlagen:

α) man macht die Capitalien künstlich gleich,

$\alpha\alpha$) indem man den überschüssigen Theil des einen Capitals oder auch entsprechende Theile von beiden Capitalien aus dem Nenner nimmt, von denselben (durch Multiplication mit 0,0p) die Rente berechnet und diese von der Rauhertragsrente im Zähler in Abzug bringt;

$\beta\beta$) oder indem man den Unterschied der beiden Capitalien dem kleineren Capital zusetzt, dafür aber auch die Rente dieses Unterschiedes der Rauhertragsrente im Zähler zufügt.

β) Man dividirt den Unterschied Δ_3 der Rauhertragsrenten durch den Unterschied Δ_4 der Productionscapitalien und multiplicirt den Quotienten mit 100, wodurch man das Procent erfährt, zu welchem sich Δ_4 verzinst. Ist dieses Procent gleich dem der Rechnung unterlegten Wirthschaftsprocent p, so halten sich Ertrag und Kosten das Gleichgewicht; ist ersteres größer, so findet Gewinn statt und es stellt sich dann dasjenige Wirthschaftsverfahren, welches das größere Productionscapital erfordert, als das einträglichere dar; ist dagegen das Procent, zu welchem sich Δ_4 verzinst, kleiner als p, so findet Verlust statt, und es erscheint in diesem Falle das Wirthschaftsverfahren mit dem kleineren Productionscapital als das einträglichere.

Anmerkung. Die vorstehenden Regeln gelten nicht blos für die durchschnittlich-jährliche, sondern auch für die laufend-jährliche Verzinsung. Bei letzterer wird man aber in vielen Fällen p aus dem Werthszuwachs einer Reihe von Jahren herzuleiten haben.

Stellt

$$\left(\frac{A_{m+r} - A + D_n\, 1{,}0p^{m+r-n} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{m+r-q}}{1{,}0p^r - 1}\right) 0{,}0p$$

den durchschnittlichen Bestands-Werthszuwachs vom Jahre m bis zum Jahre r vor, so ist das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung

$$p_1 = \frac{\left(\frac{A_{m+r} - A_m + D_n\, 1{,}0p^{m+r-n} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{m+r-q}}{1{,}0p^r - 1}\right) p}{(B + V + c)\, 1{,}0p^m - (D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \cdots + D_l\, 1{,}0p^{m-l})}.$$

2. Titel.

Untersuchungen über die Größe des Unternehmergewinns und über die Verzinsung des Productionsaufwandes.

Soll ein Wirthschaftsverfahren auf seine Einträglichkeit geprüft oder sollen mehrere Wirthschaftsverfahren mit einander verglichen werden, so hat man für jedes Verfahren diejenigen Verhältnisse zu unterstellen, unter welchen dasselbe an und für sich den größten Vortheil bietet.

Es sind daher zunächst die Umstände zu untersuchen, welche auf die Größe des Unternehmergewinns und die Verzinsung des Productionsaufwandes einen Einfluß ausüben.

Diese Untersuchung soll in dem Folgenden unter I und II vorgenommen werden.

I. Untersuchungen über die Größe des Unternehmergewinns.

1) Aussetzender Betrieb.

Vorbemerkung. Wie wir Seite 116 gesehen haben, ist der Vorwerth des Unternehmergewinns gleich

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \ldots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - (B + V + {}^uC)$$

Um diesen Ausdruck auf eine einfachere Form zu bringen, schreiben wir ihn folgender Maßen an:

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \ldots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\,.\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V\right) - B$$

und bemerken, daß der in der Klammer stehende Theil der Formel denjenigen Boden-Erwartungswerth vorstellt, welcher sich bei Einhaltung der Umtriebszeit u berechnet[1]). Bezeichnen wir denselben mit ${}^uB$, so ist der obige Ausdruck gleichbedeutend mit

$${}^uB - B,$$

das heißt: der Unternehmergewinn ist gleich dem Unterschiede zwischen dem Boden-Erwartungswerthe und dem Boden-Kostenwerthe.

---

1) Siehe Seite 37.

Nach Seite 116 und 117 wäre die jährliche Rente des Unternehmergewinns $= ({}^{u}B - B)\, 0{,}0p$; der Nachwerth $= ({}^{u}B + B)\, (1{,}0p^{m} - 1)$.

Die Betrachtung des Ausdruckes ${}^{u}B - B$ führt zu folgenden Sätzen, welche zumeist keines Beweises bedürfen.

A. Ein Unternehmergewinn ergibt sich

a) wenn man den Boden zu einem geringeren Preise als demjenigen, welcher sich für den Boden-Erwartungswerth berechnet, erworben hat, oder

b) wenn man die Größe des Boden-Erwartungswerthes, sei es durch Vermehrung der Einnahmen oder durch Verminderung der Ausgaben, über den üblichen Betrag zu steigern versteht.

Mittel zur Erhöhung der Einnahmen oder der Jetztwerthe derselben bieten u. A. die Einlage landwirthschaftlicher Zwischennutzungen und die zeitigere Vornahme der Durchforstungen dar. Die Productionskosten lassen sich vermindern durch die Wahl billigerer und dabei doch erfolgreicher Culturverfahren, Verbesserungen in der Einrichtung des Forstdienstes u. s. w.

B. Der Unternehmergewinn ist um so größer, je mehr der Boden-Erwartungswerth den Boden-Kostenwerth übertrifft.

C. Ist der Boden-Kostenwerth gleich dem Boden-Erwartungswerthe, so liefert die Wirthschaft keinen Unternehmergewinn, sondern verzinst nur den Productionsaufwand und zwar zu dem der Rechnung unterlegten Procente p.

Denn setzt man den Unternehmergewinn als jährliche Rente, so hat man

$$({}^{u}B - B)\, 0{,}0p = 0, \text{ oder}$$

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \ldots + D_q\, 0p^{u-q}}{1{,}0p^{u} - 1} - ({}^{u}C + V + B\right) 0{,}0p = 0$$

und hieraus

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \ldots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^{u} - 1}\right) 0{,}0p = (B + V + {}^{u}C)\, 0{,}0p$$

D. Diejenige Umtriebszeit liefert den größten Unternehmergewinn, für welche der Boden-Erwartungswerth oder die Rente desselben culminirt.

2) Jährlicher Betrieb.

Nach Seite 117 berechnet sich der Unternehmergewinn für den jährlichen Betrieb mittelst der Formel

$$A_u + D_a + \ldots + D_q - [(uB + uN + uV)\, 0{,}0p + c].$$

Aus derselben ist ersichtlich, daß bei dem jährlichen Betriebe ein Unternehmergewinn nicht blos in den unter 1, A, a, b, (Seite 126) genannten Fällen, sondern auch dann sich ergibt, wenn man den normalen Vorrath unter demjenigen Preise erworben hat, welchen man durch Veräußerung des Vorrathes erzielen kann. Indessen knüpft sich dieser Gewinn nur an den vorhandenen, nicht aber an denjenigen Vorrath, welcher nach dem Abtriebe des ersteren neu erzogen werden muß, indem derselbe genau den nämlichen Kostenaufwand verursacht, wie wenn er auf einer Blöße hergestellt werden sollte.

Alle die Sätze, welche unter I für den Unternehmergewinn des aussetzenden Betriebs entwickelt wurden, gelten auch für den jährlichen Betrieb. Der Beweis für die Richtigkeit dieser Behauptung folgt aus dem Axiom, daß das Ganze gleich der Summe seiner einzelnen Theile ist. Ein zum jährlichen Betriebe eingerichteter Wald kann offenbar als ein Complex von Beständen angesehen werden, von welchen jeder einzelne im aussetzenden Betriebe bewirthschaftet wird; hiernach erhält man ebenso den Unternehmergewinn eines ganzen Waldes, wenn man den Unternehmergewinn für jede Altersstufe berechnet und die Summe dieser Gewinne bildet, als wenn man sogleich den Unternehmergewinn für den ganzen Bestandscomplex in *einem* Ansatze auswirft.

Anmerkung. Eine scheinbare Ausnahme von der Regel, daß der Unternehmergewinn beim aussetzenden Betriebe dem Unternehmergewinn beim jährlichen Betriebe gleich ist, ergibt sich in dem Falle, wenn der Unternehmer den Boden (ohne Holzbestand) zu einem geringeren oder höheren Preise als demjenigen, welcher sich für den Boden-Erwartungswerth ^{u}B berechnet, erworben hat und jetzt den Vorrath neu erzieht. Denn für den aussetzenden Betrieb würde der jährliche Unternehmergewinn bei u Altersstufen =

$$u\,(^{u}B - B)\;0{,}0p,$$

für den jährlichen Betrieb zunächst ebenfalls =

$$u\,(^{u}B - B)\;0{,}0p,$$

sodann aber noch = der Rente des (positiven oder negativen) Gewinns am Vorrathswerthe sein. Diesen Gewinn erhält man, wenn man von dem unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswerthes berechneten Normalvorrath den unter Zugrundelegung des Boden-Kostenwerthes ermittelten Normalvorrath abzieht. Erster ist, wenn man $^{u}B = B + \delta$ setzt:

$$= \frac{(B + \delta + V - c)\,(1{,}0p^{u} - 1) - [D_a\,(1{,}0p^{u-a} - 1) + \ldots.]}{0{,}0p} - u\,(B + \delta + V),$$

letzter ist

$$= \frac{(B + V + c)\,(1{,}0p^{u} - 1) - [D_a\,(1{,}0p^{u-a} - 1) + \ldots.]}{0{,}0p} - u\,(B + V).$$

Der Unterschied beider Vorräthe ist $\frac{\delta\,(1{,}0p^{u} - 1)}{0{,}0p} - u\delta$; hiervon beträgt die

jährliche Rente $\delta\,(1{,}0p^u - 1) - u\delta\,.\,0{,}0p$ oder

$$({}^uB - B)\,(1{,}0p^u - 1) - u\,({}^uB - B)\,0{,}0p.$$

Hiernach schiene der Unternehmergewinn beim jährlichen Betriebe um den Betrag $({}^uB - B)\,(1{,}0p^u - 1) - u\,({}^uB - B)\,0{,}0p$ größer, bezw. kleiner zu sein, als beim aussetzenden Betriebe. Allein dieser Schluß erweist sich als irrig, wenn man erwägt, daß beim aussetzenden Betriebe der Bezug des Unternehmergewinns vom 1. Jahre an, dagegen beim jährlichen Betriebe erst vom Jahre u an (mit welchem nach erfolgter Bildung des normalen Vorrathes die erste Nutzung beginnt) gerechnet worden ist. Derjenige, welcher den aussetzenden Betrieb erwählt, kann also den (positiven oder negativen) Gewinn bis zum Jahre (u — 1) sich verzinsen lassen; er wird dann in dem genannten Jahre eine Summe S in Händen haben, deren jährliche Interessen dem jährlichen Unternehmergewinn hinzuzufügen sind. Berechnen wir nun S.

Es ist bis zum Jahre (u — 1) der Nachwerth des jährlichen Unternehmergewinns der

ersten Altersstufe =

$$\delta.0{,}0p.1{,}0p^{u-2} + \delta.0{,}0p.1{,}0p^{u-3} + \delta.0{,}0p.1{,}0p^{u-4} + \ldots + \delta.0{,}0p$$

zweiten Altersstufe = $\delta.0{,}0p.1{,}0p^{u-3} + \delta.0{,}0p.1{,}0p^{u-4} + \ldots + \delta.0{,}0p$

dritten „ = $\delta.0{,}0p.1{,}0p^{u-4} + \ldots + \delta.0{,}0p$

. . .

(u — 1)ten „ = $\delta.0{,}0p$

Die Summe aller dieser Reihenwerthe bildet S, welches man

$$= \frac{\delta\,(1{,}0p^u - 1)}{0{,}0p} - u\delta$$

findet. Hiervon beträgt die jährliche Rente

$$\delta\,(1{,}0p^u - 1) - u\delta\,.\,0{,}0p = ({}^uB - B)\,(1{,}0p^u - 1) - u\,({}^uB - B)\,0{,}0p,$$

also gerade so viel, wie beim jährlichen Betriebe.

Geschichtliches.

Hundeshagen war der Erste, welcher zu statischen Zwecken thatsächlich den Unternehmergewinn berechnete, indem er sämmtliche Productionskosten von den Rauherträgen in Abzug brachte. Er nannte diese Differenz den eigentlichen oder wahren Reinertrag[1]), obgleich ihm der Ausdruck „Unternehmen" im Sinne der Oekonomen nicht ungeläufig war[2]). Mit voller Klarheit unterschied Hundeshagen die Arten des Einkommens, welche die Waldwirthschaft ge-

1) Encyklopädie der Forstwissenschaft, 2. Aufl., (1828) II, S. 297.

2) Forstliche Berichte und Miscellen, II, S. 189.

währen kann, und namentlich die Fälle, in welchen der Unternehmer das ganze Einkommen oder nur gewisse Theile desselben bezieht, je nachdem er Eigenthümer der bei der Waldwirthschaft thätigen Capitalien ist, oder die Capitalien borgen und die Arbeit Andern überlassen muß[1]. Weiter wies Hundeshagen nach, daß und warum die Interessen von den Capitalwerthen des Bodens[2]) und des Holzvorrathes[3]) unter dem Productionsaufwande zu verrechnen seien[4]), und daß man einen Fehler begehe, wenn man die Differenz zwischen dem Rohertrage und den bloßen baaren Productionskosten als Waldbodenrente bezeichne, während sie doch die Interessen für das Boden- und Materialcapital vorstelle[5]). Endlich behandelt Hundeshagen, nach der Methode des Unternehmergewinns mehrere statische Aufgaben, insbesondere die Wahl der Holzart, Betriebsart und Umtriebszeit, und zwar sowohl für den jährlichen wie für den aussetzenden Betrieb.

Den von den Oekonomen schon lange gebrauchten Ausdruck Unternehmergewinn finden wir in der forstlichen Literatur zuerst in König's Forstmathematik[6]). König will den Unterschied zwischen dem Boden-Erwartungswerth (von ihm Boden-Bewaldungswerth genannt) und dem Kaufpreise des Bodens berechnet wissen, um hiernach den von der Bewaldung zu erwartenden Gewinn zu bestimmen.

Preßler bezeichnet den Unterschied zwischen Ertrag und Productionsaufwand als Wirthschafts-Nutzeffect[7]), neuerdings auch als Unternehmergewinn[8]). Er berechnete denselben außerdem als jährliche Rente und als Nachwerth, bezogen auf das Ende der Umtriebszeit. Preßler forderte die Waldbesitzer auf, die Nutzeffecte ihrer Betriebsweisen zu calculiren und diese Effecte durch Vermehrung der Einnahmen, durch zeitigere Nutzung der Neben- und Zwischenerträge und durch Verminderung der Productionskosten auf den höchsten Betrag zu bringen.

---

1) Encyclopädie der Forstwissenschaft, II, § 696.

2) Hundeshagen nimmt übrigens die Interessen des Bodencapitalwerthes unter die Productionskosten dann nicht auf, wenn das Grundstück ohne Bewaldung gar keiner andern Benutzung fähig ist (Encyclopädie der Forstwissenschaft, 2. Aufl., II, § 704). Er begeht hier denselben Fehler wie König, welcher bei der Ermittlung der laufend-jährlichen Verzinsung die Waldbodenrente dann außer Acht läßt, wenn der Waldboden keinen andern Nutzungswerth hat (siehe II. Abschnitt, I. Titel, I, 1, B). Wir finden indessen diesen Fehler auch in anderen — älteren und neueren — Schriften.

3) Hundeshagen brachte den normalen Vorrath stets als Verbrauchswerth in Rechnung, was ihm jedoch eher nachzusehen ist, als einigen neueren Schriftstellern, welche die Veranschlagung des Bestandswerthes nach dem Kostenwerthe kannten und von derselben in dem vorliegenden Falle dennoch keinen Gebrauch machten.

4) Encyclopädie der Forstwissenschaft, II, § 702. Forstabschätzung, S. 252.

5) Encyclopädie der Forstwissenschaft, II, § 706, 7.

6) 2. Auflage (1842), § 472.

7) Rationeller Waldwirth, II, S. 85.

8) Tharander Jahrbuch, 1881, S. 205.

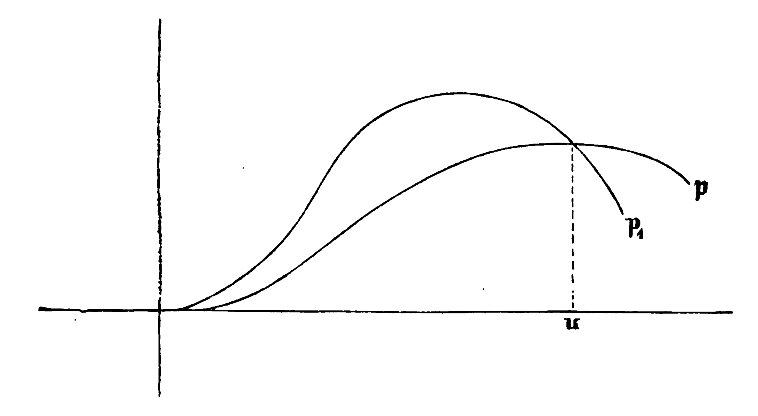
II. Untersuchungen über die Verzinsung des Productionsaufwandes.

1) Laufend-jährliche Verzinsung des Productionsaufwandes.

A. Aussetzender Betrieb.

a) Gang der laufend-jährlichen Verzinsung im Allgemeinen. Die laufend-jährliche Verzinsung zeigt einen ähnlichen Gang, wie der laufend-jährliche Holzzuwachs. Sie ist anfangs sehr klein, steigt dann rasch, culminirt früher und erreicht im Maximum einen höheren Betrag, als die durchschnittlich-jährliche Verzinsung.

So z. B. drückt sich für $B = 362{,}56$, $V = 120$, $c = 24$, $p = 3$ und die in Tabelle A angegebenen, durch Interpolation vervollständigten, Erträge der Gang der laufend-jährlichen und der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung durch die nachstehende Figur aus.



Je mehr der Boden-Erwartungswerth den Boden-Kostenwerth übertrifft, um so länger dauert es, bis das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung auf eine bestimmte Größe sinkt.

b) Erscheint der Bodenwerth im Productionsaufwande als Maximum des Boden-Erwartungswerthes, so ist das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung von demjenigen Zeitpunkt an, in welchem der Unterschied der Bestandsverbrauchswerthe zweier auf einander folgenden Jahre gleich dem Unterschied der zugehörigen Bestands-Kostenwerthe wird, bis zur Culmination des Boden-Erwartungswerthes größer und nachher kleiner, als das der Rechnung unterstellte Wirthschaftsprocent p.

Beweis. Wie wir S. 121 gesehen haben, drückt sich das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung des Productionsaufwandes durch die Formel

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots)}$$

aus.

Nun läßt sich nachweisen, daß p_1 dann gleich p sein würde, wenn die Bestands-Verbrauchswerthe A_m, A_{m+1} als Bestands-Kostenwerthe sich verrechnen ließen. Denn es würde in diesem Falle der Zähler des vorstehenden Bruches =

$$(A_{m+1} - A_m)100 = ((B+V)(1{,}0p^{m+1}-1)+c\,1{,}0p^{m+1}-(D_a 1{,}0p^{m+1-a}+\cdots)$$
$$- [(B + V)(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots)]) \,100$$
$$= [(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots)]\,0{,}0p \cdot 100$$

und das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung

$$p_1 = \frac{[(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots)]\,p}{(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots)} = p$$

sein.

Nach Seite 68 ist der Bestands-Kostenwerth vor und nach dem Jahre u, in welchem der Boden-Erwartungswerth culminirt, größer als der Bestands-Verbrauchswerth. Wenn nun aber auch der Unterschied der Bestands-Verbrauchswerthe zweier auf einander folgenden Jahre anfangs kleiner sein kann, als der Unterschied der Bestands-Kostenwerthe, so muß doch mit der Annäherung an u ein Zeitpunkt eintreten, in welchem $A_{m+1} - A_m = Hk_{m+1} - Hk_m$ wird. Von diesem Zeitpunkt an bis zum Jahre u ist $A_{m+1} - A_m$ dauernd größer als $Hk_{m+1} - Hk_m$, während nachher $Hk_{m+1} - Hk_m$ von $A_{m+1} - A_m$ nicht mehr erreicht wird, wenn nicht ein zweites Maximum des Boden-Erwartungswerthes eintritt, für welches dann wieder die nämlichen Verhältnisse wie für das erste gelten würden. Da nun aber für $A_{m+1} - A_m \gtrless Hk_{m+1} - Hk_m$ das Procent p_1 der laufend-jährlichen Verzinsung $\gtrless$ p ist, so ergibt sich hieraus die Richtigkeit des unter b) aufgestellten Satzes.

B. Jährlicher Betrieb. Die laufend-jährliche Verzinsung dieses Betriebes stimmt mit der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung überein. Die Gesetze der letzteren werden unter 2) entwickelt werden.

2) Durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsaufwandes.

Es läßt sich hier eine Reihe von Sätzen aufstellen, welche den für den Unternehmergewinn gefundenen zumeist analog sind. Da aber die Wahl zwischen zweien gleichartigen Wirthschaftsverfahren in dem Falle, wenn die Productionscapitalien ungleich sind, nicht mehr durch die Höhe der Verzinsung jedes einzelnen Capitals bestimmt wird, so muß auch noch die Verzinsung des Unterschiedes der Productionscapitalien untersucht werden.

A. Die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionscapitals ist um so größer, je mehr der Boden-Erwartungswerth den Boden-Kostenwerth übertrifft.

a) Aussetzender Betrieb. Setzt man dem Zähler des Bruches

$$\frac{\left(\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right)p}{B + V + {}^uC},$$

durch welchen das Procent $\mathfrak{p}$ der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung bestimmt wird, innerhalb der Klammer

$${}^uC - {}^uC + V - V$$

zu, wodurch der Werth desselben begreiflicherweise nicht geändert wird, so hat man

$$\mathfrak{p} = \frac{\left[\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + \cdots - c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V + {}^uC\right]p}{B + V + {}^uC}$$

$$= \frac{({}^uB + V + {}^uC)\,p}{B + V + {}^uC}.$$

Aus diesem Ausdrucke ergibt sich unmittelbar die Richtigkeit des oben ausgesprochenen Satzes.

b) Jährlicher Betrieb. Für diesen bestimmt sich das Procent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung durch die Formel

$$\mathfrak{p} = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\;100}{(B + V + {}^uC)\,(1{,}0p^u - 1) - [D_a\,(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots]}.$$

Setzt man jetzt $B = {}^uB - \delta$, so hat man nach einigen Reductionen

$$\mathfrak{p} = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p}{A_u + D_a + \cdots + D_q - \delta\,(1{,}0p^u - 1)}$$

$$= \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p}{A_u + D_a + \cdots + D_q - ({}^uB - B)\,(1{,}0p^u - 1)}.$$

Je größer der Unterschied zwischen ^{u}B und B ist, um so kleiner gestaltet sich der Nenner des Bruches, um so größer wird also $\mathfrak{p}$ ausfallen.

B. Erscheint der Bodenwerth im Productionscapital als Erwartungswerth, so ist für jede Umtriebszeit $\mathfrak{p} = p$. Man hat nämlich alsdann für den aussetzenden Betrieb (siehe A) a)

$$\mathfrak{p} = \frac{(^{u}B + V + {}^{u}C)\, p}{^{u}B + V + {}^{u}C} = p$$

und für den jährlichen Betrieb, wenn man in der unter A, b) entwickelten Formel $\delta = 0$ setzt,

$$\frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\, p}{A_u + D_a + \cdots + D_q} = p$$

C. Erscheint der Bodenwerth im Productionscapital als Maximum des Erwartungswerthes, so ist die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionscapitals am größten bei Einhaltung derjenigen Umtriebszeit, für welche der Boden-Erwartungswerth culminirt.

Beweis. Nach Satz B ist das Procent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung für jede Umtriebszeit, bei Unterstellung des Boden-Erwartungswerthes dieser Umtriebszeit, gleich p. Führt man nun in die Formel der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung anstatt des jeweiligen Boden-Erwartungswerthes das Maximum desselben ein, so ergibt sich, daß $\mathfrak{p}$ nur für diejenige Umtriebszeit, in welcher der Bodenwerth culminirt, den Werth p beibehält, für jede andere Umtriebszeit dagegen kleiner als p sich gestalten muß.

Da die Productionscapitalien verschiedener Umtriebszeiten wegen der wechselnden Größe des Culturkostencapitals ungleich sind, so könnte Satz C. nach dem unter 3. A, S. 124 Bemerkten nur dann die Wahl der Umtriebszeit bestimmen, wenn man über die, allerdings nicht gerade erhebliche, Differenz der Culturkostencapitalien hinaussehen wollte. Bei dem jährlichen Betriebe ist der Unterschied der Productionscapitalien zu bedeutend, um vernachlässigt werden zu können; für diesen Betrieb kommt dann der nun folgende Satz D zur Anwendung, welcher übrigens auch für den aussetzenden Betrieb gilt.

D. Erscheint der Bodenwerth im Productionscapital als Maximum des Erwartungswerthes, so verzinst sich ein Ueberschuß an Productionscapital, welcher einer niederen oder höheren Umtriebszeit als derjenigen des größten Boden-Erwartungswerthes zukommt, zu weniger als p Procent, während ein derartiger Ueberschuß, wenn er der Umtriebszeit des

größten Boden-Erwartungswerthes angehört, mehr als p Procent liefert.

Beweis. Nennen wir u die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes, m irgend eine andere Umtriebszeit, welche größer oder kleiner als u sein kann, bezeichnen wir ferner mit ${}^{u}R$, ${}^{m}R$ die jährlichen Rauhertragsrenten, mit ${}^{u}P$, ${}^{m}P$ die Productionscapitalien jener Umtriebszeiten, so ist das Procent, zu welchem der Unterschied ${}^{u}P - {}^{m}P$ der Productionscapitalien sich verzinst,

$$\mathfrak{p}_1 = \frac{({}^{u}R - {}^{m}R)\,100}{{}^{u}P - {}^{m}P}.$$

Nehmen wir weiter an, daß der Bodenwerth in ${}^{u}P$ als Erwartungswerth erscheine, so hat man nach Satz B, S. 133,

$$\frac{{}^{u}R}{{}^{u}P}\,100 = p.$$

Unterstellt man ferner, daß der Bodenwerth in ${}^{m}P$ ebenfalls das Maximum des für die Umtriebszeit u sich berechnenden Erwartungswerthes sei, so ist nach Satz C, S. 133,

$$\frac{{}^{m}R}{{}^{m}P}\,100 < p, \text{ also z. B. } \frac{{}^{m}R}{{}^{m}P}\,100 = p - x.$$

Aus den vorstehenden Gleichungen folgt

$${}^{u}R = \frac{p\,{}^{u}P}{100};\ {}^{m}R = \frac{(p - x)\,{}^{m}P}{100}.$$

Setzen wir diese Werthe in die obige Gleichung für $\mathfrak{p}_1$ ein, so erhalten wir

$$\mathfrak{p}_1 = \frac{p\,{}^{u}P - (p - x)\,{}^{m}P}{{}^{u}P - {}^{m}P} = p + \frac{x\,{}^{m}P}{{}^{u}P - {}^{m}P}.$$

Bei dem aussetzenden Betriebe ist für $m < u$ das Culturkostencapital der m jährigen Umtriebszeit größer als dasjenige der u jährigen Umtriebszeit, also ${}^{m}P > {}^{u}P$, oder ${}^{u}P - {}^{m}P$ negativ und $\mathfrak{p}_1 < p$; es verzinst sich somit der Ueberschuß an Productionscapital, welcher der m jährigen Umtriebszeit zukommt, zu weniger als p Procent. Für $m > u$ ist dagegen ${}^{m}P < {}^{u}P$, daher $\mathfrak{p}_1 > p$, d. h. der Ueberschuß an Productionscapital, welchen die u jährige Umtriebszeit gegenüber einer höheren enthält, verzinst sich zu mehr als p Procent.

Bei dem jährlichen Betriebe ist ${}^{u}P - {}^{m}P$ für $m < u$ positiv, also $\mathfrak{p}_1 > p$, für $m > u$ dagegen negativ, also $\mathfrak{p}_1 < p$; d. h. es verzinst sich ein Ueberschuß an Productionscapital, welchen die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes gegenüber einer niederen Umtriebszeit enthält,

zu mehr als p Procent, während ein Ueberschuß an Productionscapital, welcher einer höheren als der u jährigen Umtriebszeit zukommt, sich zu weniger als p Procent verzinst.

Anmerkung 1. Da bei dem aussetzenden Betriebe das Capital des Bodenwerthes in ^{u}P gegen dasjenige in ^{m}P sich streicht, so folgt hieraus, daß der vorstehende Satz bei jenem Betriebe für jeden Bodenwerth, also nicht blos für das Maximum des Boden-Erwartungswerthes, gilt. Der Beweis hierfür läßt sich auch direct führen.

Dagegen hängt bei dem jährlichen Betriebe p_1 wesentlich von der Größe des Bodenwerthes ab, mit welchem man den normalen Vorrath berechnet. Unterstellt man $B < {}^{u}B$, so kann sich ein Ueberschuß an Productionscapital, welcher einer höheren als der u jährigen Umtriebszeit zukommt, zu mehr als p Procent verzinsen. Der Unternehmer könnte hiernach, um eben noch p Procent von seinen Capitalien zu erlangen, eine höhere Umtriebszeit einhalten. Dagegen würde derselbe in diesem Falle auf den Gewinn verzichten, welcher für ihn gerade aus dem Umstande entspringt, daß er den Vorrath billiger hergestellt hat.

In Bezug auf die Größe des Bodenwerthes, aus dessen Rente der Vorrath (wenigstens zum Theil) sich bildet, haben wir zwei Fälle zu unterscheiden.

1. Der Boden besitzt für eine andere Benutzungsweise einen höheren Werth, als das Maximum des forstlichen Erwartungswerthes. In diesem Falle wird das Procent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung überhaupt unter den Betrag von p sinken, also die Waldwirthschaft aufzugeben sein, weil dieselbe mit Verlust producirt. Müßte dieselbe dagegen aus irgend einem Grunde (z. B. aus Rücksicht auf den klimatischen Einfluß des Waldes) beibehalten werden, so würde man zur Bestimmung der vortheilhaftesten Umtriebszeit den normalen Vorrath dennoch aus dem Maximum des Boden-Erwartungswerthes herzuleiten haben, weil nur unter dieser Bedingung diejenige Umtriebszeit gefunden werden kann, für welche der Verlust ein Minimum wird.

2. Es wird für den Boden zeitweilig weniger als das Maximum des Erwartungswerthes geboten. In diesem Falle wird der Unternehmer die Umtriebszeit nicht sogleich ändern, weil er erwarten darf, daß der Bodenpreis sich wieder heben wird. Könnte man dagegen überzeugt sein, daß der Bodenpreis dauernd unter dem Maximum des Erwartungswerthes beharren werde, so würde hieraus hervorgehen, daß das geforderte Procent p zu hoch gegriffen und daß dasselbe auf denjenigen Betrag zu ermäßigen sei, für welchen $B = {}^{u}B$ wird.

Aus Vorstehendem ergibt sich, daß zur Bestimmung derjenigen Umtriebszeit, für welche das Productionscapital die höchste Rente liefert, bei der Veranschlagung des normalen Vorrathes nur das Maximum des Boden-Erwartungswerthes unterstellt werden darf.

Anmerkung 2. Bisher haben wir sowohl bei der laufend-jährlichen als bei der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Productionsaufwandes den Bodenwerth, die Culturkosten (bezw. das Culturkostencapital), das Capital der jährlichen Kosten und den normalen Vorrath (beim jährlichen Betriebe) in dem Productionsfonds aufgeführt. Es läßt sich jedoch die Frage aufwerfen, ob es nicht räthlich oder gar geboten sei, nur diejenigen Theile des Productionsaufwandes, welche der Unternehmer von vornherein in Händen haben muß, um

die Wirthschaft beginnen und betreiben zu können, in den Nenner des Bruches, durch welchen die Verzinsung sich ausdrückt, aufzunehmen, dagegen solche Productionskosten, welche aus dem jährlichen Rauhertrage bestritten werden können, an dem letzteren (also im Zähler) in Abzug zu bringen. Zu den Kosten dieser Art würden z. B. diejenigen für Verwaltung, Schutz und Steuern, sowie die Culturkosten gehören. Die vorliegende Frage beantwortet sich folgendermaßen:

1. Laufend-jährliche Verzinsung. Nimmt man als Productionsfonds vom Jahr o nur den Bodenwerth an und bringt man die jährliche Rente der prolongirten Culturkosten, sowie des prolongirten Capitals der jährlichen Kosten von $A_{m+1} - A_m$ in Abzug, setzt man dagegen die Rente der prolongirten Vornutzungen $A_{m+1} - A_m$ zu, so läßt sich der unter b auf S. 130 aufgestellte Satz ebenfalls beweisen. Es ist also in Bezug auf diesen vollkommen gleichgültig, ob man p_1 nach der einen oder der anderen Methode berechnet.

2. Durchschnittlich-jährliche Verzinsung. Läßt man bei dem aussetzenden Betriebe das Productionscapital ebenfalls nur aus dem Bodenwerth bestehen, bringt man also die Rente des Culturkostencapitals und des Capitals der übrigen Kosten von der Rauhertragsrente (im Zähler) in Abzug und nennt man das unter diesen Voraussetzungen ermittelte Procent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung p_1, während man das in der früheren Weise (s. S. 122 unter a) festgestellte Procent mit p bezeichnet, so erhält man

$$p_1 = \frac{{}^uB}{B} \cdot p.$$

Und setzt man für den jährlichen Betrieb das Productionscapital nur aus dem Bodenwerthe und dem normalen Vorrathe zusammen, bringt man also die Culturkosten und die Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern von dem jährlichen Rauhertrag (im Zähler) in Abzug, so findet man nach einigen Reductionen

$$p_1 = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q - uv - c)\,p}{A_u + D_a + \cdots + D_q - uv - c - ({}^uB - B)\,(1{,}0p^u - 1)}$$

Die unter A, B und C aufgestellten Sätze lassen sich nun ohne Mühe ebenso für p_1 beweisen, wie für p. Und da Satz D auf die Sätze B und C sich stützt, so stellt sich Satz D auch dann als richtig dar, wenn das Productionscapital für den aussetzenden Betrieb nur aus dem Bodenwerthe und für den jährlichen Betrieb aus dem Bodenwerthe und dem Werthe des normalen Vorrathes besteht.

Man kann überhaupt sowohl die laufend-jährliche, als auch die durchschnittlich-jährliche Verzinsung für jeden einzelnen Theil des Productionsfonds berechnen, muß aber dann die Interessen der übrigen Theile von der Rauhertragsrente in Abzug bringen. Man sieht in diesem Falle diese Interessen als Unkosten an.

Geschichtliches.

Die Berechnung des Procentes einer gleichmäßigen jährlichen Verzinsung finden wir bereits in Hundeshagens „Waldwerthberechnung“ (2. Abtheilung der „Forstabschätzung“ von 1826) an mehreren Beispielen ausgeführt.

Hundeshagen ermittelte zuerst den Unternehmergewinn unter Zugrundelegung des landesüblichen Zinsfußes (5 %) und suchte dann, wenn er einen

negativen Werth erhielt, das Procent auf, mittelst dessen der Unternehmergewinn auf Null gebracht wird. Für den aussetzenden Betrieb berechnete er den Unternehmergewinn als Vorwerth; dabei wendete er zur Discontirung auch der Erträge das Procent an, welches das Gleichgewicht zwischen den Kosten und den Erträgen herstellt.

Das Verfahren zur Bestimmung der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung, welches wir S. 122 unter a) dargestellt haben, hat zuerst König[1]) angegeben. Man soll dasselbe (nach König) benutzen, um den Gewinn einer Bewaldung von geringem Fruchtlande, Waldblößen und Weideflächen in Procenten anzuschlagen.

Preßler wandte eben dieses Procent (welches er „thatsächliches oder ertragsmäßiges Wirthschaftsprocent" nannte) zuerst zur Ermittlung der wirthschaftlichen Reifezeit der Holzbestände an[2]). Eine andere Methode der Procentberechnung lehrte er S. 87 seiner im Jahre 1859 erschienenen „forstlichen Finanzrechnung" (dem 2. Buche des „Rationellen Waldwirths"), indem er die Vorschrift ertheilte, die Erträge mittelst des „geforderten" Wirthschaftsprocentes, dagegen die Rente des Kostencapitals mittelst desjenigen Procentes auf das Ende der Umtriebszeit zu prolongiren, durch welches der Nachwerth der Erträge dem Nachwerthe der Kosten gleichgestellt wird. Zur Capitalisirung der Kosten gebrauchte er gleichfalls das geforderte Wirthschaftsprocent.

Die Geschichte der Theorie der laufend-jährlichen Verzinsung findet der Leser im II. Abschnitt, I. Titel unter II, 1, B.

1) Forstmathematik, 2. Aufl., 1842, § 472.

2) Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung von 1860, S. 53.

II. Abschnitt.

Behandlung einiger Aufgaben der forstlichen Rentabilitätsrechnung.

---

1. Titel.

Wahl der Umtriebszeit.

Die Bestimmung der vortheilhaftesten Umtriebszeit richtet sich nach dem Zwecke, welchem die Wälder dienen sollen. Dieser Zweck kann ein zweifacher sein, nämlich 1. Herstellung günstiger Einflüsse auf den Boden und das Klima, 2. Erzeugung von Producten, durch welche sich der Waldeigenthümer ein Einkommen verschafft, indem er dieselben entweder in seinem eigenen Haushalt verwendet oder sie gegen andere Güter umtauscht. Wir unterscheiden hiernach Schutzwaldungen und Ertragswaldungen[1]).

In allen denjenigen Fällen, in welchen ein Schutzwald nothwendig ist und sich nicht durch ein anderes, billigeres Hülfsmittel ersetzen läßt, muß derselbe nicht blos erhalten, sondern auch mit derjenigen Umtriebszeit behandelt werden, bei welcher die von ihm erwarteten Wirkungen in dem gewünschten Maße eintreten. Ob und in wie weit die Umtriebszeiten der Schutzwaldungen sich von den Umtriebszeiten der Ertragswaldungen zu unterscheiden haben, ist bis jetzt eine offene Frage. Die Beantwortung derselben fällt der forstlich-angewandten Naturforschung anheim. Wir werden im Nachstehenden nur die Bestimmung der Umtriebszeit der Ertragswaldungen behandeln.

I. Financielle Umtriebszeit.

Unter dieser verstehen wir diejenige Umtriebszeit, welche das größte Einkommen gewährt.

---

1) Man könnte auch noch „Parkwaldungen" unterscheiden, d. h. solche Waldungen, welche dem Menschen durch die Schönheit ihrer Formen 2c. ästhetische Genüsse gewähren.

1) Methoden zur Bestimmung der financiellen Umtriebszeit.

A. Bestimmung der financiellen Umtriebszeit nach der Methode des Unternehmergewinns oder der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Productionsaufwandes.

a) Normale Bestände.

Die financielle Umtriebszeit normaler Bestände ist diejenige, für welche sich der größte **Boden-Erwartungswerth** oder die **größte Bodenrente** berechnet.

Als Maßstab für das Einkommen, welches ein Gewerbe liefert, kann sowohl der Unternehmergewinn als auch die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsaufwandes benutzt werden. Da nun, wie wir früher gesehen haben, diese beiden Factoren auf denjenigen Zeitpunkt hinleiten, in welchem der Boden-Erwartungswerth culminirt, so kann man die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes oder der größten Bodenrente als diejenige bezeichnen, welche das größte Einkommen gewährt. Hieraus ergibt sich ein Mittel, um die financielle Umtriebszeit zu berechnen. Man sucht zuerst eine, der betreffenden Localität entsprechende, Ertragstafel zu erlangen, welche die Haubarkeitsnutzungen, Zwischen- und Nebennutzungen mit ihren Geldwerthen angibt, stellt den Betrag der Productionskosten, sowie den geforderten Wirthschaftszinsfuß fest und berechnet dann nach bekannten Regeln den Boden-Erwartungswerth für die in Betracht zu ziehenden Umtriebszeiten[1]). Diejenige Umtriebszeit, bei welcher der Boden-Erwartungswerth ein Maximum erreicht, würde also das größte Einkommen gewähren, mithin als financielle Umtriebszeit zu betrachten sein.

Geschichtliches.

Pfeil lehrte schon zu Anfang des dritten Jahrzehntes dieses Jahrhunderts, daß die vortheilhafteste Umtriebszeit diejenige sei, für welche sich der größte Bodenwerth berechnet. Im II. Bande seines Werkes „Grundsätze der Forstwirthschaft in Bezug auf die Nationalökonomie und die Staatsfinanzwissenschaft", 1824, sagt er S. 256: „Ueberblicken wir die in diesem Abschnitte aufgestellten Schlußfolgen, die verschiedenen nachgewiesenen Berechnungen, so muß sich uns auch der Grundsatz als ebenso richtig, wie gefahrlos, ebenso sehr dem Vortheile des Einzelnen, wie des Ganzen angemessen darstellen, daß wir am vortheilhaftesten die Waldwirthschaft von dem möglichst hohen sicheren Geldertrage abhängig machen, und daß dasjenige die wünschenswertheste Erzeugung sei, welches ihn gewährt". Ferner „Kritische Blätter", I, 2, 1823, S. 322: „Das Verfahren, um den Zeitpunkt zu erfahren, in welchem das Holz mit dem größten Geldertrage zu benutzen ist, wird wie folgt sein müssen.... Man berechnet für jeden Umtrieb den

1) Da die jährlichen Erträge und Kosten keinen Einfluß auf die Höhe der Umtriebszeit ausüben, so können dieselben auch außer Rechnung bleiben.

Werth des Bodens mit Ausschluß des schon jetzt darauf stehenden Holzes". Faustmann (v. Wedekind's Neue Jahrbücher der Forstkunde, 2. Folge, 3. Band, 4. Heft, 1853, S. 358 ff.) war aber wohl der Erste, welcher die Regel, daß man zur Vergleichung der Rentabilität verschiedener Umtriebszeiten den Unterschied zwischen den Capitalwerthen der Erträge und Productionskosten, d. h. den Bodenwerth oder die Rente jenes Unterschiedes, d. h. die Bodenrente berechnen müsse, streng mathematisch begründete. Zugleich wies Faustmann nach, daß diejenige Umtriebszeit, welche man in einem gegebenen Falle als die vortheilhafteste für den aussetzenden Betrieb erkannt hat, dies auch für den jährlichen Betrieb ist. Preßler endlich (Rationeller Waldwirth, II, 1859, Cap. V. und Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1860, S. 46, 50) wandte zur Ermittlung der financiellen Umtriebszeit auch die Formel für die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionscapitals an und gab hierdurch der Lehre von der Umtriebsbestimmung eine neue werthvolle Grundlage.

b) Financielle Abtriebszeit **abnormer** Bestände[1]).

α) Die einträglichste Abtriebszeit eines abnormen Bestandes ist diejenige, für welche sich der größte **Bestands-Erwartungswerth** berechnet.

Beweis.

1) Nach der Methode des Unternehmergewinns.

Der Jetztwerth des Unternehmergewinns ist gleich dem Jetztwerth aller Erträge minus dem Jetztwerth aller Kosten, also für die Abtriebszeit x:

$$\frac{A_x + D_n\, 1{,}0p^{x-n} + \cdots}{1{,}0p^{x-m}} + \frac{\dfrac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}}{1{,}0p^{x-m}}$$

$$-\frac{{}^uC}{1{,}0p^{x-m}} - \frac{V\,(1{,}0p^{x-m} - 1)}{1{,}0p^{x-m}} - \frac{V}{1{,}0p^{x-m}} - \text{Waldkostenwerth}$$

$$= \frac{A_x + D_n\, 1{,}0p^{x-n} + \cdots - ({}^uB + V)(1{,}0p^{x-m} - 1)}{1{,}0p^{x-m}} + {}^uB - \text{Waldkostenwerth}$$

$$= {}^xHe_m + {}^uB - \text{Waldkostenwerth}.$$

Ebenso findet man den Jetztwerth des Unternehmergewinns für die Abtriebszeit y:

$${}^yHe_m + {}^uB - \text{Waldkostenwerth}.$$

---

1) Die nachstehenden Sätze hat der Verfasser zuerst in der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1872, S. 104 veröffentlicht; dieselben gelten selbstverständlich auch für normale Bestände, weil die Normalität als derjenige Fall der Abnormität betrachtet werden kann, bei welchem die letztere verschwindend klein wird.

Aus der Vergleichung der beiden vorstehenden Ausdrücke folgt unmittelbar die Richtigkeit des oben ausgesprochenen Satzes.

2) Nach der Methode der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Productionsaufwandes.

Es ist für die Abtriebszeit x:

$$p = \frac{({}^{x}He_{m} + {}^{u}B)\ 0{,}0p \cdot 100}{\text{Waldkostenwerth}}$$

ferner für die Abtriebszeit y:

$$p^{1} = \frac{({}^{y}He_{m} + {}^{u}B)\ 0{,}0p \cdot 100}{\text{Waldkostenwerth}}.$$

Da das Productionscapital in beiden Fällen gleich groß ist, so ergibt sich, wie vorhin, der Satz, daß die einträglichste Abtriebszeit abnormer Bestände diejenige ist, für welche der größte Bestands-Erwartungswerth sich berechnet.

β) Stehen behufs der Etatserfüllung &c. mehrere Bestände zur Wahl, so ist es am rentabelsten, denjenigen Bestand abzutreiben, für welchen der Unterschied zwischen dem Bestands-Erwartungswerth und dem gegenwärtigen Bestands-Verbrauchswerth am kleinsten ist, also denjenigen Bestand mit dem Hiebe zu verschonen, für welchen jener Unterschied am größten ist.

Beweis.

1) Nach der Methode des Unternehmergewinns.

Bezeichnen wir den gegenwärtigen Verbrauchswerth des einen Bestandes mit A_m, den Maximal-Bestands-Erwartungswerth, welcher sich nach voriger Regel für die Abtriebszeit x berechnet, mit ${}^{x}He_{m}$; den gegenwärtigen Bestands-Verbrauchswerth des anderen Bestandes mit $\mathfrak{A}_n$, den Maximal-Bestands-Erwartungswerth, welcher sich für die Abtriebszeit y berechnet, mit ${}^{y}\mathfrak{He}_{n}$, die Maximal-Bodenerwartungswerthe mit ${}^{u}B$ bezw. ${}^{u}\mathfrak{B}$, so ist in beiden Fällen der Unternehmergewinn = Walderwartungswerth — Waldkostenwerth, also

a) der Unternehmergewinn in dem Falle, daß man den Bestand A_m abtreibt und den Bestand $\mathfrak{A}_n$ bis zum Jahre y stehen läßt:

$$A_m + {}^{u}B + {}^{y}\mathfrak{He}_{n} + {}^{u}\mathfrak{B} - \text{Waldkostenwerth};$$

b) der Unternehmergewinn in dem Falle, daß man den Bestand $\mathfrak{A}_n$ abtreibt und den Bestand A_m bis zum Jahre x stehen läßt:

$$\mathfrak{A}_n + {}^{u}\mathfrak{B} + {}^{x}He_{m} + {}^{u}B - \text{Waldkostenwerth}.$$

Da sich ${}^{u}B + {}^{u}\mathfrak{B}$ in dem ersten Ausdruck gegen ${}^{u}\mathfrak{B} + {}^{u}B$ in dem zweiten Ausdruck streicht, und da der Waldkostenwerth in beiden

Ausdrücken der nämliche ist, so reducirt sich behufs der Rentabilitäts-Vergleichung
der Ausdruck unter a) auf

$$A_m + {}^y\mathfrak{H}e_n$$

und der Ausdruck unter b) auf

$$\mathfrak{A}_n + {}^x He_m.$$

Es wird also vortheilhaft sein, den Bestand $\mathfrak{A}_n$ noch $y - n$ Jahre stehen zu lassen, dagegen den Bestand A_m jetzt schon abzutreiben, wenn

$$A_m + {}^y\mathfrak{H}e_n > \mathfrak{A}_n + {}^x He_m,$$

oder wenn

$${}^y\mathfrak{H}e_n - \mathfrak{A}_n > {}^x He_m - A_m,$$

und umgekehrt wird es vortheilhafter sein, den Bestand A_m noch $x - m$ Jahre stehen zu lassen, dagegen den Bestand $\mathfrak{A}_n$ jetzt schon abzutreiben, wenn

$$\mathfrak{A}_n + {}^x He_m > A_m + {}^y\mathfrak{H}e_n,$$

oder wenn

$${}^x He_m - A_m > {}^y\mathfrak{H}e_n - \mathfrak{A}_n.$$

2) Nach der Methode der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Productionsaufwandes.

Im Falle a) ist

$$p = \frac{(A_m + {}^u B + {}^y\mathfrak{H}e_n + {}^u\mathfrak{B})\ 0{,}0p \cdot 100}{\text{Waldkostenwerth}};$$

im Falle b):

$$p^1 = \frac{(\mathfrak{A}_n + {}^u\mathfrak{B} + {}^x He_m + {}^u B)\ 0{,}0p\ .\ 100}{\text{Waldkostenwerth}}.$$

Da die Productionscapitalien in beiden Fällen gleich groß sind, so gibt sich die Rentabilität des einen und des anderen Verfahrens schon durch den Zähler des Bruches, durch welchen p ausgedrückt ist, zu erkennen. Die Vergleichung der beiden Zähler führt zu den nämlichen Resultaten wie unter 1).

B. Bestimmung der Hiebsreife eines Bestandes durch Untersuchung der laufend-jährlichen Verzinsung des Productionsaufwandes.

Auch die Untersuchung der laufend-jährlichen Verzinsung bietet ein Mittel dar, um zu bestimmen, ob ein Bestand hiebsreif ist oder nicht, und dieses Hülfsmittel ist um so werthvoller, als die unter A angeführten Methoden nur dann benutzt werden können, wenn man im Besitz von Geldertragstafeln ist, welche der betreffenden Localität entsprechen.

Im Gegensatz zu der Methode des Unternehmergewinns und der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung bestimmt die Methode der laufend-jährlichen Verzinsung die Hiebsreife eines Bestandes nicht etwa dadurch, daß sie einen Maximalwerth aufsucht; sie findet also die Abtriebszeit eines Bestandes nicht in demjenigen Alter, in welchem p_1 culminirt. Denn wenn man einmal angenommen hat, daß die Betriebscapitalien der Waldwirthschaft bei anderweitiger (gleich sicherer und annehmlicher) Anlage höchstens p Procent abwerfen können, so würde es nicht vortheilhaft sein, einen Bestand abzutreiben, dessen Werthzuwachs den Productionsaufwand zu mehr als p Procent verzinst.

Die Art und Weise, wie aus der laufend-jährlichen Verzinsung auf die wirthschaftliche Reife eines Bestandes oder auch eines einzelnen Baumes geschlossen werden kann, soll nun im Nachstehenden erläutert werden.

a) Normale Bestände.

Aus S. 130 ergibt sich, daß das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung des Productionsaufwandes, falls man in letzteren das Maximum des Boden-Erwartungswerthes, welches wir mit ${}^{u}_{m}B$ bezeichnen wollen, einführt, vor dem Alter der financiellen Umtriebszeit größer[1]) und nach demselben kleiner ist, als das geforderte Wirthschaftsprocent p. Untersucht man nun den laufend-jährlichen Werthszuwachs $A_{m+1} - A_m$ am stehenden Baume oder Bestande und findet man nach der Formel

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{({}^{u}_{m}B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots)} \cdots\cdots\cdots 1)$$

das Verzinsungsprocent p_1 des Productionsaufwandes größer als p, so zeigt dies an, daß der Abtrieb noch unterbleiben kann; im entgegengesetzten Falle (für $p_1 < p$) hätte der Baum oder Bestand seine wirthschaftliche Reife bereits überschritten. Allein die Anwendung dieser Formel bietet noch dieselbe Schwierigkeit dar, wie die unter A dargestellte Methode, weil auch zur Bestimmung von ${}^{u}_{m}B$ eine Ertragstafel erforderlich ist. Um diese Schwierigkeit zu beseitigen, bleibt nichts Anderes übrig, als ${}^{u}_{m}B$ einzuschätzen, z. B. für ${}^{u}_{m}B$ den Boden-Kostenwerth oder Verkaufswerth zu unterstellen. Es wird dann freilich p_1 nicht ganz richtig ausfallen, weil, wenn das eingeschätzte B größer als ${}^{u}_{m}B$ ist, die

1) Es sind hier diejenigen Alter von u gemeint, in welchen $A_{m+1} - A_m > Hk_{m+1} - Hk_m$ ist. Der Zeitpunkt, in welchem $A_{m+1} - A_m = Hk_{m+1} - Hk_m$ wird, tritt meist ziemlich frühe ein, z. B. für die Ertrags- und Kostensätze des S. 130 unter a) angeführten Beispiels zwischen dem 30. und 40. Jahr. In diesen jugendlichen Altern wird man aber die Hiebsreife normaler Bestände nicht untersuchen.

gewünschte Verzinsung des Productionsaufwands nothwendig früher, im entgegengesetzten Falle aber später eintreten wird, als im Jahre u, für welches mit dem angenommenen Wirthschaftszinsfuß das Maximum des Boden-Erwartungswerthes sich berechnet. Doch nimmt, wie sich aus dem Folgenden ergeben wird, der zu befürchtende Fehler bei der nachstehend angegebenen Transformation in dem Maße ab, als mit wachsendem Bestandsalter der Bestandswerth den Bodenwerth übertrifft, so daß bei höheren Bestandsaltern in der That schon ganz beträchtliche Ueber- bezw. Unterschätzungen des Bodenwerthes dazu gehören würden, um in der Bestimmung der Hiebsreife einen Unterschied von nur einigen Jahren hervorzubringen.

Mit der Einschätzung von ${}^{u}_{m}B$ sind jedoch noch nicht alle Hindernisse beseitigt, welche der Anwendung der obigen Formel im Wege stehen. Man müßte auch noch die Zwischennutzungserträge D_a, D_b ... kennen, welche der Bestand vor dem Jahre m geliefert hat; eine Forderung, der nur in dem Falle Genüge geleistet werden kann, wenn eine Betriebsnachweisung vorliegt, in welcher die gewonnenen Erträge aufgezeichnet sind. Außerdem müßte man das Bestandsalter m kennen oder untersuchen. Ueber alle diese Schwierigkeiten kommt man jedoch hinweg, wenn man den Nenner des Bruches, durch welchen p_1 ausgedrückt wird, auf den Bestands-Kostenwerth transformirt und diesem schließlich den Bestands-Verbrauchswerth substituirt. Fügt man nämlich dem erwähnten Nenner

$$B + V - (B + V)$$

zu, wodurch der Werth desselben begreiflicher Weise nicht geändert wird, so erhält man

$$\begin{aligned}&(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots) + B + V - (B + V)\\&= (B + V)(1{,}0p^m - 1) + c \cdot 1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots) + B + V\\&= Hk_m + B + V,\end{aligned}$$

wenn man nämlich mit Hk_m den Bestands-Kostenwerth des Jahres m bezeichnet. Wir erhalten also durch die Transformation

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{Hk_m + B + V}.$$

Setzt man nun für den Bestands-Kostenwerth Hk_m den Bestands-Verbrauchswerth A_m, so ergibt sich

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)}{A_m + B + V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 2)$$

Das Procent, welches diese Formel liefert, weicht zwar von dem richtigen um so mehr ab, je größer der Unterschied zwischen dem mit

${}_m^uB$ zu berechnenden Bestands-Kostenwerthe und dem Bestands-Verbrauchswerthe A_m ist, allein dieser Fehler fällt auch wieder um so kleiner aus, je mehr das Bestandsalter m dem Haubarkeitsalter u sich nähert, weil mit dieser Annäherung der Unterschied zwischen dem Bestands-Kostenwerthe und dem Bestands-Verbrauchswerthe abnimmt (s. S. 69, $\alpha\alpha$). Auf die Bestimmung der Hiebsreife eines Baumes oder Bestandes übt jedoch der eben erwähnte Fehler gar keinen Einfluß aus, weil man p_1 mittelst Formel 2) vor der financiellen Haubarkeit u nicht etwa zu klein, sondern zu groß findet, mit dem Eintritt von u aber $p_1 = p$ wird. Für die Jahre, welche hinter u liegen, gibt Formel 2) das Procent p_1 freilich größer als Formel 1) an; von Seckendorff hat jedoch (Supplemente zur Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, Band VI, Heft 3) nachgewiesen, daß p_1 trotzdem die Höhe von p nicht erreicht. Wir können indessen auf die Mittheilung dieses Beweises verzichten, weil in dem Folgenden (unter b) gezeigt werden wird, daß man berechtigt ist, auch bei normalen Beständen in dem Productionsaufwande anstatt des Bestands-Kostenwerthes den Bestands-Verbrauchswerth zu setzen.

b) Abnorme Bestände[1]).

Bei einem abnormen Bestand kommt in Frage, ob derselbe nicht schon vor dem Zeitpunkt, in welchem der Boden-Erwartungswerth culminirt, abzutreiben sei. Es muß daher in dem Productionsaufwande statt des Bestands-Kostenwerthes der Bestands-Verbrauchswerth gesetzt werden, weil in dem Falle, daß der Bestand wirklich genutzt wird, das frei werdende Capital sich nicht nach dem Bestands-Kostenwerthe, sondern nach dem Verkaufswerthe des Holzes bemißt.

α) Bleibt der m jährige Bestand noch 1 Jahr lang stehen, so verzinst sich der Productionsaufwand zu

$$\frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + {}_m^uB + V} = p_1\,\% \quad \ldots\ldots\ldots\ldots *$$

β) Treibt man aber den Bestand ab und zieht man einen neuen Bestand an oder benutzt man das Productionscapital zu einer anderweitigen, gleich sicheren Anlage, so verzinst es sich zu

$$\frac{(A_m + {}_m^uB + V)\,0{,}0p \cdot 100}{A_m + {}_m^uB + V} = p\,\%$$

Hieraus folgt, daß der Bestand so lange mit dem Hiebe verschont werden muß, als $p_1 > p$, während er dagegen als hiebsreif zu betrachten ist, sobald $p_1 < p$ gefunden wird.

---

1) Siehe Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1872, S. 106.

Da die Normalität als derjenige Fall der Abnormität betrachtet werden kann, bei welchem die letztere verschwindend klein wird, so läßt sich die Formel * auch bei normalen Beständen zur Bestimmung von p_1 anwenden, und sie hat hier sogar den Vorzug, daß man mit ihr für alle Bestandsalter, welche vor dem Jahre u liegen, $p_1 > p$ erhält. Man kann also, wie übrigens auch schon unter a) gezeigt wurde, bei normalen Beständen, deren Hiebsreife fraglich ist, p_1 mit einem Productionscapital berechnen, in welchem der Bestandswerth als Verbrauchswerth erscheint; bei abnormen Beständen muß dagegen der Bestandswerth im Productionscapital stets als Verbrauchswerth angenommen werden.

Stehen behufs der Etatserfüllung 2c. mehrere Bestände zur Wahl, so ist in dem unter 1, a, S. 141 angegebenen Falle

$$p_1 = \frac{\mathfrak{A}_{n+1} - \mathfrak{A}_n + (A_m + {}^uB + V)\,0{,}0p}{\mathfrak{A}_n + {}^u\mathfrak{B} + \mathfrak{B} + A_m + {}^uB + V}\,100,$$

in dem unter 1, b angegebenen Falle

$$p_1' = \frac{A_{m+1} - A_m + (\mathfrak{A}_n + {}^u\mathfrak{B} + \mathfrak{B})\,0{,}0p}{A_m + {}^uB + V + \mathfrak{A}_n + {}^u\mathfrak{B} + \mathfrak{B}}\,100.$$

Es wird also rentabler sein, den Bestand A_m zu nutzen und $\mathfrak{A}_n$ noch ein Jahr lang stehen zu lassen, wenn $p_1 > p_1'$, oder wenn

$$\mathfrak{A}_{n+1} - \mathfrak{A}_n + (A_m + {}^uB + V)\,0{,}0p > A_{m+1} - A_m + (\mathfrak{A}_n + {}^u\mathfrak{B} + \mathfrak{B})\,0{,}0p$$

oder wenn

$$\mathfrak{A}_{n+1} - \mathfrak{A}_n - (\mathfrak{A}_n + {}^u\mathfrak{B} + \mathfrak{B})\,0{,}0p > A_{m+1} - A_m - (A_m + {}^uB + V)\,0{,}0p.$$

Siehe übrigens auch die Anmerkung auf S. 124.

Anmerkungen.

I. Die verschiedenen Arten des Zuwachses[1]).

Der gesammte Werthszuwachs läßt sich in drei Zuwachsarten zerlegen, welche Preßler als Massen- oder Quantitätszuwachs, Qualitätszuwachs und Theuerungszuwachs bezeichnet.

1) Massen- oder Quantitätszuwachs ist die Vermehrung der vorhandenen Masse durch das jährliche Wachsthum eines Baumes oder Bestandes.

2) Qualitätszuwachs ist der Unterschied der um die Erntekosten verminderten Preise, welche für die Cubikeinheit verschiedener Sortimente zu der nämlichen Zeit gezahlt werden.

„Der Qualitäts- oder zweite Zuwachs ist," sagt Preßler, „hauptsächlich dadurch bedingt, 1) daß bis zu einem gewissen Alter die älteren Bäume und Bestände verhältnißmäßig weniger Erntekosten pro Masseneinheit verursachen,

1) König: Forstmathematik, 2. Aufl., 1842, S. 474. Preßler: Aus der Holzzuwachslehre, Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1860, S. 172 ff. Judeich: Forsteinrichtung, 3. Aufl., 1880, § 10—13.

2) daß in der Totalmasse das Verhältniß des Nutzholzes zum Brennholze, das sog. Nutzholzprocent, ein vortheilhafteres wird, 3) daß die Holzverbrauchswirthschaft die im älteren Baume und Bestande enthaltenen physisch und geometrisch vollkommeneren Sortimente bis zu einem gewissen Grade durch Gewährung höherer Preise anerkennt"[1]).

3) Theuerungszuwachs ist der Unterschied der Preise, welche für die Cubikeinheit des nämlichen Sortimentes zu verschiedenen Zeiten gezahlt werden.

Judeich unterscheidet einen absoluten und einen relativen Theuerungszuwachs. „Ersterer ist eine thatsächliche Aenderung des Holzwerthes, abgesehen von den Schwankungen des Geldwerthes; letzterer wird bedingt durch Aenderungen des Geldwerthes"[2]).

Für die Untersuchung der Hiebsreife darf ein Theuerungszuwachs nur in so weit in Ansatz gebracht werden, als er nicht schon bei der Feststellung des Wirthschaftsprocentes p in Rechnung genommen worden ist.

II. Herleitung des laufend-jährlichen Werthszuwachses aus den Procenten der unter I. angegebenen Zuwachsarten[3]).

Nehmen wir einstweilen nur die beiden ersten Zuwachsarten in Rechnung.

Der Geldwerth A_m einer gewissen Holzmasse M_m ist, wenn man mit $\mathfrak{P}$ den Preis der Masseneinheit bezeichnet,

$$A_m = M_m \cdot \mathfrak{P}.$$

Nimmt nun M_m um p_2 %, $\mathfrak{P}$ um p_3 % zu, so ist im nächsten Jahre der Geldwerth jener Masse

$$A_{m+1} = M_m\left(1 + \frac{p_2}{100}\right)\mathfrak{P}\left(1 + \frac{p_3}{100}\right)$$

$$= M_m \mathfrak{P}\left(1 + \frac{p_2 + p_3}{100} + \frac{p_2\, p_3}{100 \cdot 100}\right),$$

oder, wenn man $\frac{p_2\, p_3}{100 \cdot 100}$ gegen $1 + \frac{p_2 + p_3}{100}$ als verhältnißmäßig sehr klein vernachlässigt,

$$A_{m+1} = M_m \mathfrak{P}\left(1 + \frac{p_2 + p_3}{100}\right)$$

$$= A_m\left(1 + \frac{p_2 + p_3}{100}\right), \text{ also}$$

$$(A_{m+1} - A_m)\, 100 = A_m\,(p_2 + p_3).$$

Nennt man das Theuerungsprocent p_4 und zieht man auch dieses in Rechnung, so ist

$$(A_{m+1} - A_m)\, 100 = A_m\,(p_2 + p_3 + p_4).$$

III. Procentberechnung.

1) Mit Hülfe der Zinseszinsrechnung.

---

1) Preßler: Forstliches Hülfsbuch, 1869, S. 100.
2) Judeich, a. a. O., § 13.
3) König: Forstmathematik, 2. Aufl., 1842, S. 474.

Nennen wir

A_m den Geldwerth eines m jährigen Bestandes,

A_{m+n} „ „ „ (m+n) „ „

und setzen wir

$$A_{m+n} = A_m\, 1{,}0\pi^n, \text{ so ist}$$

$$1{,}0\pi = \sqrt[n]{\frac{A_{m+n}}{A_m}},$$

oder, wenn wir mit M_m und M_{m+n} die Holzmassen in den Jahren m und (m + n), mit $\mathfrak{P}_m$ und $\mathfrak{P}_{m+n}$ die zugehörigen Preise pro Masseneinheit bezeichnen,

$$1{,}0\pi = \sqrt[n]{\frac{A_{m+n}}{A_m}} = \sqrt[n]{\frac{M_{m+n} \cdot \mathfrak{P}_{m+n}}{M_m \cdot \mathfrak{P}_m}}$$

$$= \sqrt[n]{\frac{M_{m+n}}{M_m}} \cdot \sqrt[n]{\frac{\mathfrak{P}_{m+n}}{\mathfrak{P}_m}}.$$

Es ergibt sich hieraus, daß das Massenzuwachs-Procent in dem Falle, wenn dasselbe zur Bestimmung des Procents dient, um welches der Gelbertrag durchschnittlich zunimmt, nicht nach der einfachen, sondern nach der Zinseszinsrechnung calculirt werden muß[1]).

Hiernach müssen wir also setzen:

$$M_{m+n} = M_m \cdot 1{,}0p_2^n, \text{ woraus}$$

$$p_2 = 100\left(\sqrt[n]{\frac{M_{m+n}}{M_m}} - 1\right)$$

sich ergibt. In analoger Weise werden p_3 und p_4 berechnet.

2) Mit Hülfe der einfachen Zinsrechnung. Wendet man, um die Wurzelausziehung zu umgehen, die einfache Zinsrechnung an, so ergibt sich ein zu großes Resultat. Nach der einfachen Zinsrechnung wäre

$$M_{m+n} = M_m\,(1 + n \cdot 0{,}0p_2), \text{ hieraus}$$

$$p_2 = \frac{\frac{M_{m+n} - M_m}{n}}{M_m} \cdot 100.$$

Preßler[2]) schlägt vor, als Verzinsungscapital den mittleren Massenvorrath $\frac{M_{m+n} + M_m}{2}$ anzunehmen. Legt man diesen zu Grunde, so ergibt sich

$$p_2 = \frac{\frac{M_{m+n} - M_m}{n}}{\frac{M_{m+n} + M_m}{2}} \cdot 100, \text{ oder}$$

$$p_2 = \frac{M_{m+n} - M_m}{M_{m+n} + M_m} \cdot \frac{200}{n}.$$

---

1) Siehe Kraft: Ueber forstliche Zuwachsberechnungen, Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1860, S. 329. Ferner Judeich: Forsteinrichtung, 3. Aufl., 1880, S. 19.

2) Neue Holzwirthschaftliche Tafeln, Ausgabe A, 1857, S. 178.

Mit dieser Formel erhält man ein zu kleines Resultat, es nähert sich jedoch demjenigen der Zinseszinsrechnung mehr, als das Resultat der einfachen Zinsrechnung [1]).

Beispiel. Ein Bestand habe im 30. Jahre 204 Cubikmeter, im 40. Jahre 280 Cubikmeter Masse, und der Cubikmeter 30jähriges Holz koste 1,41 Mark, der Cubikmeter 40jähriges Holz 2,34 Mark, so findet man nach der Zinseszinsrechnung:

$$p_2 = 100\left(\sqrt[10]{\frac{280}{204}} - 1\right) = 3{,}22;\ p_3 = 100\left(\sqrt[10]{\frac{2{,}34}{1{,}41}} - 1\right) = 5{,}196;$$

nach der einfachen Zinsrechnung:

$$p_2 = \frac{\frac{280 - 204}{10}}{204} \cdot 100 = 3{,}73;\ p_3 = \frac{\frac{2{,}34 - 1{,}41}{10}}{1{,}41} . 100 = 6{,}60;$$

nach der Preßler'schen Näherungsformel:

$$p_2 = \frac{280 - 204}{280 + 204} \cdot \frac{200}{10} = 3{,}14;\ p_3 = \frac{2{,}34 - 1{,}41}{2{,}34 + 1{,}41} \cdot \frac{200}{10} = 4{,}96.$$

IV. Zur Geschichte der Theorie der laufend-jährlichen Verzinsung.

1) König's „Werthszunahme-Procent". Die Analogie, welche zwischen der Verzinsung eines Geldcapitals durch die Interessen und eines Holzbestandes durch den jährlichen Zuwachs besteht, liegt sehr nahe. Es kann daher nicht auffallen, daß Versuche zur Anwendung des „Zuwachsprocentes" auf die Bestimmung der Hiebsreife der Bestände schon in einer Zeit auftauchten, in welcher die Waldwerthrechnung noch in den Kinderschuhen stand [2]). Jedoch betrachtete man damals den Zuwachs nur als den Zins der Holzmasse oder ihres Geldwerthes, ohne die übrigen Productionscapitalien zu berücksichtigen; d. h. man bestimmte das Verzinsungsprocent lediglich nach der Formel

$$\frac{(M_{m+1} - M_m)\,100}{M_m} \text{ bezw. } \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m}$$

Klarere Begriffe über den vorliegenden Gegenstand finden wir zuerst in König's Forstmathematik. König bestimmte das „reine" Werthszunahme-Procent vom Holzbestande, indem er von der laufend-jährlichen Werthsmehrung des letzteren die „Waldnutzungskosten" (d. h. die Kosten für Verwaltung rc., also unser v) und die Bodenrente, soweit letztere nicht durch die jährlich erfolgende „Nebennutzung" gedeckt wird, in Abzug bringt [3]). Dieses „reine Werthszunahme-Procent" dient ihm zur Bestimmung des „Verzinsungs-Schlag-

1) Ueber die Preßler'schen und andere Näherungsformeln siehe Kunze: Lehrbuch der Holzmeßkunst 1873, §. 50.

2) Siehe z. B. Cotta's Waldbau von 1817, Seite 8. — v. Thünen, der isolirte Staat, 1826, zweite Auflage, 1842, I, S. 192. Es läßt sich vielleicht aus Demjenigen, was v. Thünen über die Berechnung der landwirthschaftlichen Bodenrente sagt, der Schluß ziehen, daß v. Th. bei der Ermittlung der Holzbestands-Verzinsung auch die Bodenrente und die jährlichen Kosten berücksichtigen will; allein mit voller Bestimmtheit hat er sich hierüber in demjenigen Abschnitte seines Werkes, welcher von der Forstwirthschaft handelt, nicht ausgesprochen.

3) König, Forstmathematik, 2. Aufl., §. 417, 418, 4. Aufl., §. 418, 419.

barkeitsalters"[1]). „Den größten Geldgewinn bietet der Zeitpunkt, in welchem das Werthszunahme-Procent eben unter den gewerblichen Zinsfuß sinkt. Wäre dieser etwa 4 Procent, so würde in unserem Beispiele das 68. Jahr am einträglichsten sein. Mit dessen Schlusse wäre das Holz zu verwerthen und der Erlös wieder von Neuem werbend anzulegen. Bei einer früheren Abnutzung, so lange die Werthszunahme den erforderlichen Zinsfuß übersteigt, büßte man den höheren Zinsengewinn ein, welchen das Holz noch bietet; bei einer späteren, wo das Werthszunahme-Procent immer tiefer sinkt, gingen dagegen weiter gewinnbare Geldzinsen verloren"[2]). Auch erkannte König schon sehr wohl den Einfluß der Vornutzungen auf die Erhöhung jenes Procentes. „Durch förderliche Aushiebe wird der Massengehalt gemindert und der Zuwachs gemehrt, also das Mehrungs-Procent von beiden Seiten gehoben"[3]). Ferner: „Der fleißige Durchforstungsbetrieb ist das Hauptmittel, den Werthsertrag und die Capitalnutzung des Waldes zu heben und eine höhere Umtriebszeit vortheilhaft zu machen"[4]).

König selbst hat keine Formel für sein „Werthszunahme-Procent" aufgestellt. Nach seinen Andeutungen läßt sich jedoch folgender Ausdruck construiren:

$$\frac{[A_{m+1} - A_m - (B + V)\,0{,}0p]\,100}{A_m}$$

Löscht man $(B + V)\,0{,}0p$ in dem Zähler und bringt man hierfür, was nach Seite 136 sich rechtfertigen läßt, $B + V$ in dem Nenner an, so lautet die Formel:

$$\frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + B + V}$$

Hinsichtlich der Größe des Bodenwerthes, welcher in Rechnung zu nehmen ist, spricht sich König nicht bestimmt aus. Nach §. 410 seiner „Forstmathematik" (2. Aufl.) scheint er denjenigen Werth zu meinen, welchen der Boden bei einer andern als der forstlichen Benutzungsweise besitzt. Er sagt nämlich daselbst: „Hat ein Waldboden gar keinen anderen Nutzungswerth, so dürfte das rohe Werthszunahme-Procent des Bestandes auch zugleich für das ganze Waldgrundstück gelten." Dies wäre entschieden unrichtig, denn wenn ein Boden auch nur zur Holzzucht geeignet ist, so besitzt er doch immerhin denjenigen Werth, welcher sich aus dieser Benutzungsweise ableitet, und die Rente dieses Capitalwerthes schmälert die Einnahme aus dem Holzbestande, muß also von letzterer in Abzug gebracht werden[5]). Sicher ist, daß König, wenn er überhaupt einen Bodenwerth berechnet, diesen für alle Jahre der Umtriebszeit als constant annimmt. In diesem Falle durfte er aber nicht unterlassen, anzugeben, daß stets das Maximum des Boden-Erwartungswerthes unterstellt werden müsse, weil mit jedem andern Bodenwerth die Hiebsreife unrichtig bestimmt wird, wenn man (nach König) als Zeitpunkt der Hiebsreife denjenigen Moment betrachtet, in welchem das Werthszunahme-Procent den Betrag von p erreicht hat. Geht man nämlich

1) König, Forstmathematik, 2. Auflage, §. 420, 4. Aufl., §. 430.

2) A. a. O., 2. Auflage, §. 405, 4. Aufl., §. 415.

3) A. a. O., 2. Auflage, §. 463, 4. Aufl., §. 413.

4) A. a. O., 4. Auflage, §. 441.

5) Preßler: Der rationelle Waldwirth, II (1859) S. 79.

von irgend einem anderen Bodenwerthe B aus, so gestaltet sich das Procent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung größer oder kleiner als p, je nachdem jener Bodenwerth kleiner oder größer als das Maximum des Boden-Erwartungswerthes ${}_{m}^{u}B$ ist. In diesem Falle wird aber auch das auf den Betrag von p gesunkene Werthszunahme-Procent die finanzielle Umtriebszeit nicht treffen. Wollte man B festhalten, so müßte man zuerst dasjenige $\mathfrak{p}$ berechnen, welches sich bei Zugrundelegung von B ergibt, dann aber auch als Hiebsreife des Bestandes denjenigen Zeitpunkt annehmen, in welchem das Werthszunahme-Procent dieses $\mathfrak{p}$ erreicht hat. Läßt man aber dennoch den Hieb dann erfolgen, wenn das Werthszunahme-Procent = p geworden ist, so wird dasselbe für $B > {}_{m}^{u}B$ eine zu niedere, für $B < {}_{m}^{u}B$ eine zu hohe Umtriebszeit angeben. In dem letzteren Falle verzinst sich zwar B noch zu p Procent, aber man büßt gleichzeitig auch den Gewinn ein, welcher sich ergeben haben würde, wenn man die Umtriebszeit u eingehalten und mit ihr eine durchschnittlich-jährliche Verzinsung erlangt hätte, deren Procent $\mathfrak{p}$ größer als p gewesen wäre. Es geht hieraus hervor, daß die König'sche Formel nur dann ein richtiges Resultat liefert, wenn man für B das Maximum des Boden-Erwartungswerthes einsetzt, und daß König die Theorie seines Werthszunahme-Procents unvollendet ließ, indem er versäumte, diese Bedingung anzugeben. Freilich fehlten ihm hierzu die Mittel, weil er die Gesetze der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Productionsaufwandes nicht kannte.

2) Preßler's Weiserprocent. Preßler stellte[1]) zur Bestimmung der Hiebsreife eines Baumes oder Bestandes die Formel

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + {}^{m}B + V + {}^{m}C}$$

auf. Er erlangte dieselbe, indem er die Größe der laufend-jährlichen Werthsmehrung $A_{m+1} - A_m$ für die Zeit vor und nach der Culmination der jährlichen Rauhertragsrente ermittelte[2]). Nimmt man nämlich an, die Rauhertragsrente vom Jahr $m + 1$ sei derjenigen vom Jahr m gleich, so hat man

$$\left(\frac{A_{m+1} + D_a\,1{,}0\,p^{m+1-a} + \ldots}{1{,}0\,p^{m+1} - 1}\right) 0{,}0\,p = \left(\frac{A_m + D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \ldots}{1{,}0\,p^{m} - 1}\right) 0{,}0\,p.$$

Bestimmt man aus dieser Gleichung A_{m+1}, so erhält man

$$A_{m+1} = \left(\frac{A_m + D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \ldots}{1{,}0\,p^{m} - 1}\right)(1{,}0\,p^{m+1} - 1) - (D_a\,1{,}0\,p^{m+1-a} + \ldots)$$

$$= \left(\frac{A_m + D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \ldots}{1{,}0\,p^{m} - 1}\right)(1{,}0\,p^{m+1} - 1) - (D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \ldots)\,1{,}0\,p$$

Fügt man dem zweiten Gliede der Gleichung $A_m\,1{,}0\,p - A_m\,1{,}0\,p$ zu, so ist

$$A_{m+1} = \left(\frac{A_m + D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \ldots}{1{,}0\,p^{m} - 1}\right)(1{,}0\,p^{m+1} - 1) - (A_m + D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \ldots)\,1{,}0\,p + A_m\,1{,}0\,p$$

---

1) Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1860, S. 55 und 188.

2) Vgl. v. Seckendorff: Beiträge zur Waldwerthrechnung und forstlichen Statik, in den Supplementen zur Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1868, 6. Band, 3. Heft, Seite 164 ff.

und wenn man $(A_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots)$ mit $\frac{1{,}0p^m - 1}{1{,}0p^m - 1}$ multiplicirt,

$$A_{m+1} = A_m\, 1{,}0p + \left(\frac{A_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots}{1{,}0p^m - 1}\right)(1{,}0p^{m+1} - 1)$$

$$- \left(\frac{A_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots}{1{,}0p^m - 1}\right)(1{,}0p^m - 1)\, 1{,}0p$$

$$= A_m\, 1{,}0p + \left(\frac{A_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots}{1{,}0p^m - 1}\right)(1{,}0p^{m+1} - 1 - 1{,}0p^{m+1} + 1{,}0p)$$

$$= A_m\, 1{,}0p + \left(\frac{A_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots}{1{,}0p^m - 1}\right) 0{,}0p.$$

Erwägt man nun, daß $A_m\, 1{,}0p = A_m + A_m\, 0{,}0p$ und daß

$$\frac{A_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots - c\,.\,1{,}0p^m}{1{,}0p^m - 1} - V = {}^mB,$$

wobei ${}^mB$ den Boden-Erwartungswerth für die Umtriebszeit m bedeutet, daß somit auch

$$\frac{A_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots}{1{,}0p^m - 1} = {}^mB + V + {}^mC$$

ist, so erhält man

$$A_{m+1} = A_m + (A_m + {}^mB + V + {}^mC)\, 0{,}0p \text{ und}$$

$$A_{m+1} - A_m = (A_m + {}^mB + V + {}^mC)\, 0{,}0p.$$

Diese Gleichung gilt also, der obigen Voraussetzung gemäß, für den Fall, daß die Rauhertragsrente zweier aufeinander folgenden Jahre sich gleich bleibt. Wäre sie dagegen eine steigende, so würde

$$A_{m+1} - A_m > (A_m + {}^mB + V + {}^mC)\, 0{,}0p,$$

wäre sie eine fallende, so würde

$$A_{m+1} - A_m < (A_m + {}^mB + V + {}^mC)\, 0{,}0p$$

sein. Wir können jedoch die Gleichung wieder herstellen, wenn wir statt des constanten p ein veränderliches p_1 einführen, und erhalten alsdann

$$A_{m+1} - A_m = (A_m + {}^mB + V + {}^mC)\, 0{,}0p_1$$

und hieraus

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\, 100}{A_m + {}^mB + V + {}^mC}$$

In der Zeit vor der Culmination der Rauhertragsrente würde also p_1 größer und nachher kleiner als p sein.

$B + V + C$ faßt Preßler unter dem Ausdruck Grundcapital G zusammen; es wäre also

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\, 100}{A_m + G}.$$

$\frac{A_{m+1} - A_m}{A_m + G}$ bezeichnet Preßler als „Weiserzuwachs",

$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\, 100}{A_m + G}$ als „Weiserprocent".

Führt man (s. S. 147) für $(A_{m+1} - A_m)\, 100$ den Werth $A_m (p_2 + p_3 + p_4)$ ein, so hat man

$$p_1 = \frac{A_m (p_2 + p_3 + p_4)}{A_m + G};$$

dividirt man Zähler und Nenner dieses Bruches durch G, so erhält man

$$p_1 = \frac{\frac{A_m}{G}(p_2 + p_3 + p_4)}{\frac{A_m}{G} + 1}.$$

Setzt man, um abzukürzen, $\frac{A_m}{G} = r$, so ist das „Weiserprocent"

$$p_1 = (p_2 + p_3 + p_4)\frac{r}{r+1}$$

Preßler nennt $\frac{A_m}{G}$ den „relativen Holzwerth", weil dieser Ausdruck das Verhältniß des m jährigen Bestands-Verbrauchswerthes zu dem ihm unterstehenden „wirthschaftlichen Grundcapital" G angibt, den Quotienten $\frac{r}{r+1}$ bezeichnet er als „Reductionsbruch". Da das Weiserprocent mit dem Werthe des Reductionsbruches wächst, dieser aber mit der Größe von r steigt, so empfiehlt Preßler, den relativen Holzwerth r gleich von Haus aus so groß als möglich zu machen, also auf dem thunlichst kleinsten Grundcapitale G das thunlichst werthvollste Holzcapital A_m zu fundiren, sodann aber dahin zu wirken, daß das erste und zweite Procent (p_2 und p_3) sich immer auf gleicher Höhe halten.

Wie oben erwähnt wurde, ertheilt das Weiserprocent nur darüber Aufschluß, ob die Rauhertragsrente eines Baumes oder Bestandes den Zeitpunkt der Culmination überschritten oder denselben noch nicht erreicht hat. Da nun aber die financielle Umtriebszeit in den Zeitpunkt der größten Reinertragsrente (d. h. der Rente des größten Boden-Erwartungswerthes) fällt, so gibt das Weiserprocent die Hiebsreife nicht ganz genau an. Der Unterschied ist für die Praxis von geringer Bedeutung; v. Seckendorff zeigte indessen (a. a. O. S. 166), daß das Weiserprocent sich in eine correcte Reinertragsformel umwandeln läßt, wobei dieselbe zugleich einen einfacheren, also für den praktischen Gebrauch geeigneteren, Ausdruck erhält. Unterstellt man nämlich anstatt der Gleichheit der Rauhertragsrenten diejenige der Reinertragsrenten, setzt man also

$$\left(\frac{A_{m+1} + D_a\, 1{,}0p^{m+1-a} + \ldots - c\,.\,1{,}0p^{m+1}}{1{,}0p^{m+1} - 1} - V\right) 0{,}0p =$$
$$\left(\frac{A_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \ldots - c\,.\,1{,}0p^{m}}{1{,}0p^{m} - 1} - V\right) 0{,}0p$$

und bestimmt man hieraus $A_{m+1} - A_m$, so findet man ganz auf demselben Wege, welcher oben zur Herleitung des Weiserprocentes aus der Rauhertragsrente eingeschlagen wurde, das Reinertrags-Weiserprocent

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + {}^mB + V}$$

Es verschwindet also hier im Nenner das Culturkostencapital. Der einzige Unterschied zwischen der vorstehenden und der von uns S. 144 entwickelten Formel besteht jetzt nur noch darin, daß in letzterer B das Maximum des Boden-Erwartungswerthes vorstellt, während in der Formel des Weiserprocentes ${}^mB$ denjenigen Boden-Erwartungswerth bedeutet, welcher sich für das jeweilige Jahr der Untersuchung berechnet. Es ist also B in unserer Formel constant, in

der Weiserprocents-Formel variabel und müßte hier für jedes m neu eingeschätzt werden. Dagegen gilt der Satz, daß p_1 vor u größer als p ist, bei der Weiserprocentsformel bedingungslos für alle Bestandsalter vor u, bei unserer Formel nur in dem Falle, daß im Productionscapital statt des Bestands-Kostenwerthes der Bestands-Verbrauchswerth gesetzt wird (s. S. 144 und 145).

3) Die laufend-jährliche Verzinsung in ihren Beziehungen zur Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes, nach den Untersuchungen des Verfassers. Der Weg, welchen der Verfasser (in seiner „Anleitung zur Waldwerthrechnung", 1865) einschlug, um mittelst der Werthszunahme eines Bestandes die Hiebsreife des letzteren zu bestimmen, ist von den Verfahren König's und Preßler's durchaus verschieden. Der Verfasser wurde auf diesen Weg durch das Bestreben geführt, die zwischen dem laufend-jährlichen und dem durchschnittlich-jährlichen Holzzuwachs stattfindenden Beziehungen, welche der Rauhertragslehre seither zur Bemessung der Hiebsreife gedient hatten, auf die Reinertragslehre zu übertragen. Um das von ihm verfolgte Ziel genauer zu bezeichnen, ist er genöthigt, etwas weiter auszuholen.

Als man noch der Ansicht war, daß die vortheilhafteste Umtriebszeit diejenige sei, bei welcher durchschnittlich-jährlich die größte Holzmasse (oder der größte Geldwerth) erzeugt wird, boten sich zur Bestimmung der Hiebsreife eines Bestandes zwei directe Wege dar: die Anwendung einer Ertragstafel (in Verbindung mit der Ermittlung des Bestandsalters) und die Untersuchung des jährlichen Durchschnittszuwachses in mindestens zweien aufeinander folgenden Jahren. Beide Wege waren indessen mit nicht unerheblichen Schwierigkeiten behaftet. Der erste setzte voraus, daß man zuverlässige Local-Ertragstafeln zur Hand habe, an welchen es jedoch in der Regel fehlt; der zweite führte nicht schnell genug zum Ziele, lieferte auch in der Nähe der Culmination nicht hinreichend scharfe Resultate, weil in diesem Zeitraum die jährliche Aenderung des Durchschnittszuwachses zu gering ist. Unter diesen Umständen gab ein Satz der Holzzuwachslehre ein vortreffliches Hülfsmittel ab, um ohne Anwendung von Ertragstafeln und in kürzester Frist den Grad der Hiebsreife eines Baumes oder Bestandes zu bestimmen. Dieser Satz lautet: der laufend-jährliche Zuwachs ist vor dem Zeitpunkt, in welchem der durchschnittlich-jährliche Zuwachs culminirt, größer und nachher kleiner, als der zugehörige Durchschnitts-Zuwachs[1]). Man brauchte daher diese beiden Arten von Zuwachs nur gleichzeitig zu unter-

---

1) Beweis. Nennt man die laufend-jährlichen Zuwachse $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_n, \lambda_{n+1}$, die durchschnittlich-jährlichen Zuwachse $\delta_1, \delta_2 \ldots \delta_n, \delta_{n+1}$, so ist

$$(n+1)\,\delta_{n+1} - n\delta_n = \lambda_{n+1} \text{ oder}$$
$$n\,(\delta_{n+1} - \delta_n) = \lambda_{n+1} - \delta_{n+1}$$

Hieraus folgt, daß für $\delta_{n+1} \gtrless \delta_n$ auch $\lambda_{n+1} \gtrless \delta_{n+1}$ ist.

Das heißt also: Steigt der durchschnittlich-jährliche Zuwachs, so ist der laufend-jährliche Zuwachs größer; sinkt dagegen ersterer, so ist der laufend-jährliche Zuwachs kleiner als der Durchschnittszuwachs. Hieraus ergibt sich unmittelbar der obige Satz. Einen mit Hülfe der Differential-Rechnung geführten Beweis hat J. Lehr in der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1870, S. 482, veröffentlicht.

suchen; fand man den laufend-jährlichen Zuwachs größer als den durchschnittlich-jährlichen, so war hiermit angezeigt, daß die Culmination des letzteren noch nicht eingetreten sei — im entgegengesetzten Falle hatte der Bestand sie bereits überschritten.

Nachdem man jedoch erkannt hatte, daß über die Auswahl der forstlichen Betriebsmaßregeln nicht der Rauhertrag (also nicht die Holzmasse oder deren Geldwerth), sondern der Reinertrag entscheidet, und daß die vortheilhafteste Umtriebszeit diejenige ist, für welche der größte Unternehmergewinn oder die größte durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsaufwandes sich berechnet; nachdem man ferner bei der directen Bestimmung dieser beiden Momente auf ähnliche Schwierigkeiten gestoßen war, wie bei der directen Untersuchung des durchschnittlich-jährlichen Holzzuwachses, so trat das Bedürfniß ein, den oben angeführten Satz in analoger Weise auf die Reinertragslehre anzuwenden.

Durch Hundeshagen und König war die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionsaufwandes bereits der Sache nach ausfindig gemacht worden; man hatte sie nur noch mit dem rechten Namen zu belegen. Es handelte sich weiter darum, den Begriff der laufend-jährlichen Verzinsung aufzustellen und dieser die nämliche Grundlage zu geben, auf welcher die durchschnittlich-jährliche Verzinsung ruht. Man durfte also die laufend-jährliche Verzinsung nicht als etwas Fertiges annehmen, sondern mußte sie aus ihren Elementen (den Productionskosten) construiren.

Die Analogie mit dem oben erwähnten Satze der Holzzuwachslehre gab die Vermuthung an die Hand, daß die laufend-jährliche Verzinsung vor dem Zeitpunkt, in welchem die durchschnittlich-jährliche culminirt, größer und nachher kleiner sein werde, als diese letztere Verzinsung. Der Versuch, den Beweis dieses Satzes auf directem Wege zu führen, stieß jedoch auf Schwierigkeiten. Man mußte daher einen Umweg einschlagen, also Hülfssätze construiren. Als solche boten sich folgende dar:

a) die durchschnittlich-jährliche Verzinsung ist am größten in dem Zeitpunkt, in welchem der Boden-Erwartungswerth kulminirt;

b) führt man in den Productionsfonds der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung für B den Boden-Erwartungswerth ein, so ist das Procent dieser Verzinsung gleich dem der Rechnung zu Grunde gelegten Wirthschaftsprocente p. (Siehe Seite 133).

Indem man nun in dem Productionsfonds der laufend-jährlichen Verzinsung ebenfalls den Boden-Erwartungswerth der Umtriebszeit u, also das Maximum des Boden-Erwartungswerthes unterstellte, gelang es, den in Frage stehenden Satz vollständig zu beweisen. (Siehe Seite 130.)

Es handelte sich jetzt nur noch darum, der Formel

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A\ )\,100}{Hk_m + {}_m^uB + V},$$

welche man für das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung erhalten hatte, einen praktischen Ausdruck zu geben. Dies erreichte man, indem man A_m für Hk_m substituirte. Es ergab sich so die Formel:

$$p_1 = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + {}_m^uB + V}$$

Nachdem durch Einführung des Maximums des Boden-Erwartungswerthes in die Formel für die laufend-jährliche Verzinsung die Abhängigkeit der letzteren von der finanziellen Umtriebszeit hergestellt war, bedurfte die laufend-jährliche Verzinsung einer Anlehnung an die durchschnittlich-jährliche Verzinsung nicht mehr. In der That läßt sich der auf Seite 130 enthaltene Satz beweisen, ohne daß man die Beziehungen zwischen den beiden Verzinsungsarten im Auge hat. Der Verfasser hielt es aber doch für nützlich, den Weg anzugeben, welcher ihn zu jenem Satze führte, weil er überzeugt ist, daß hierdurch das Wesen dieser beiden Verzinsungsarten in ein helleres Licht gesetzt wird.

Die vorstehenden Auseinandersetzungen über die Bestimmung der Hiebsreife mittelst der laufend-jährlichen Verzinsung beziehen sich lediglich auf normale Bestände. Im Jahre 1872 entwickelte der Verf. das Verfahren zur Bestimmung der Hiebsreife abnormer Bestände. Er führte hier den Bestands-Verbrauchswerth direct in die Formel für die laufend-jährliche Verzinsung ein, wobei ihn die S. 145 angegebenen Gründe leiteten. Da nun die Formel für die laufend-jährliche Verzinsung abnormer Bestände auch für normale Bestände gelten muß, weil der normale Bestand als ein abnormer Bestand mit unendlich kleiner Abnormität betrachtet werden kann, so war die Anwendbarkeit der Formel

$$\frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + {}^{u}_{m}B + V}$$

für normale Bestände neuerdings gerechtfertigt und zugleich bewiesen, daß sich bei diesen mit der fr. Formel für alle Lebensalter vor u ein p_1 ergibt, welches größer ist als p.

2) Höhe der financiellen Umtriebszeit.

Berechnungen, welche über die Höhe der financiellen Umtriebszeit von Hochwaldungen angestellt wurden, haben ergeben, daß dieselbe für Zinsfüße von mittlerer Größe ($2\frac{1}{2}$—3%) in das 60.—95. Jahr fällt.

So z. B. trifft sie für die Burckhardt'schen Ertragstafeln (Hülfstafeln für Forsttaratoren) bei der Buche, Fichte und Kiefer mit 3% das 70. Jahr; für die Baur'schen und Weise'schen Ertragstafeln (siehe Note 3), wenn in diesen die Holzpreise nach den Burckhardt'schen Tafeln angesetzt werden, ebenfalls das 70. Jahr; für die Kunze'schen Ertragstafeln (Note 3) mit den nämlichen Preisen bei der Fichte das 60. Jahr; für eine von Judeich aufgestellte Ertragstafel (Forsteinrichtung, 3. Auflage, S. 60) bei der Fichte mit 3% das 90., mit $2\frac{1}{2}$% das 95. Jahr. Kühn (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1868, S. 287) fand in Sachsen bei Fichten mittelst Untersuchungen nach der Methode der laufend-jährlichen Verzinsung die Hiebsreife bei einem Bestandsalter von 70—95 Jahren.

Indessen geben diese Zahlen noch nicht einmal das Minimum und das Maximum der financiellen Umtriebszeit an.

Am niedrigsten stellt sich dieselbe:

Bei Beständen, deren Holz hauptsächlich nur als Brenn-

holz abzusetzen ist, bei denen also mit der Ausbildung gröberer Sortimente keine beträchtliche Erhöhung des Werthes der Abtriebserträge eintritt, wie dies z. B. bei der Buche zumeist der Fall ist. Siehe jedoch auch B, d.

b) Wenn der Bedarf vorzugsweise auf die schwächeren Sortimente gerichtet ist, wie z. B. in Gegenden mit umfangreichem Bergwerksbetrieb, der größere Mengen von (schwachen) Grubenbauhölzern verlangt. Nach Donner[1]) wird die Kiefer in den westlichen Provinzen von (Alt-) Preußen, namentlich auf Gebirgsboden und aufgeforsteten ehemaligen Haidflächen „fast durchweg" mit einer Umtriebszeit von 60 Jahren bewirthschaftet.

B. Höher stellt sich die finanzielle Umtriebszeit:

a) in rauhen Hochlagen, in welchen das Holz die gebräuchlichen Sortimente oft 20 und mehr Jahre später als in milden Lagen liefert.

b) Auf Standorten geringer Bonität, weil hier das Werthszuwachsprocent p_1 später den Betrag von p erreicht als auf besseren Standorten. So fand man z. B. im Steinbacher Revier, Königreich Sachsen, bei Fichten folgende Werthszunahmeprocente[2]):

	Jahr			
	60—70	70—80	80—90	90—100
I. Bonität	2,7	2,1	1,6	1,3
II. „	3,4	2,6	2,2	1,8
III. „	4,0	3,4	2,7	2,0

c) In dünn bevölkerten Gegenden mit wenig entwickelter Industrie, wo für geringes Bauholz nur eine unbedeutende Nachfrage besteht, während das stärkere Holz als Handelswaare weiter verführt werden kann und daher auch hinreichend begehrt ist.

d) Bei Holzarten, welche sich entweder kostenlos oder doch ohne beträchtliche künstliche Nachhülfe natürlich verjüngen lassen, bei denen aber die Verjüngung erst in einem höheren Alter vorgenommen werden kann, weil vorher die Besamung entweder in unzureichendem Maße oder zu selten erfolgt, oder bei welchen ein größerer Verjüngungszeitraum angewandt werden muß, weil der junge Nachwuchs zu seinem Gedeihen längere Zeit des Schutzes der Mutterbäume bedarf.

---

1) v. Hagen: Die forstlichen Verhältnisse Preußens, 2. Aufl. von Donner, 1883, I, S. 151.

2) Die nachstehenden Zahlen sind einem Sächsischen Forsteinrichtungswerke, welches sich im Besitz des Königl. Bayer. Finanzministeriums befindet, entnommen.

So ergeben sich z. B. für die Buche nach der Baur'schen Ertragstafel bei künstlicher Verjüngung (c = 50 Mark) für v = 3,6, p = 3, folgende Boden-Erwartungswerthe

Umtriebszeit	60	70	80	
^uB	51,7	55,7	49,3	Mark

und bei natürlicher Verjüngung mit künstlicher Beihülfe im Kostenbetrage von 12 Mark folgende Boden-Erwartungswerthe

Umtriebszeit	80	90	
^uB	91,3	80,0	Mark.

Hier würde es, wenn die Verjüngungssicherheit erst im 80. Jahre einträte, vortheilhafter sein, diese Umtriebszeit mit Anwendung der natürlichen Verjüngung zu wählen, weil der Bodenwerth, welcher sich für die 80jährige Umtriebszeit berechnet, das Maximum des Bodenwerthes bei künstlicher Cultur immer noch um 91,3—55,7 = 35,6 Mark übersteigt.

3) Berichtigung der berechneten financiellen Umtriebszeit.

Die Zahlen, welche man bei der erstmaligen Berechnung der financiellen Umtriebszeit nach den unter 1) angegebenen Methoden erhält, können nicht immer als die wahre financielle Umtriebszeit angesehen werden, weil sie unter der Voraussetzung gewonnen wurden, daß das zwischen den einzelnen Holzsortimenten bestehende Preisverhältniß, auf Grund dessen die Geld-Ertragstafel entworfen wurde, auch nach Einführung der berechneten Umtriebszeit das nämliche bleiben werde[1]).

Dies ist jedoch keineswegs immer der Fall. Stellt sich z. B. die berechnete financielle Umtriebszeit niedriger als die seither eingehaltene Umtriebszeit, so würden nach Einführung der ersteren die schwächeren Sortimente (Prügelholz, Reisholz, Stangenholz) in größerem Maße zur Nutzung gelangen, als die stärkeren Sortimente (Scheitholz, Stammholz), mithin im Preise sinken; es erwiese sich demnach die erstmalig berechnete Umtriebszeit als zu niedrig. Und umgekehrt: stellt sich die berechnete Umtriebszeit höher als die seither eingehaltene und wollte man demzufolge ein größeres Quantum von stärkeren Sortimenten anziehen und zu Markt bringen, so würde der Preis derselben sinken, also die erstmalig berechnete Umtriebszeit sich als zu hoch erweisen.

Nachstehend ein Beispiel über das Verhältniß der schwächeren zu den stärkeren Sortimenten bei verschiedenen Hiebsaltern. In dem Seite 157 erwähnten Steinbacher Revier (Königreich Sachsen) fand man, daß die Fichte auf der II. Bonität liefert bei

1) Der Verfasser hat hierauf schon in der 1. Auflage dieser Schrift (1865, S. 126), sodann in seinem Aufsatze: „Die Wahl der Umtriebszeit" (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1866, S. 5) und an mehreren anderen Orten aufmerksam gemacht.

einem Hiebsalter von	Brennholz	Klotzholz mit einer Oberstärke von 12—22 Centimeter	23—36 Centimeter
60 Jahren	9 %	62 %	29 %
70 „	5 %	51 %	44 %
80 „	4 %	40 %	56 %
90 „	4 %	35 %	61 %
100 „	4 %	29 %	67 %

Es wäre mithin durchaus unrichtig, die Zahlen, welche sich für die financielle Umtriebszeit mittelst einer den gegenwärtigen Preisverhältnissen entsprechenden Ertragstafel berechnen, stets als die wahren financiellen Umtriebszeiten anzusehen. Jene Zahlen geben, wenn sie mit den thatsächlich eingehaltenen Umtriebszeiten nicht übereinstimmen, nur eine Veranlassung zur Aenderung der bestehenden Umtriebszeiten; sie bilden also nur die erste Station, aber nicht das Schlußresultat einer Rechnung, welche weit von derselben endigen kann. Stellt sich eine größere Differenz zwischen der berechneten und der bestehenden Umtriebszeit heraus, so zeigt dies nur an, daß das stärkere oder das schwächere Holz in zu großer Menge erzogen wurde und daß man somit zu einer niederen oder höheren Umtriebszeit übergehen muß.

Aus Vorstehendem ergibt sich zugleich, daß kein Grund zu der Besorgniß vorliegt, die Boden-Reinertragswirthschaft werde stets zu so niedrigen Umtrieben führen, daß der Wald nicht mehr die unentbehrlichen Bau- und Werkhölzer liefern könne. Das Anstreben der financiellen Umtriebszeit wird nur die Verminderung eines vorhandenen Ueberflusses an Starkhölzern zur Folge haben; aber diejenigen Sortimente, welche nicht entbehrt werden können und für welche demgemäß der richtige Preis gezahlt wird, werden immer erzogen werden. Allerdings wird der Preis des starken Holzes steigen, jedoch nur bis zu einem solchen Betrage, daß der Erlös für das verkaufte Holz die Productionskosten, also insbesondere die Bodenrente, die Ausgaben für Verwaltung, Schutz und Steuern, die Culturkosten &c. und die Zinsen, mit welchen alle diese Kosten bis zur Haubarkeit anwachsen, vergütet. Der Consument wird nunmehr zwar höhere Preise für die starken Sortimente anlegen müssen, allein er kann dem Waldbesitzer doch nicht zumuthen, Holz mit Kosten zu erziehen, für welche kein genügender Ersatz stattfindet[1]).

4) Veränderlichkeit der financiellen Umtriebszeit.

Alle Umstände, welche auf die Beschleunigung oder Verzögerung der Culmination des Boden-Erwartungswerthes einen Einfluß ausüben,

---

1) Siehe Weber: Ueber die Bedeutung der Holz verarbeitenden Industriezweige. Forstwissenschaftliches Centralblatt, 1883, S. 6.

bewirken auch, daß die financielle Umtriebszeit früher oder später eintritt. Letztere ist daher keine constante Größe, sondern veränderlich. Indessen ist die Wirkung nicht aller Factoren der Art, daß eine bedeutende Aenderung der Umtriebszeit erfolgt. So z. B. wird der Eintritt der financiellen Umtriebszeit durch zeitigere Vornahme der Durchforstungen nur wenig beschleunigt, mehr schon durch Einlegen von landwirthschaftlichen Nebennutzungen nach dem Bestandsabtrieb. Bleiben die jährlichen Kosten sich gleich, so üben sie gar keinen Einfluß aus. Die Culturkosten müssen schon beträchtlich vermindert werden, wenn hierdurch die Umtriebszeit nur um einige Jahre herabgedrückt werden soll[1]). Am größten ist der Einfluß des Zinsfußes, indem niedrige Zinsfüße die Culmination des Boden-Erwartungswerthes hinausschieben, höhere Zinsfüße sie beschleunigen. Der Gang des Zinsfußes läßt sich jedoch schwer vorausbestimmen. Im Allgemeinen ist der Zinsfuß im Sinken begriffen, was also auf eine Erhöhung der Umtriebszeiten für die Zukunft hinweisen würde. — Steigen oder fallen die Holzpreise (und Kosten) gleichmäßig und plötzlich, setzt sich aber von da an der Gang derselben in der bisherigen Weise fort, so resultirt hieraus keine Aenderung der Umtriebszeit; findet aber das Steigen oder Fallen der Preise in stärkerem Maße als früher und fortdauernd statt, so ergibt sich eine Erhöhung bezw. Erniedrigung der Umtriebszeit[2]). Will man dieselbe bestimmen, so bieten sich hierzu zwei Wege dar. 1. Man berechnet die Boden-Erwartungswerthe mit dem seither unterstellten Zinsfuß, aber mit den künftigen Holzpreisen. Letztere ermittelt man in der Weise, daß man die Preise des Zeitraums, innerhalb dessen die Preisänderung stattfand, als die Ordinaten einer Curve aufträgt, welche man dann nach Maßgabe ihres bisherigen Verlaufes verlängert, oder daß man die Gleichung der Curve aufsucht und hiernach den Holzpreis für einen späteren Zeitpunkt bestimmt. 2. Man berechnet die Boden-Erwartungswerthe mit den Preisen, welche vor der Periode der Preisänderung stattfanden, ermäßigt oder erhöht dagegen den Zinsfuß in dem den letzteren entsprechenden Betrage (s. S. 32). Je größer die Zahl der Jahre ist, welche in Rechnung genommen werden kann, um so zuverlässiger wird sich das Resultat gestalten. Erachtet man die Preisänderung nicht für genügend wahrscheinlich, so muß man selbstverständlich die bisherige Umtriebszeit

---

1) v. Seckendorff: Beiträge zur Waldwerthrechnung und forstlichen Statik. Supplemente zur Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1868, IV. Band, 3. Heft.

2) Siehe die Note von Lehr auf Seite 221 der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1880.

beibehalten[1]). Indessen bemerkt Kraft mit Recht: „Ungeachtet aller Zweifel und Bedenken werden wir uns bei forstlichen Werthsrechnungen der Feststellung solcher Preisscalen oft gar nicht entziehen können. Wer auch auf derartige Werthsberechnungen, soweit sie uns zur Klärung wissenschaftlicher Probleme dienen, zu verzichten geneigt sein möchte, wird doch durch Aufgaben, welche das praktische Leben stellt, und wie sie z. B. bei Forsttheilungen, Kauf- und Tauschgeschäften ꝛc. nicht selten vorkommen, oft genug dazu genöthigt werden. Wir können uns hierbei damit trösten, daß auch in nicht forstlichen Kreisen bei vielen Fragen des praktischen Lebens Wahrscheinlichkeitsrechnungen mit sehr unsicheren Grundlagen oft unvermeidlich erscheinen"[2]).

5) Berechnung des Verlustes, welcher sich bei Einhaltung einer anderen als der financiellen Umtriebszeit ergibt.

Stimmt die thatsächlich eingehaltene Umtriebszeit u mit der financiellen u nicht überein, so arbeitet die Wirthschaft mit Verlust (s. S. 139). Dieser läßt sich bestimmen:

A. Nach dem Unternehmergewinn.

a) Aussetzender Betrieb.

Nennt man ^{u}B den Boden-Erwartungswerth der financiellen (u jährigen) Umtriebszeit, ^{u}B denjenigen einer anderen (u jährigen) Umtriebszeit, so ist $^{u}B - {}^{u}B$ der Jetztwerth des Verlustes, welchen die Umtriebszeit u gegenüber der Umtriebszeit u ergibt.

Beispiel. Unterstellen wir die in Tabelle A verzeichneten Erträge, sowie $c = 24$, $v = 3{,}6$, $p = 3$, so fällt die financielle Umtriebszeit in das 70. Jahr, für welches $^{70}B = 362{,}5595$ sich berechnet. Setzen wir $u = 90$, so finden wir $^{90}B = 267{,}9426$. Es ist daher der Jetztwerth des Gesammtverlustes bei Einhaltung der 90 jährigen Umtriebszeit $= 362{,}5595 - 267{,}9426 = 94{,}6169$ pro Hectar. Der jährliche Verlust würde $94{,}6169 \,.\, 0{,}03 = 2{,}8385$ betragen.

b) Jährlicher Betrieb.

Bei diesem berechnet sich der Verlust (s. S. 118) für u Hectar nach der Formel

$$[A_u + D_a + \ldots . + D_q - (u^{u}B + uN + uV)\,0{,}0p - c]\,\frac{u}{u}$$
$$- [A_u + D_a + \ldots . + D_r - (u^{u}B + u\mathfrak{N} + uV)\,0{,}0p - c]$$
$$= (A_u + D_a + \ldots . + D_q - uN \,.\, 0{,}0p - c)\,\frac{u}{u}$$
$$- (A_u + D_a + \ldots . + D_r - u\mathfrak{N} \,.\, 0{,}0p - c)$$

1) Auch die Umtriebszeit des größten Werthszuwachses, Waldrohertrages und Waldreinertrages sind von den Holzpreisen abhängig. Steigen z. B. die Preise der gröberen Sortimente in einem stärkeren Verhältniß als die Preise der schwächeren Sortimente, so erhöhen sich diese Umtriebszeiten.

2) Kraft: Zur Praxis der Waldwerthrechnung und forstlichen Statik, S. 23.

Setzt man für uN und uR die Formeln des Kostenwerthes des Normalvorrathes (für uN kann auch die Formel des Rentirungswerthes genommen werden), so ergibt sich der Verlust =

$$({}^{u}B - {}^{u}B)(1{,}0p^{u} - 1)$$

oder pro Hectar =

$$\frac{({}^{u}B - {}^{u}B)(1{,}0p^{u} - 1)}{u}$$

Beispiel. Für die Zahlen des vorigen Beispiels stellt sich der Verlust pro Hectar auf

$$\frac{(362{,}5595 - 267{,}9426)(1{,}03^{90} - 1)}{90} = 13{,}9828$$

Addirt man zu $\frac{({}^{u}B - {}^{u}B)(1{,}0p^{u} - 1)}{u}$ nach der Anmerkung auf S. 127

$$\frac{({}^{u}B - {}^{u}B)(1{,}0p^{u} - 1) - u({}^{u}B - {}^{u}B)\,0{,}0p}{u},$$

so ergibt sich

$$({}^{u}B - {}^{u}B)\,0{,}0p$$

wie beim aussetzenden Betriebe.

B. Nach der Verzinsung des Productionsaufwandes.

Nennen wir ${}^{u}R$ den Rauhertrag, ${}^{u}P$ das Productionscapital einer Umtriebszeit u, ${}^{u}R$ den Rauhertrag, ${}^{u}P$ das Productionscapital der financiellen Umtriebszeit u, so wird $\frac{{}^{u}R}{{}^{u}P}$ die Verzinsung des Productionscapitals für die financielle Umtriebszeit, $\frac{{}^{u}R}{{}^{u}P}$ für die Umtriebszeit u, $\frac{{}^{u}R - {}^{u}R}{{}^{u}P - {}^{u}P}$ die Verzinsung des Unterschieds der beiden Productionscapitalien sein (s. S. 134). Da nun aber in letzteren das Culturkostencapital im Verhältniß zu den anderen Bestandtheilen des Productionsfonds einen geringen Werth besitzt, so kann $\frac{{}^{u}R - {}^{u}R}{{}^{u}P - {}^{u}P}$ beim jährlichen Betriebe annähernd auch als die Verzinsung des Vorrathsüberschusses betrachtet werden.

Beispiel. Für die in Tabelle A verzeichneten Erträge, sowie für c = 24, v = 3,6 und p = 3 berechnet sich das Maximum des Boden-Erwartungswerthes mit 362,5595 Mark für die 70 jährige Umtriebszeit. Setzt man nun den Boden-Kostenwerth auch gleich 362,5595, so folgt aus Seite 133, daß das Procent p der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Productionscapitals für diese Umtriebszeit = 3 ist.

Für u = 90 berechnet sich beim jährlichen Betriebe (s. S. 123)

$$p_1 = \frac{(A_u + D_a + \ldots + D_r)\,p}{({}^{u}B + V + {}^{u}C)(1{,}0p^{u} - 1) - [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \ldots + (D_r\,1{,}0p^{u-r} - 1)]}$$

$$= \frac{13953{,}6}{5908{,}657} = 2{,}36.$$

Für den Unterschied der beiden Productionscapitalien, bezw. für den Vorraths-Ueberschuß findet man das Verzinsungsprocent

$$p_2 = \frac{389{,}6 \,.\, 100}{58656{,}7} = 0{,}854.$$

Anmerkung. Seite 133, D haben wir nachgewiesen, daß in dem Falle, wenn der Bodenwerth im Productionscapital als Maximum des Erwartungswerthes erscheint, ein Ueberschuß an Productionscapital, welcher einer niedereren oder höheren Umtriebszeit als derjenigen des größten Boden-Erwartungswerthes zukommt, zu weniger als p Procent sich verzinst, während ein derartiger Ueberschuß, wenn er der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes angehört, mehr als p Procent liefert.

6) Zeitraum für die Verwerthung eines Vorraths-Ueberschusses.

Die Nutzung eines Vorraths-Ueberschusses stellt sich financiell als räthlich dar, wenn es möglich ist, von den dem Walde zu entnehmenden Capitalien mittelst anderweitiger, gleich sicherer Anlage eine höhere Rente zu erzielen. Häufig bietet die Waldwirthschaft selbst zu einer derartigen Anlage Gelegenheit, sei es, daß der Waldeigenthümer Waldungen neu erwirbt, oder diejenigen, welche er bereits besitzt, verbessert (z. B. durch Bauen von Waldwegen, Vornahme von Entwässerungen rc.)

Das Capital, welches durch Versilberung eines Vorraths-Ueberschusses flüssig gemacht werden kann, ist jedoch nicht etwa der Differenz der Kostenwerthe der beiden Vorräthe gleich, weil der Verkaufswerth derjenigen Holzbestände, welche älter als u jährig sind, sich nicht nach dem Kostenwerthe, sondern nach dem Verbrauchswerthe bemißt.

Beträchtliche Vorraths-Ueberschüsse werden sich in der Regel ohne Verlust nicht auf einmal verwerthen lassen, weil die Vermehrung des Angebotes ein Sinken der Holzpreise zur Folge hat. In diesem Falle wird man also darauf verzichten müssen, die financielle Umtriebszeit in kürzester Frist einzuführen; man wird vielmehr einen größeren „Ausgleichungszeitraum" festzustellen haben, innerhalb dessen der wirkliche Vorrath auf den Betrag des normalen zu reduciren ist, oder man wird den Etat immer nur für ein Jahr bestimmen und das Quantum des zu verwerthenden Holzes nach den augenblicklich herrschenden Preisen bemessen.

7) Berechnung des Preises, zu welchem ein Vorraths-Ueberschuß versilbert werden darf.

Das Sinken des Holzpreises in Folge vermehrten Angebotes hindert die Nutzung eines Vorraths-Ueberschusses nur dann, wenn dasselbe ein gewisses Maß überschreitet. Nach Schlich[1]) ermittelt man das

1) Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung von 1866, S. 217.

Minimum des Preises, zu welchem die Verwerthung des Holzes noch stattfinden darf, folgendermaßen. Es sei D der Vorraths-Ueberschuß, $\mathfrak{p}_2$ das Procent, zu welchem der letztere im Walde rentirt, K das Capital, welches durch Verwerthung des Vorraths-Ueberschusses zu erlangen ist, p das Procent, zu welchem K verzinslich angelegt werden kann, so muß, wenn die Rente von K gleich der im Walde erfolgenden Verzinsung des Vorraths-Ueberschusses sein soll,

$$K \,.\, 0{,}0p = D \,.\, 0{,}0\mathfrak{p}_2$$

sein. Hieraus ergibt sich

$$K = D \cdot \frac{\mathfrak{p}_2}{p}.$$

Stellt r die Zahl der Maßeinheiten (z. B. der Cubikmeter) vor, welche der Vorraths-Ueberschuß enthält, x den Preis pro Maßeinheit, so ist

$$rx = K;\ x = \frac{K}{r} = \frac{D}{rp}\,\mathfrak{p}_2.$$

Das Fallen der Holzpreise, welches durch Verwerthung des Vorraths-Ueberschusses bewirkt werden kann, erstreckt sich selbstverständlich auch auf den regulären Etat E, welcher neben dem Vorraths-Ueberschusse zur Nutzung gelangt. Anstatt E wird sich nur ein Erlös E_1 ergeben. Soll dieser Verlust nicht stattfinden, so muß die Möglichkeit vorhanden sein, den Vorraths-Ueberschuß zu einem Preise K_1 zu verwerthen, durch welchen zugleich der Mindererlös $E - E_1$ gedeckt wird. Für den Fall, daß der Vorraths-Ueberschuß auf einmal genutzt werden kann, hat man die Bedingungsgleichung

$$K_1 \,.\, 0{,}0p + E_1 = D \,.\, 0{,}0\mathfrak{p}_2 + E,\ \text{aus welcher}$$

$$K_1 = \frac{D \,.\, 0{,}0\mathfrak{p}_2 + E - E_1}{0{,}0p}$$

folgt. Setzen wir wieder $K_1 = rx$, so ist

$$rx = \frac{D \,.\, 0{,}0\mathfrak{p}_2 + E - E_1}{0{,}0p},$$

$$x = \frac{D \,.\, 0{,}0\mathfrak{p}_2 + E - E_1}{r \,.\, 0{,}0p} = \frac{D}{rp}\,\mathfrak{p}_2 + \frac{E - E_1}{r \,.\, 0{,}0p}.$$

Muß die Nutzung des Vorraths-Ueberschusses auf mehrere Jahre vertheilt werden, so hat man die Jetztwerthe der Erträge mittelst der Disconto-Rechnung zu bestimmen.

8) Herstellung der financiellen Umtriebszeit.

Wie wir S. 158 gesehen haben, kann die nach der Culmination des Boden-Erwartungswerthes berechnete Umtriebszeit in dem Falle,

daß sie von der auf einem größeren Absatzgebiet thatsächlich eingehaltenen Umtriebszeit abweicht, nicht als die richtige financielle Umtriebszeit gelten. Letztere läßt sich jedoch nicht im Voraus feststellen, sondern sie muß auf dem Wege des Versuches ausfindig gemacht werden, was in der Weise zu geschehen hat, daß man die Erhöhung bezw. Erniedrigung der Umtriebszeit, welche durch die Culmination des Boden-Erwartungswerthes angezeigt ist, nur allmälig vornimmt, mit den sich inzwischen ändernden Holzpreisen die financielle Umtriebszeit von Neuem berechnet und diese Operation so lange fortsetzt, bis die thatsächliche Umtriebszeit mit der berechneten stimmt. Da jedoch die vortheilhafteste Umtriebszeit niemals mit voller Sicherheit ermittelt werden kann, da ferner die Wiederherstellung consumirter Holzvorräthe mit mannichfachen Schwierigkeiten verknüpft ist, so empfiehlt es sich, bei dem Uebergange von höheren zu niederen Umtriebszeiten mit Vorsicht zu verfahren[1]) und bei einem vorhandenen Vorraths-Ueberschusse die Verkürzung der Umtriebszeit nicht bis zu dem oben angegebenen Punkte auszudehnen, sondern in einiger Entfernung von demselben einzuhalten, also mit Rücksicht auf die mögliche Ungenauigkeit der Rechnung ebenso eine Reserve vorzusehen, wie dies bei der Ertragsregelung wegen der Unsicherheit der Ertragsschätzung und noch aus mehreren anderen Gründen geschieht. Auf diese Reserve hätte man schon bei der Veranschlagung der Vorraths-Ueberschüsse Rücksicht zu nehmen.

Je größer der Unterschied zwischen der thatsächlich eingehaltenen und der berechneten Umtriebszeit ist, um so unbedenklicher kann mit der Aufzehrung eines Vorraths-Ueberschusses begonnen werden. Uebrigens erfordert in diesem Falle die Herstellung der financiellen Umtriebszeit den längsten Zeitraum, einestheils weil beträchtliche Vorraths-Ueberschüsse ohne starkes Sinken der Holzpreise sich nicht rasch verwerthen lassen, zum Andern weil die Preise, welche sich unmittelbar nach einer den seitherigen Etat überschreitenden Nutzung ergeben, zur Berechnung der financiellen Umtriebszeit nicht anwendbar sind. Man wird daher jedesmal nach einem solchen Ueberhiebe einige Zeit nicht mehr als den früheren Etat nutzen dürfen, bis die Holzpreise denjenigen Stand eingenommen haben, welcher dem verminderten Angebot an stärkeren und dem vermehrten Angebot an schwächeren Sortimenten entspricht.

Je kleiner der Wald, dessen Wirthschaft nach dem größten (Boden-) Reinertrage geregelt werden soll, und je größer das Absatzgebiet ist, um so rascher kann der Uebergang von der seither eingehaltenen zu der berechneten financiellen Umtriebszeit bewerkstelligt werden. Ist bei Ein-

---

1) Siehe Preßler: Der rationelle Waldwirth, II (1859) S. 117—120.

führung der letzteren keine Aenderung der Holzpreise zu erwarten, so kann dieselbe unmittelbar als die financielle Umtriebszeit gelten, und sie wird dies auch so lange bleiben, als die angrenzenden Waldungen die Umtriebszeit nicht gleichfalls geändert haben.

II. Sonstige Umtriebszeiten.

In der forstlichen Literatur findet man noch folgende Umtriebszeiten empfohlen.

1) Die technische Umtriebszeit.

So hat man diejenige Umtriebszeit genannt, bei welcher die Stämme eines Bestandes die für einen bestimmten Gebrauchszweck erforderliche Stärke und Höhe erlangen[1]). Da das Holz in sehr verschiedenen Stärken

---

1) Definition Carl Heyer's (Waldbau, 2. Aufl., 1864, S. 50). Hundeshagen (Encyklopädie der Forstwissenschaft, 2. Aufl., 1828, I. Abtheilung, S. 182) bezeichnet als technische Umtriebszeit diejenige, bei welcher das Holz „genau die zu einem gewissen Behuf durchaus nothwendige Größe erreicht hat". Dieser Schriftsteller unterscheidet weiter die natürliche oder physische Haubarkeit als dasjenige Alter, bei welchem das Holz zur Fortpflanzung aus dem Samen oder zum Wiederausschlag am fähigsten ist, und die ökonomische Haubarkeit, bei welcher ein Bestand durch seine Abholzung dem wirthschaftlichen Bedürfnisse gerade entspricht. Uebrigens werden die verschiedenen Haubarkeitszeiten von den forstlichen Schriftstellern nicht immer in übereinstimmender Weise definirt. So z. B. versteht Jeitter (Systematisches Handbuch der theoretischen und praktischen Forstwirthschaft, 1789, S. 45) unter physischer Haubarkeit diejenige Zeit, „worin jede Holzart nach den Absichten ihrer Behandlung die größte Vollkommenheit erreicht hat", und unter ökonomischer Haubarkeit diejenige Zeit, „worin sowohl einzelne Stämme als ganze Wälder ihren größten Werth erlangt haben". — Hoßfeld (Diana, 3. Band, 1805, S. 100) unterscheidet die Zeit des vortheilhaftesten Abtriebes a) in Absicht der größten Holzmasse, b) der meisten Brennbarkeit, c) der größten Güte des Holzes zum Bau- und Nutzholz, d) der größten Revenue. — G. L. Hartig (Die Forstwissenschaft in ihrem ganzen Umfange, 1832, S. 18) nennt einen Bestand physikalisch haubar, wenn die Bäume entweder Alters halber nicht mehr beträchtlich wachsen, oder wenn sie wegen der schlechten Beschaffenheit des Bodens und der Ortslage nur noch einen unbedeutenden Zuwachs haben; ökonomisch haubar, wenn der Bestand so alt ist, als er in Rücksicht auf Boden und Lage werden muß, um, im Durchschnitt genommen, den stärksten jährlichen Zuwachs geliefert zu haben, und zugleich Holz zu geben, das eine den Bedürfnissen vorzüglich entsprechende Stärke und Güte hat; mercantilisch haubar, wenn das Holz so stark geworden ist, als es den Umständen und Verhältnissen nach sein muß, um dem Eigenthümer von seiner Waldfläche den größten Geldertrag zu verschaffen, der durch Berechnung des Erlöses aus dem Holze und der Zinsen in einem angenommenen Zeitraume zu erlangen ist. Preßler (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1860, S. 48) versteht unter ökonomischer Haubarkeit die Zeit der wahren wirthschaftlichen Reife der Hölzer, mithin unsere „financielle" Umtriebszeit. Hätte dieser letzte Ausdruck sich nicht schon zu sehr eingebürgert, so würden wir vorschlagen, an seine Stelle „ökonomische"

verwendbar ist, so kann die technische Umtriebszeit fast alle Holzalter treffen; im Allgemeinen aber werden hohe Umtriebszeiten, weil bei ihnen der Bestand alle Alter durchläuft und mittelst der Durchforstungen auch die schwächeren Sortimente liefert, dem vorgedachten Zweck am meisten entsprechen. Stimmt die gewählte Umtriebszeit nicht mit der financiellen überein, so ergibt die Wirthschaft einen Verlust. Ungeachtet des letzteren verlangen Viele von dem Staate (weniger von dem Privaten), daß er seine Waldungen mit technischen Umtriebszeiten behandle und daß er namentlich solche Umtriebszeiten, welche die Höhe der financiellen überschreiten, nicht ausschließe. Man hat diese Forderung durch folgende Gründe zu rechtfertigen gesucht:

A. Der Staat habe als solcher die Verpflichtung, den Bedarf seiner Angehörigen an allen Holzsortimenten zu befriedigen.

Hiergegen läßt sich jedoch Folgendes einwenden:

a) Die Ermittlung des nothwendigen Holzbedarfs ist unausführbar[1]).

Denn wollte man die, wiewohl noch streitige Frage, ob eine derartige Verpflichtung für den Staat wirklich vorliege, auch bejahen, so könnte man dem Staate doch offenbar nur zumuthen, für das nothwendige, nicht aber zugleich für dasjenige Holz zu sorgen, welches bei sparsamem Verbrauche, zweckmäßiger Anlage der Feuerungen, Benutzung von Surrogaten &c. entbehrt werden kann[2]). Die Feststellung des nothwendigen Holzbedarfs mittelst directer Untersuchung stößt jedoch auf unüberwindliche Schwierigkeiten. Denn

α) den Holzconsumenten selbst kann man die Abschätzung nicht überlassen, weil keine Gewähr darüber vorliegt, daß dieselben das wahre Bedürfniß von dem eingebildeten gehörig trennen werden[3]).

Haubarkeit, und zwar mit dem von Preßler unterlegten Begriffe, zu setzen. Denn viele Mißverständnisse, welche in Bezug auf das Wesen der einträglichsten Umtriebszeit zu Tage getreten sind, knüpfen sich lediglich an das Wort „financiell", welches man in seiner Anwendung auf die Forstwirthschaft häufig mit einer üblen Nebenbedeutung zu gebrauchen pflegt.

1) Krug: Betrachtungen über den National-Reichthum des preußischen Staates, 1805, II, S. 455.

2) Mehr verlangen auch diejenigen Schriftsteller nicht, welche für Staatswaldungen die Einhaltung technischer Umtriebszeiten fordern. So z. B. Moser (Forstökonomie, 1757, S. 102): „Dann vom Nothwendigen ist hier ohnedem nur die Rede." Ferner Cotta, Forst-Einrichtung und Abschätzung, 1820, S. 25; v. Berg, Staatsforstwirthschaftslehre, 1850, S. 248.

3) Pfeil: Grundsätze der Forstwirthschaft in Bezug auf die Nationalökonomie und die Staatsfinanzwissenschaft, 1822—1824, I, S. 219.

β) Nach dem wirklichen Verbrauche kann der nothwendige Bedarf nicht bemessen werden, weil jener auch das Entbehrliche, insbesondere die Holzverschwendung in sich begreift. Man würde letztere in der That festhalten, wenn man die Einrichtung der Wirthschaft auf den wirklichen Verbrauch gründen wollte[1]).

γ) Eine Begutachtung des nothwendigen Holzbedarfs durch sogenannte Sachverständige liefert ebenfalls kein zuverlässiges Resultat, weil der Begriff des Nothwendigen überhaupt nur ein relativer ist und Niemand die Bedürfnisse eines Andern richtig zu beurtheilen vermag. Was für den Einen entbehrlich ist, kann selbst unter sonst ganz gleichen äußeren Verhältnissen für den Andern nothwendig sein. Das Holzbedürfniß der Gewerbe, namentlich solcher, welche einer Erweiterung ihres Betriebes fähig sind, zutreffend zu bemessen, ist eine nicht zu lösende Aufgabe[2]).

Man braucht nur die Verfahren, welche zur Ermittlung des nothwendigen Bedarfs an Waldnutzungen vorgeschlagen wurden, kennen zu lernen, um sich sogleich davon zu überzeugen, daß dieselben nicht durchführbar sind. So z. B. fordert Meyer[3]):

1. daß man wisse, was die in einem Staate liegenden Städte, Dörfer, Höfe und andere Gebäude und Gewerke jährlich an Brennholz nothwendig consumiren, wenn deren Bewohner oder Gewerbe treibenden Personen ihren Haushalt bequem und nothdürftig erhalten und ihre Gewerbe fortsetzen sollen;

2. daß diejenigen Gewerke, welche jährlich ein gewisses Quantum Holz als Kohlen consumiren, aufgezeichnet werden;

3. daß nicht nur die Anzahl der vorhandenen Gebäude, die aus Holz ganz oder zum Theil gebaut sind, verzeichnet werde, sondern auch nach einem gehörigen Ueberschlag, was für und wie viel Bauholz theils zu Reparaturen, theils zu neuen Gebäuden erforderlich ist;

4. daß man bestimme, was für Sorten, von welchen Holzarten und in welcher Quantität Werkhölzer zum nothwendigen Betrieb der Handwerker und zur Belebung der Industrie gehören;

5. was für Nutz- und Oekonomiehölzer erforderlich sind;

6. ob gewisse Personen und Gemeinheiten auf Holz berechtigt sind, und wie?

---

1) Diese Ansicht sprach Pfeil bereits 1822 in dem oben angeführten Werke I, S. 228 aus.

2) Pfeil a. a. O., I, 219, 224. — Eine Begutachtung der „wesentlichen" Holzbedürfnisse durch Sachverständige verlangten u. A. v. Burgsdorff (Forsthandbuch, 2. Auflage, 1797, II, 311) und Georg Ludwig Hartig (Grundsätze der Forstdirection, 1804, S. 106). Letzterer will die Holzbedürfnisse eines Landes, und zwar von jeder Stadt, jedem Dorfe und Amte, durch die Justiz- und Forstbeamten gemeinschaftlich aufnehmen lassen. Dieselben Beamten sollen die Angaben der Holzbedürfnisse und Zwecke genau untersuchen bezw. moderiren.

3) Forstdirectionslehre, 1810, S. 78.

7. ob die übrigen Servituten, als die Huten, Jagd ꝛc. einen nachtheiligen Einfluß auf die Production des Holzes haben, und daher wenigstens unmittelbar consumiren und wie.

Diejenigen Schriftsteller, welche den Begriff des nothwendigen Holzbedarfs zu definiren versuchten, geben für denselben so allgemeine Anhaltspunkte, daß sich hieraus fast jede beliebige Größe ableiten läßt. So z. B. erklärt v. Berg[1]): „Nothwendig ist, daß die Bewohner eines Landes sich in solchen Wohnungen aufhalten, wo sie gegen die Einflüsse der Witterung geschützt sind, daß sie sich erwärmen und ihre Speisen bereiten können. Nicht nothwendig ist es, ein ganzes Haus zu heizen, wie es regelmäßig in Rußland geschieht." Innerhalb dieser Grenzen soll nun der nothwendige Holzbedarf nach Maßgabe des Klima's, der Bauart der Wohnungen, der Art und Weise der Beschäftigung und Lebensart, der Beschaffenheit des Holzes, der Sitten und Gewohnheiten des Landes, der Benutzung von Surrogaten genauer bestimmt werden. Allein jeder dieser Anhaltspunkte ist selbst wieder so verrückbar, daß dem subjectiven Urtheil des Schätzenden immer noch ein sehr bedeutender Spielraum bleibt. Mit Recht sagt daher Pfeil[2]): „Die Ausmittlung der Bedürfnisse gehört in die Reihe der Unmöglichkeiten."

b) Gesetzt es sei (was wir jedoch nach dem Vorhergehenden für unausführbar halten) dem Staate gelungen, den Holzbedarf seiner Angehörigen ausfindig zu machen, so würde er, um jedem die Befriedigung seines Bedarfs zu sichern, den Vertrieb des Holzes in das Ausland nicht gestatten, ja sogar das Holz nicht an den Meistbietenden verkaufen, sondern dasselbe nur nach festen Taxen abgeben dürfen — Maßregeln, welche die Wissenschaft längst verurtheilt und die Praxis längst aufgegeben hat.

Reicht die mögliche Holzproduction nicht hin, um den als nothwendig erkannten Bedarf zu decken, so müßte eine Repartition stattfinden, für welche jeder Maßstab fehlt.

Eine besondere Verlegenheit erwächst für Diejenigen, welche dem Staate die Verpflichtung zur Befriedigung des Holzbedarfs seiner Angehörigen zuweisen wollen, aus dem Umstande, daß die Bevölkerung und mit ihr das Holzbedürfniß sich fortwährend vermehrt, während die Holzerzeugung doch nicht in gleichem Maße gesteigert werden kann — eine Verlegenheit, welche Meyer[3]) zu der von seinem Standpunkte aus ganz logischen Forderung trieb, der Staat müsse verhüten, daß die Bevölkerung und die Holzconsumtion in Zukunft mehr wachse, als der „festgesetzte Naturalertrag" gestatte.

Aus dem Vorstehenden ergibt sich, daß der Staat den sog. nothwendigen Holzbedarf nicht zu ermitteln vermag, denselben auf directem Wege (also durch Anzucht der gewünschten Sor-

---

1) v. Berg, Staatsforstwirthschaftslehre, 1850, S. 248.

2) A. a. O., I, 219.

3) A. a. O., S. 81.

timente) auch nicht einmal befriedigen könnte. Indirect kann der Staat aber allerdings für die Beschaffung des wahren und eingebildeten Holzbedarfs (beide lassen sich nicht trennen) sorgen, wenn er seine Waldwirthschaft so einrichtet, daß dieselbe den größten reinen Ertrag abwirft. Denn da letzterer, wenn auch nur mittelbar, den einzelnen Staatsbürgern zu Gute kommt, so erhalten dieselben hierdurch aus dem Walde selbst den größtmöglichsten Betrag, um für den Bezug des benöthigten Holzes nach eigenem Ermessen zu sorgen. Diese Art der Waldbewirthschaftung führt aber auf die financielle Umtriebszeit.

Zur Rechtfertigung einer höheren als der financiellen Umtriebszeit, insbesondere in den Staatswaldungen, hat man weiterhin vorgebracht:

B. Manche Gewerbe, welche stärkerer Holzsortimente bedürfen, könnten nicht bestehen, wenn sie letztere nach dem Kostenpreise bezahlen sollten; das Staatsvermögen erleide jedoch dadurch, daß das mittelst höherer Umtriebszeiten erzogene Holz an Gewerbtreibende unter dem Kostenpreise abgegeben werde, keinen Verlust, ja es werde sogar noch vermehrt, weil

a) das Holz Gelegenheit zur mannichfachsten Arbeitsdarstellung gebe, welche mittelbar volkswirthschaftliche Werthe schaffe[1]);

b) durch Unterstützung der Gewerbe in der vorbezeichneten Weise die Steuerkraft gehoben werde[2]).

Hiergegen ist jedoch Folgendes zu bemerken.

Zu a. Aus der allgemeinen Gleichung des Unternehmergewinns ergibt sich, daß ein Gewerbe nur dann ohne Verlust arbeitet, wenn der Rauhertrag gerade die Kosten deckt. Da nun aber in dem vorliegenden

---

1) Grebe: Die Betriebs- und Ertragsregulirung der Forsten, 2. Auflage, 1879, S. 196.

2) Schenk: Das Bedürfniß der Volks-Wirthschaft, 2. Theil, 1831, S. 320. „Wenn auf diese Weise die Vorräthe vermehrt und gegen billige Preise regelmäßig abgegeben werden, dann wird auch das Volks-Einkommen durch die Staatsforste stets mehr erhöht und so der allgemeine Wohlstand fester begründet. Je höher das Volks-Einkommen ist, desto höher kann auch die Staats-Einnahme werden. Mit dem durch Waldproducte erweiterten Gewerb-Betriebe steigt der Gewerb-Gewinn, mithin auch Gewerb- und Einkommen-Steuer. Mit dem vermehrten Volks-Vermögen steigt auch, neben einem regeren Verkehr, der Begehr nach höheren Genüssen, mithin auch Zoll- und Verbrauchs-Steuer und alle übrige indirecte Auflage (Post-, Chaussee-, Stempel-, Sportel ꝛc. -Einnahme). Kurz-, wo Mittel zum Erwerben sind, da wird auch der Erwerb in der Regel nicht fehlen; wo aber diese Mittel fehlen, da wird auch nur wenig Erwerb stattfinden. Eine durch kurzen Umtrieb und gesteigerten Preis der Wald-Producte vermehrte Staats-Einnahme kann mithin Veranlassung sein, daß die

Falle vorausgesetzt wird, daß der Rauhertrag gewisser, der Unterstützung bedürftiger, Gewerbe noch nicht einmal hinreiche, um den Kostenwerth des Holzes zu vergüten, so folgt hieraus, daß derartige Gewerbe auch keinen Ueberschuß erzeugen können. — Eine negative Größe, welche einer Anzahl positiver Größen zugetheilt wird, kann zwar dadurch zum Verschwinden gebracht werden, daß sie eine andere gleichwerthige positive Größe absorbirt: die positive Summe des Ganzen hat aber dann doch um den Betrag jener negativen Größe abgenommen.

Zu b. Wenn der Staat einem Bedürftigen ein Geschenk (hier in dem Unterschiede zwischen dem Kostenwerthe und dem Verbrauchswerthe des Holzes bestehend) macht und es ihm nachher in der Gestalt einer Steuer ganz oder theilweise wieder nimmt, so bezieht er thatsächlich keine Steuer, sondern er erhält höchstens dasjenige, was er gegeben hat, vermindert um den Betrag der Steuer-Erhebungskosten, wieder zurück.

C. Durch Anzucht von „reifem" Holze vermeide man die Verluste, welche aus der Verwendung „unreifen" Holzes zu Bauten und der in Folge dessen viel öfter nöthigen Erneuerung desselben hervorgingen[1].

Der eben angegebene Beweisgrund fußt auf der Annahme, daß der Verlust, welcher aus öfterer Erneuerung eines Baumaterials entspringe, stets größer sei, als derjenige, welchen die Beschaffung eines theureren Materials veranlaßt. Diese Annahme ist jedoch unrichtig. Wenn man bei dem Bauen mit einem weniger dauerhaften Material eine so große Ersparniß macht, daß dieselbe mit ihren prolongirten Interessen die Erneuerungskosten deckt, so kann man ebensowohl ein billigeres Material anwenden; sollte aber sogar die Ersparniß mit Interessen den Erneuerungsaufwand übersteigen, so würde es geradezu unwirthschaftlich sein, von dem dauerhafteren Material Gebrauch zu machen. Im entgegengesetzten Falle, wenn nämlich die Ersparniß die Kosten der Erneuerung nicht deckt, wird der Bauunternehmer zu dem theureren Material greifen und für dieses auch die Erzeugungskosten gern bezahlen — vorausgesetzt, daß er hierzu die Mittel besitzt. Fehlen ihm dieselben, so würde es nach den Grundsätzen Derjenigen, welche den Staat zur

---

Subsistenz mancher Staatsbürger gefährdet, der Gewerb-Betrieb gehemmt und so das Volks-Einkommen gehindert wird. In Folge dessen müssen denn auch die vielen directen und indirecten Steuer-Quellen in höherem Maße unergiebiger werden, als die Staats-Forstkasse durch obige Operationen vermehrt wurde." — Vergl. auch v. Berg, Staatsforstwirthschaftslehre, §. 101.

1) Cotta, Grundriß der Forstwissenschaft, 2. Aufl., 1836, II. Abtheilung, S. 136. — Derselbe, Waldbau, 5. Aufl., 1835, S. 19. — Grebe, a. a. O., S. 198.

Beschaffung des nothwendigen Holzbedarfs verpflichten wollen, geradezu geboten sein, auch unreifes, also billigeres, Holz zu erziehen, weil für den Unbemittelten unreifes Holz ein „nothwendiges Bedürfniß" ist. Als solches dürfte es nämlich nur dann nicht angesehen werden, wenn der Staat sich herbeiließe, das reife Holz zu gleichem Preise wie das unreife zu verkaufen. Da man jedoch diese Verwerthungsweise bis jetzt noch nicht in Vorschlag gebracht hat, so brauchen wir dieselbe einer weiteren Würdigung nicht zu unterziehen.

Uebrigens wird es am Orte sein, darauf aufmerksam zu machen, daß der Staat zu den Bauten in seinen eigenen Wäldern keineswegs stets das dauerhafteste Material verwendet. Er läßt z. B. häufig Brücken von Holz auch dann errichten, wenn Steine zu haben sind.

D. Das minder werthvolle Holz der niederen Umtriebszeiten bedinge einen relativ höheren, nationalökonomisch unproductiven Arbeitsaufwand für Fällung, Aufarbeitung und Transport[1]).

Hiergegen ist zu bemerken:

Dem vorerwähnten Verlust für Arbeitsaufwand bei niederen Umtriebszeiten steht bei höheren Umtriebszeiten ein gleichfalls nationalökonomischer Verlust an Interessen vom Betriebscapital gegenüber. Bei der Feststellung der Umtriebszeit hat man also zu ermitteln, welche Art des Verlustes am größten ist, und die Umtriebszeit in denjenigen Zeitpunkt zu verlegen, für welchen der relative Verlust ein Minimum wird. Diese Abwägung der beiden Verlustconto wird nun gerade bei der Bestimmung der financiellen Umtriebszeit vorgenommen, weil hierbei alle Kosten, also auch diejenigen für Fällung, Aufarbeitung und Transport in Rechnung kommen. Hat nämlich der Waldbesitzer diese Kosten zu bestreiten, so wird er sie unmittelbar von den Rauherträgen in Abzug bringen; sind sie aber von dem Consumenten zu tragen, so wird dieser für das Holz weniger zahlen.

E. Der höhere Umtrieb verschaffe eine Reserve für unvorhergesehene Elementarereignisse und andere Vorkommnisse[2]).

Hiergegen ist zu bemerken, daß die Bildung einer Reserve, welche die ihr zugeschriebenen materiellen Vortheile wirklich besitzt, dem Principe der financiellen Umtriebszeit nicht zuwiderläuft. Jene Vortheile würden

---

1) Grebe, a. a. O., S. 198.

2) Schenck: Das Bedürfniß der Volkswirthschaft, 1831, II, S. 222. — Grebe, a. a. O., S. 200. Der eben angegebene Grund, welchen man für die Einhaltung höherer Umtriebe in Staatswaldungen vorgebracht hat, würde, wenn er stichhaltig wäre, ebenso gut für Privatwälder gelten.

nämlich, wenn man sie in Geld veranschlagen könnte, eine Erhöhung der financiellen Umtriebszeit rechtfertigen. Dagegen bietet die technische Umtriebszeit für sich allein eigentlich gar keine Reserve dar. Denn wenn erstere so bemessen ist, daß sie das Holz gerade „die zu einem gewissen Behufe durchaus nothwendige Größe" erreichen läßt[1]), so enthält sie keinen Vorrathsüberschuß, welcher in Nothfällen verwendbar wäre. Dieser ließe sich nur durch eine weitere Erhöhung der Umtriebszeit herstellen, welche jedoch mit dem Princip dieser Umtriebszeit weniger zu vereinbaren wäre, weil jetzt das Holz eine andere als die „durchaus nothwendige" Größe erlangen würde.

F. Zum Bau von Schiffen sei starkes Holz erforderlich, dessen Erziehung von den Privaten nicht erwartet werden könne, weil der Preis die Productionskosten nicht lohne[2]).

Ist Letzteres wirklich der Fall, so geht hieraus hervor, daß starkes, zum Schiffbau taugliches Holz im Ueberfluß vorhanden ist und auch zu Zwecken verwendet wird, für welche minder starkes Holz ebenso geeignet wäre. Der Staat wird daher, um eine wirthschaftlichere Verwendung des Holzes herbeizuführen, die Erzeugung von Starkhölzern vermindern müssen. Allein dann stellt sich die Anzucht derselben auch wieder als vortheilhaft dar, und fällt somit die Veranlassung zum Abweichen von der financiellen Umtriebszeit hinweg[3]).

2) Umtriebszeit des größten Naturalertrages[4]).

Nennt man M_u, $m_a \ldots m_q$ die Massenerträge, welche ein Bestand von seiner Begründung bis zu seinem Abtriebe liefert, so würde die Umtriebszeit des größten Naturalertrages dasjenige Bestandsalter treffen, für welches

$$\frac{M_u + m_a + \ldots . + mq}{u}$$

ein Maximum ist.

---

1) Siehe die Note auf Seite 166.

2) v. Berg, Staatsforstwirthschaftslehre, 1850, S. 293.

3) Vgl. Preßler, Rationeller Waldwirth, 5. Heft, 1865, S. 37.

4) König's Massen-Schlagbarkeitsalter. Siehe die Forstmathematik von König, 4. Auflage, S. 538. — Die Mehrzahl der Schriftsteller, welche für die Umtriebszeit des größten Naturalertrages eintraten, verlangte dieselbe nicht ausschließlich, sondern neben der Umtriebszeit des größten Gebrauchswerthes. Aus der Verbindung dieser beiden Umtriebszeiten resultirt, wie unter 4 nachgewiesen werden wird, die Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages. Um letztere zu würdigen, ist es erforderlich, zuvor jede der beiden Componenten für sich zu betrachten.

Es erfolgt der größte Durchschnittszuwachs bei der

	Buche						Fichte								Kiefer					
	nach						nach								nach					
	Cotta		Burckhardt		Baur		Cotta		Burckhardt		Baur		Kunze		Cotta		Pfeil[1])		Weise	
Standorts-Classe	im Alter	mit F.M. pro Ha	im Alter	mit F.M. pro Ha	im Alter	mit F.M. pro Ha	im Alter	mit F.M. pro Ha	im Alter	mit F.M. pro Ha	im Alter	mit F.M. pro Ha	im Alter	mit F.M. pro Ha	im Alter	mit F.M. pro Ha	im Alter	mit F.M. pro Ha	im Alter	mit F.M. pro Ha
erste	145	4,9	90	5,3	82—83	7,3	115	8,1	80—90	7,6	45—48	10,6	50	13,2	80	7,9	70	4,5	30—35	8,5
letzte	145	0,1	70	2,9	113—119	2,5	115	1,1	60—70	3,5	61—63	4,3	60—75	6,0	80	1,2	50	1,5	35—45	3,3

1) Pfeil-Schneider: Erfahrungstafeln ꝛc., 1843.

In Bezug auf den Eintritt desselben zeigen jedoch die verschiedenen Ertragstafeln kein übereinstimmendes Verhalten (siehe die Tabelle auf Seite 174). Nach einigen culminirt der durchschnittliche Holzertrag des Hauptbestandes (also ausschl. der Zwischennutzungen) um so später, je besser die Standortsgüte ist[1]), nach anderen findet die Culmination bei allen Standortsgüten gleichzeitig statt[2]), und wieder nach anderen erfolgt sie auf den besseren Standorten früher als auf den geringeren[3]). Der letztbezeichnete Gang des durchschnittlichen Holzertrags scheint der naturgemäße zu sein, weil ihn fast alle Ertragstafeln aufweisen, von welchen wir das zu ihrer Aufstellung benutzte Material sowie die Art der Construction kennen[4]).

Erwägen wir, daß bei der Wahl dieser Umtriebszeit gar keine Rücksicht auf den Preis des Holzes und auf den Productionsaufwand genommen wird, so ergibt sich, daß dieselbe eine unwirthschaftliche ist.

Man hat die Umtriebszeit des größten Naturalertrages aus dem Grunde empfohlen, weil sie gestatte, den Holzbedarf auf der kleinsten Fläche zu erziehen und das überschüssige Areal einer anderen vortheilhafteren Benutzungsweise zuzuwenden[5]). Allein wenn man einmal die Voraussetzung macht, daß dem Boden mittelst anderer Culturarten eine höhere Rente abzugewinnen sei, dann müßte die Holzzucht überhaupt aufgegeben und der Boden demjenigen Productionszweige gewidmet werden, welcher am meisten einbringt. Sollte es in diesem Falle an Holz fehlen und letzteres sehr theuer werden, so würde dies Veranlassung geben, nun wieder auf einem Theile der Fläche die Holzzucht einzuführen, wobei jedoch dieser Theil so zu bemessen wäre, daß die Holzzucht

---

1) z. B. nach den Burckhardt'schen Ertragstafeln (Hülfstafeln für Forsttaxatoren, 3. Auflage, 1873).

2) z. B. nach den Cotta'schen Ertragstafeln (Hülfstafeln für Forstwirthe und Forsttaxatoren, 1821).

3) z. B. nach den Paulsen'schen Ertragstafeln (Kurze praktische Anweisung zum Forstwesen, von Führer, 1795, 2. Auflage, 1797).

4) Siehe die (bereits S. 25 erwähnten) Ertragstafeln von Rob. Hartig, Baur, Kunze, Weise, Wimmenauer, Schuberg und Meister. v. Seutter stellte schon 1799 (in seiner Schrift: Ueber Wachsthum rc. der Buchwaldungen, S. 83) den Satz auf: „Je günstiger Boden, Lage und Klima dem Wachsthum sind, desto früher muß das Maximum desselben eintreten; je ungünstiger, desto später, jedoch in geringerer Production." Indessen läßt sich über den Zuwachsgang nicht a priori urtheilen; die Beobachtung, bezw. Untersuchung kann hier allein entscheiden.

5) Müller, Versuch zur Begründung eines allgemeinen Forstpolizeigesetzes, 1825, S. 76. — Schenck, Das Bedürfniß der Volkswirthschaft, 1831, II, S. 30. — Cotta, Grundriß der Forstwissenschaft, 2. Auflage, 1836, zweite Abtheilung, Seite 136.

ebenso rentiren könnte, wie jene andern Culturarten. Zu diesem Resultate konnte man aber schon gleich von vornherein auf directem Wege gelangen. Rentirt nämlich die Waldwirthschaft nicht, so deutet dies darauf hin, daß zu viel Holz producirt wird, oder daß die Consumenten ihren Holzbedarf durch Bezüge von auswärts befriedigen können, daß man also die Holzzucht einschränken muß.

Wie man sieht, wurzelt die Theorie der Umtriebszeit des größten Naturalertrages in der irrigen Annahme, daß eine dem seitherigen Verbrauche entsprechende Holzmenge auch dann noch zu erzeugen sei, wenn der Boden mittelst der Holzzucht eine geringere Rente abwirft, als mittelst einer anderen Benutzungsweise. Diese Theorie kann deshalb auch nur das erreichen, daß sie eine Wirthschaft, welche sie als Verlust bringend erkannt hat, auf die kleinste Fläche verbannt; sie vermag aber nicht, den Verlust ganz zu beseitigen und an der Stelle desselben einen Gewinn zu schaffen.

Beiläufig noch die Bemerkung, daß die Umtriebszeit der größten Holzmassenerzeugung am Hauptbestand nach den neueren Ertragsuntersuchungen bei den Nadelhölzern auf guten Standorten sehr niedrige Alter trifft, in welchen das Werthszunahme=Procent sogar noch über dem landesüblichen Zinsfuß steht, während sich für die Buche auf geringen Standorten sehr hohe Alter ergeben, bei welchen diese Holzart kaum mehr als 1 Procent Massenzuwachs und entweder gar keinen oder doch nur einen sehr geringen Qualitätszuwachs hat[1]).

3) Umtriebszeit des größten Gebrauchswerthes[2]).

Da die Abhängigkeit des Gebrauchswerthes von dem Alter des Holzes durch directe Untersuchungen sehr wenig festgestellt ist, da ferner die Gebrauchsfähigkeit eines Sortimentes nur dann einen praktischen Nutzen gewährt und gewürdigt wird, wenn thatsächlich ein Verbrauch desselben stattfinden kann, so ist man, wie Pfeil[3]) sehr richtig bemerkt, darauf angewiesen, an die Stelle des Gebrauchswerthes den Preis zu setzen und sich dabei zu beruhigen, daß für jetzt der Preis Vorurtheil und wirklichen Gebrauchswerth in sich faßt.

Verlegt man die Umtriebszeit in denjenigen Zeitpunkt, in welchem der Preis der Maßeinheit culminirt, so wird die Wirthschaft unter Umständen nur mit Verlust zu betreiben sein, weil die Rentabilität

---

1) Stötzer: Abtriebsreife der Holzbestände im Sinne der Statik und im Sinne des höchsten Durchschnittsertrages. Allgem. Forst= und Jagd=Zeitung, 1881, S. 154—155.

2) Cotta, Waldbau, 5. Aufl., 1835, S. 19. Vergl. auch die Note 4) auf Seite 173.

3) A. a. O., II, 200.

derselben nicht blos von dem Preise, sondern auch von der Menge des gewonnenen Holzes und von dem Aufwande abhängt, welcher zur Erzielung des höchsten Preises gemacht werden muß.

Die Umtriebszeit des höchsten Gebrauchswerthes trifft beim Hochwalde sehr hohe Bestandsalter. Wir theilen nachstehend einen Auszug aus den Burckhardt'schen Ertragstafeln mit, nach welchen die Eiche bis zum 150., die Buche bis zum 120. Jahre noch eine Steigerung des Festmeter-Preises aufweist.

Bestandsalter	Preis pro Festmeter · Mark			
	Eiche	Buche	Fichte	Kiefer
20	1,6	1,2	1,6	1,2
30	2,4	2,0	4,8	2,0
40	3,6	2,8	8,0	3,2
50	4,8	3,2	10,0	4,8
60	5,6	3,6	12,0	6,4
70	6,4	4,0	13,6	8,0
80	7,2	4,4	14,8	8,8
90	8,4	4,8	16,0	9,6
100	9,6	5,2	16,8	
110	10,8	5,4		
120	12,0	5,6		
130	12,8			
140	13,6			
150	14,4			

4) Umtriebszeit des größten Brutto-Gelderträges (Waldrohertrages).

Diese Umtriebszeit wird von einigen Schriftstellern direct gefordert[1]). Sie ergibt sich aber auch indirect, wenn man die Aufgabe zu lösen versucht, neben dem höchsten Naturalertrage den höchsten Gebrauchswerth zu erzielen. Denn da diese beiden Maxima nicht immer in den nämlichen Zeitpunkt fallen, so muß man sich begnügen, mit der Umtriebszeit ein Bestandsalter zu treffen, für welches das Product aus der Masse und dem Preise der Maßeinheit ein Maximum wird. Nennen wir, wie unter 2),

$$M_u, m_a \ldots\ldots, m_q$$

die Massen, welche ein Bestand von seiner Begründung bis zu seinem Abtriebe pro Flächeneinheit liefert,

$$T_u, t_a, \ldots\ldots, t_q$$

1) So u. A. von v. Berg, Staatsforstwirthschaftslehre, S. 79. Bei dieser Gelegenheit wollen wir darauf aufmerksam machen, daß einige Schriftsteller Forderungen erheben, welche zu verschiedenen Umtriebszeiten führen. Beispiele dieser Art ergeben übrigens schon die vorhergehenden Citate.

die correspondirenden Preise der Maßeinheiten, so ist

$$M_u T_u + m_a t_a + \cdots + m_q t_q = A_u + D_a + \cdots + D_q \text{ und }.$$

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$$

der Brutto-Geldertrag, welchen die Flächeneinheit bei dem jährlichen Betriebe gewährt. Die Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages wird also in denjenigen Zeitpunkt fallen, für welchen

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$$

culminirt[1]).

Für die in Note 3 mitgetheilten, auf Grundlage der Holzertragstafeln von Baur, Kunze und Weise aufgestellten Geldertragstafeln beträgt der Waldrohertrag

bei der Buche		bei der Fichte		bei der Kiefer	
im Jahr	Mark	im Jahr	Mark	im Jahr	Mark
110	29,96	90	115,81	80	43,21
120	31,11	100	116,75	90	44,96

Er erreicht also bei denjenigen Jahren, bis zu welchen jene Geldertragstafeln sich erstrecken (Buche 120., Fichte 100., Kiefer 90. Jahr) seine Culmination noch nicht.

Auch die Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages ist unvortheilhaft, weil sie den ganzen Productionsaufwand unbeachtet läßt.

Müller[2]) und nach ihm Grebe[3]) bezeichnen die Umtriebszeit des größten und werthvollsten Materialertrages, welche, wie wir soeben gesehen haben, lediglich die Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages ist, als die nationalökonomische Umtriebszeit, setzen sich aber hierdurch in Widerspruch mit den Schriftstellern der Volkswirthschaftslehre, welche der Ansicht sind, daß auch für die Nation die Gewinnung des größten Reinertrages am vortheilhaftesten ist. So sagt z. B. Rau[4]): „Das Verhältniß zwischen dem rohen und reinen Ertrage eines Volkes zeigt die Ergiebigkeit der hervorbringenden Geschäfte an und läßt auf

---

1) Die Ansicht, daß $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$ auch den größten durchschnittlich-jährlichen Geldertrag des aussetzenden Betriebes vorstellen könne, wird unter 5. widerlegt werden.

2) Versuch zur Begründung eines allgemeinen Forstpolizeigesetzes, 1825, S. 77.

3) Die Betriebs- und Ertrags-Regulirung der Forste, 1867, S. 155, 2. Aufl., 1879, S. 194. Vgl. den Artikel: „Die nationalökonomische Umtriebszeit" von J. Lehr in der Allgemeinen Forst- und Jagd-Zeitung von 1870, S. 249 u. 289.

4) Grundsätze der Volkswirthschaftslehre, 1863, S. 310.

die denselben günstigen oder hinderlichen äußeren Umstände schließen. Bei einerlei Umfang des ganzen Erzeugnisses ist offenbar diejenige Anwendung der Güterquellen die vortheilhafteste, welche den größten reinen Ueberschuß abwirft. — Demnach sind sowohl die Hülfskräfte des Staates, welche seine Wirksamkeit im Innern und seine Festigkeit gegen Außen bedingen, als die Mittel zur Pflege aller persönlichen Güter der Menschen, z. B. der Wissenschaften und Künste, und auch die Vermehrungen des Volksvermögens hauptsächlich von der Größe des reinen Einkommens abhängig." Fast ebenso Roscher[1]): „Da die wirthschaftliche Production zunächst keinen andern Zweck hat, als menschliche Bedürfnisse zu befriedigen, so ist die bloße Vermehrung des Roheinkommens gleichgültig. Eine Vermehrung des reinen gibt der Nation die Möglichkeit, entweder ihre Zahl, oder ihren Genuß zu vergrößern."

5) Umtriebszeit des größten Waldreinertrages.

Zieht man von dem Brutto-Geldertrage $A_u + D_a + \cdots + D_q$ des jährlichen Betriebes die baaren Ausgaben für Verwaltung, Schutz, Steuern und Cultur, also $uv + c$ ab, so stellt der Rest den Waldreinertrag, d. h. die Rente des Boden- und Vorrathscapitalwerthes dar[2]). Auch diese Umtriebszeit muß als eine unwirthschaftliche bezeichnet werden, weil bei ihr keine Rücksicht auf die Größe des normalen Vorrathes genommen ist, dessen Interessen ein Bestandtheil des Productionsaufwandes sind[3]). Da die jährlichen Kosten für alle Umtriebszeiten gleich sind, der Aufwand für Cultur aber mit steigender Umtriebszeit nur wenig abnimmt[4]), so wird die Umtriebszeit des größten Waldreinertrages hauptsächlich von dem Gange des Rauhertrages abhängen, also annähernd mit der Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages zusammenfallen.

Anmerkung 1. Der durchschnittlich-jährliche Reinertrag des aussetzenden Betriebes darf nicht, wie dies schon häufig (z. B. bei der Vergleichung der Rentabilität der Forst- und Landwirthschaft) geschehen ist, in der nämlichen Weise wie der durchschnittlich-jährliche Holzertrag berechnet werden. Denn wenn man die Summe der innerhalb einer Umtriebszeit erfolgenden Holzerträge $M_u + m_a + \cdots m_q$ durch u dividirt, so stellt der Quotient $\frac{M_u + m_a + \cdots + m_q}{u}$ zwar den durchschnittlich-jährlichen Holzzuwachs dar, indem ja die Holzmasse $M_u + m_a + \cdots + m_q$ aus den Zuwachsbeträgen der Umtriebszeit, mögen diese nun als aussetzende oder jährliche, als jährlich gleiche

1) Grundlagen der Nationalökonomie, 1866, S. 298.
2) S. Seite 89.
3) S. Seite 117.
4) S. Seite 40.

oder ungleiche angenommen werden, sich zusammensetzt; addirt man hingegen die Geldwerthe $A_u + D_a + \cdots + D_q$ jener Holzerträge und theilt man die Summe durch u, so gibt der Quotient $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$ nicht für jeden Zinsfuß die Größe des durchschnittlich-jährlichen Geldertrages an, weil sowohl $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$, als auch $D_a, \cdots D_q$ bis zum Jahre u durch Zinsenansammlung ihren Werth ändern. Der Ausdruck $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$ ist nämlich, wenn er als durchschnittlich-jährlicher Geldertrag des aussetzenden Betriebes gelten soll, in zweifacher Weise unrichtig calculirt: einmal, weil er Einnahmen mit verschiedenen Eingangszeiten einfach summirt, ohne sie zuvor mittelst der Zinsrechnung auf einen gemeinschaftlichen Zeitpunkt zu reduciren; zum Andern, weil er das arithmetische Mittel aus den Erträgen für die Rente derselben nimmt. Will man richtig rechnen, so kann man den durchschnittlich-jährlichen Geldertrag r etwa aus der Gleichung

$$r + r \cdot 1{,}0p + r \cdot 1{,}0p^2 + \cdots + r \cdot 1{,}0p^{u-1} = A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}$$

oder aus der Gleichung

$$\frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{r}{1{,}0p^u} = \frac{A_u}{1{,}0p^u} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1{,}0p^q}$$

herleiten. Aus beiden Gleichungen folgt:

$$r = \left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) 0{,}0p.$$

Behandelt man in der nämlichen Weise die Culturkosten und die jährlichen Ausgaben für Verwaltung, Schutz und Steuern, so erhält man als durchschnittlich-jährlichen Reinertrag des aussetzenden Betriebes

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{c \cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V\right) 0{,}0p.$$

Da der in der Parenthese stehende Theil dieses Ausdruckes die Formel des Boden-Erwartungswerthes ist, so folgt hieraus, daß als wahrer wirthschaftlicher Reinertrag des aussetzenden Betriebes die Rente des Boden-Erwartungswerthes betrachtet werden muß. Der Ausdruck

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u},$$

stellt, wie wir wissen, nichts Anderes als den auf die Flächeneinheit bezogenen Reinertrag eines zum jährlichen Betriebe eingerichteten Waldes vor.

Der Irrthum, dem man sich hingab, indem man den zuletzt genannten Ausdruck für den Boden-Reinertrag des aussetzenden Betriebes nahm und denselben zur Ermittlung der vortheilhaftesten Umtriebszeit benutzen zu können meinte, wurde namentlich von Faustmann und Preßler gerügt. Beide wiesen insbesondere die Fehlerhaftigkeit der mathematischen Construction dieses Ausdruckes nach. Später suchte Bose[1]) denselben zum Zwecke der Umtriebsbestimmung

1) Beiträge zur Waldwerthberechnung, 1865, S. 51.

wieder zu Ehren zu bringen. Er zeigte, daß $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u}$ den Zinsenertrag des reinen Wald-Rentirungswerthes einer normalen Betriebsclasse (für die Flächeneinheit, wenn A_u, D_a, ... D_q, c und v für eben dieses Maß gelten) bedeutet, und stellte, hierauf gestützt, die behauptete mathematische Unrichtigkeit dieser Formel in Abrede. Dabei übersah er aber, daß man $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u}$ nur als Ausdruck für den durchschnittlich-jährlichen Reinertrag des aussetzenden Betriebes, nicht aber als Formel für den Wald-Reinertrag des jährlichen Betriebes beanstandet hatte. Einen Beweis dafür, daß die einträglichste Umtriebszeit diejenige sei, für welche der Wald-Reinertrag culminirt, hat Bose übrigens nicht erbracht.

Anmerkung 2. Vergleichende Uebersicht der Umtriebszeiten und Würdigung derselben nach Maßgabe ihrer wirthschaftlichen Bedeutung.

In wirthschaftlicher Beziehung lassen sich die Umtriebszeiten nach dem Grade ordnen, in welchem bei der Bestimmung derselben die Productionskosten beachtet werden. Man kann hiernach folgende Gruppen bilden:

I. Die Productionskosten werden gar nicht in Rechnung gezogen. Hierher gehören.

1. die technische Umtriebszeit,
2. die Umtriebszeit des größten Naturalertrages,
3. „ „ „ „ Gebrauchswerthes,
4. „ „ „ „ Brutto-Gelderträges (Wald-Rohertrages).

II. Die Productionskosten werden theilweise in Rechnung gezogen.

Umtriebszeit des größten Walbreinertrages. Sie beachtet nur die jährlichen Kosten für Administration, Schutz und Steuern, sowie die Culturkosten, aber nicht die Interessen des normalen Vorrathes.

III. Sämmtliche Productionskosten werden in Rechnung gezogen.

Financielle Umtriebszeit oder Umtriebszeit des größten Boden-Reinertrages.

Um die Unterschiede der vorstehend aufgeführten Umtriebszeiten deutlicher hervortreten zu lassen, wollen wir hier noch einmal die Größen zusammenstellen, für welche diese Umtriebszeiten bei dem jährlichen Betriebe ein Maximum verlangen. Nur die technische Umtriebszeit muß hier außer Betracht bleiben, weil sie nach keiner Richtung hin ein Maximum der Production anstrebt.

Die Umtriebszeit des größten Naturalertrages fällt in den Zeitpunkt, in welchem

$$\frac{M_u + m_a + \cdots + m_q}{u}$$

culminirt. M_u, $m_a \cdots$, m_q bedeuten hier die jährlich erfolgenden Erträge an Haubarkeits- und Vornutzungen.

Die Umtriebszeit des größten Gebrauchswerthes tritt ein, wenn die Preise

$$T_u, t_a, \ldots, t_q$$

der Maßeinheiten einen Maximalbetrag erreichen.

Die Umtriebszeit des größten Brutto-Gelbertrages oder Wald-Rohertrages ist so zu wählen, daß

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$$

culminirt, wobei $A_u + D_a + \cdots + D_q$ die jährlich erfolgenden rauhen Geld-erträge bedeuten.

Die Umtriebszeit des größten Wald-Reinertrages verlangt ein Maximum von

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u} - \left(\frac{c + uv}{u}\right),$$

wobei c die Culturkosten, v die jährlichen Kosten für Administration, Schutz und Steuern vorstellen.

Die Umtriebszeit des größten Boden-Reinertrages (financielle Umtriebszeit) ergibt sich, wenn die Differenz

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u} - \left(\frac{uN \cdot 0{,}0p + c + uv}{u}\right)$$

ihr Maximum erreicht. Es bedeutet hier uN den Normalvorrath der Betriebs-classe.

2. Titel.

Wahl der Holzart.

I. Vorbemerkung.

Sollen zwei oder mehrere Holzarten auf ihre Rentabilität verglichen werden, so hat man zuerst für jede einzelne Holzart diejenigen Bedingungen ausfindig zu machen, unter welchen sie an und für sich die größte Rentabilität gewährt, also insbesondere diejenigen Umtriebszeiten zu ermitteln, für welche sich der größte Boden-Erwartungswerth berechnet.

Beispiel[1]). Es kauft Jemand 1 Hectar haubaren Buchenhochwald und bezahlt den Boden (ohne Holzbestand) mit 80 Mark. Die Fläche eigne sich auch zum Anbau der Kiefer und der Fichte; es fragt sich daher, welche Holzart den Vorzug verdient.

1) Ermittlung der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes für die Buche.

1) Dieses und die folgenden Beispiele sind hauptsächlich zur Erläuterung des Rechnungsverfahrens bestimmt. Bei den meisten statischen Aufgaben wird man eine Lösung mit entscheidenden Resultaten erst dann erwarten dürfen, wenn die Statistik der Erträge und Productionskosten für die Beschaffung der erforderlichen Rechnungsunterlagen gesorgt hat.

Ertragstafel für die Buche, nach Baur (Zwischennutzungen und Geldwerth pro Festmeter nach Burckhardt).

Jahr	Zwischen-nutzungen	Haupt-bestand	Abtriebs-ertrag	Mark.
20	—	48	48	"
30	12	168	180	"
40	36	386	422	"
50	56	621	677	"
60	61	904	965	"
70	61	1240	1301	"
80	61	1606	1667	"
90	64	2016	2080	"
100	67	2454	2521	"
110	70	2808	2878	"
120	70	3175	3245	"

Der Culturaufwand c zur Unterstützung der natürlichen Verjüngung betrage 12 Mark, die jährliche Ausgabe v für Verwaltung, Schutz und Steuern 3,6 Mark, der Zinsfuß sei = 3 %.

Wir nehmen an, daß die natürliche Verjüngung nicht vor dem 80. Jahr stattfinden kann, weil auf dem betreffenden Standort eine zur Besamung hinreichende Mast nicht früher eintritt.

Die Rechnung ergibt

$$^{80}B = 91{,}3;\ ^{90}B = 80{,}0 \text{ Mark.}$$

Es ist also keine höhere als die 80jährige Umtriebszeit einzuhalten.

Anmerkung. Bei Anwendung von künstlicher Cultur ließe sich auch eine kürzere Umtriebszeit einhalten, und es fragt sich, ob diese nicht etwa einen größeren Boden-Erwartungswerth liefert.

Nehmen wir an, die künstliche Cultur, z. B. eine unter dem Bestandsschirm auszuführende Plattensaat, koste einschließlich der Nachbesserungen 50 Mark, so ergeben sich folgende Boden-Erwartungswerthe:

$$^{60}B = 51{,}7;\ ^{70}B = 55{,}7;\ ^{80}B = 49{,}3.$$

Hier culminirt der Boden-Erwartungswerth schon im 70. Jahr, allein er ist um 91,3 — 55,7 = 35,6 Mark kleiner, als bei der natürlichen Verjüngung. Wir ziehen daher diese vor.

2) Ermittlung der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes für die Kiefer.

Ertragstafel für die Kiefer nach Weise (Zwischennutzungen und Geldwerth pro Festmeter nach Burckhardt).

Jahr	Zwischen-nutzungen	Haupt-bestand	Abtriebs-ertrag	Mark.
20	14	108	122	"
30	46	300	346	"
40	60	650	710	"
50	67	1186	1253	"

Jahr	Zwischen-nutzungen	Haupt-bestand	Abtriebs-ertrag	Mark.
60	70	1818	1888	"
70	78	2536	2614	"
80	77	3045	3122	"
90	72	3562	3634	"

Es sei für die Kiefer c = 24, v = 2,7 Mark.

Die Rechnung ergibt, daß das Maximum des Boden-Erwartungswerthes bei einer Umtriebszeit von 70 Jahren eintritt und 343,2 Mark beträgt.

3) Ermittlung der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswerthes für die Fichte.

Ertragstafel für die Fichte nach Kunze (Zwischennutzungen und Geldwerth pro Festmeter nach Burckhardt).

Jahr	Zwischen-nutzungen	Haupt-bestand	Abtriebs-ertrag	Mark.
20	—	112	112	"
30	35	610	645	"
40	106	1640	1746	"
50	186	3080	3266	"
60	216	4812	5028	"
70	230	6406	6636	"
80	238	7800	8038	"
90	228	9184	9412	"
100	205	10231	10436	"

Es sei für die Fichte c = 80, v = 2,7 Mark.

Die Rechnung ergibt, daß das Maximum des Boden-Erwartungswerthes bei einer Umtriebszeit von 60 Jahren eintritt und 949 Mark beträgt.

II. Wahl der Holzart.

1) Nach der Methode des Unternehmergewinns.

a) Diejenige Holzart ist die einträglichere, welche den größeren Unternehmergewinn liefert.

Der Unternehmergewinn kann als Vorwerth, Nachwerth oder jährliche Rente berechnet werden. Ergibt sich für die Holzart H die financielle Umtriebszeit u, für die Holzart $\mathfrak{H}$ die financielle Umtriebszeit u, und stellen $A_u, D_a, \dots D_q$, c, v die Erträge und Productionskosten der Holzart H, $\mathfrak{A}_u, \mathfrak{D}_a, \dots \mathfrak{D}_q$, c, v die correspondirenden Werthe für die Holzart $\mathfrak{H}$ vor, so ist der Vorwerth des Unternehmergewinns für die Holzart H:

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - (B + V + {}^uC)$$

und der Vorwerth des Unternehmergewinns für die Holzart $\mathfrak{H}$:

$$\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - (B + \mathfrak{B} + {}^u\mathfrak{C}).$$

Sind, was häufig der Fall sein wird, die jährlichen Kosten gleich, so können sie ebenso wie der Boden-Kostenwerth für den Zweck der Vergleichung vernachlässigt werden, desgleichen die Culturkosten, wenn deren Capitalwerthe keine Verschiedenheit zeigen. Da aber die Boden-Erwartungswerthe der verschiedenen Holzarten bereits berechnet sind, so bietet die Außerachtlassung der Culturkosten und der jährlichen Kosten noch nicht einmal einen Vortheil dar. Nimmt man nämlich diese Kosten in Rechnung, so ergibt sich mit ihnen kurzweg
der Unternehmergewinn für die Holzart H:

$$= {}^uB - B,$$

der Unternehmergewinn für die Holzart $\mathfrak{H}$:

$$= {}^u\mathfrak{B} - B.$$

Aus diesen Ausdrücken läßt sich unmittelbar folgern, daß diejenige Holzart die einträglichere ist, für welche der größte Boden-Erwartungswerth sich berechnet.

Für das obige Beispiel ergibt sich
der Boden-Erwartungswerth der Buche = 91,3 Mark
" " " " Kiefer = 343,2 "
" " " " Fichte = 949,0 "
Die Fichte wäre also unter den angenommenen Verhältnissen die einträglichste Holzart[1]).

b) Bildet man einerseits den Unterschied Δ_1 der Erträge, anderseits den Unterschied Δ_2 der Productionskosten, so gibt Δ_1 die Einnahme an, welche der etwaigen Vermehrung Δ_2 des Productionsaufwandes der betr. Holzart entspricht.

Für das obige Beispiel ist

Δ_1 zwischen Kiefer und Buche

$$= \frac{2614 + 14 \,.\, 1{,}03^{50} + 46 \,.\, 1{,}03^{40} + 60 \,.\, 1{,}03^{30} + 67 \,.\, 1{,}03^{20} + 70 \,.\, 1{,}03^{10}}{1{,}03^{70} - 1}$$

$$- \frac{1667 + 12 \,.\, 1{,}03^{50} + 36 \,.\, 1{,}03^{40} + 56 \,.\, 1{,}03^{30} + 61 \,.\, 1{,}03^{20} + 61 \,.\, 1{,}03^{10}}{1{,}03^{60} - 1}$$

---

1) Es bedarf übrigens wohl kaum der Bemerkung, daß die Rentabilität der Fichten- und Kiefernwirthschaft durch die Gefahren, welchen das Nadelholz ausgesetzt ist, vermindert wird. Mischbestände von der Buche mit der Fichte, Kiefer, Lärche, Eiche &c., überhaupt von Holzarten, welche größere Mengen von Nutzholz liefern, sind einträglicher als reine Buchwaldungen.

$$= 460{,}7 - 224{,}5 = 236{,}2;$$

Δ_2 zwischen Kiefer und Buche

$$= 24 + \frac{24}{1{,}03^{70} - 1} + 90 - \left(12 + \frac{12}{1{,}03^{80} - 1} + 120\right) = 117{,}5 - 133{,}2 = - 15{,}7.$$

Für die Kiefer ergibt sich also ungeachtet ihres kleineren Productionscapitals ein Ertragsüberschuß, welcher im Vorwerth 236,2 Mark beträgt.

Es ist ferner

Δ_1 zwischen Fichte und Kiefer

$$= \frac{5028 + 35 \,.\, 1{,}03^{50} + 106 \,.\, 1{,}03^{30} + 186 \,.\, 1{,}03^{10}}{1{,}03^{60} - 1}$$

$$- \frac{2614 + 14 \,.\, 1{,}03^{50} + 46 \,.\, 1{,}03^{40} + 60 \,.\, 1{,}03^{30} + 67 \,.\, 1{,}03^{20} + 70 \,.\, 1{,}03^{10}}{1{,}03^{70} - 1}$$

$$= 1135{,}2 - 460{,}7 = 674{,}5;$$

Δ_2 zwischen Fichte und Kiefer

$$= 80 + \frac{80}{1{,}03^{60} - 1} - \left(24 + \frac{24}{1{,}03^{70} - 1}\right) = 96{,}4 - 27{,}5 = 68{,}9.$$

Dem Ueberschuß an Productionscapital im Betrage von 68,9 Mark, welcher der Fichte zukommt, entspricht ein Plus an Ertragswerth in der Größe von 674,5 Mark. Es wird also Δ_2 durch Δ_1 mehr als gedeckt, und finden wir demnach auch auf diesem Wege, daß die Fichte unter den vorliegenden Verhältnissen die einträglichste Holzart ist.

2) Wahl der Holzart nach der Methode der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Productionscapitals.

a) Bei gleichen Productionscapitalien ist diejenige Holzart die einträglichere, für welche das Procent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung am größten ist.

Sind die Productionscapitalien nicht gleich groß, so kann man künstlich die Gleichheit herstellen, z. B. wenn man in dem Nenner des Bruches

$$\frac{\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) 0{,}0p \cdot 100}{B + V + {}^uC},$$

durch welchen sich das Procent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung ausdrückt, $V + {}^uC$ löscht und dafür im Zähler die Rente dieser beiden Capitalien in Abzug bringt. Man erhält alsdann

$$\frac{[A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - (V + {}^uC)]\, 0{,}0p \cdot 100}{B}$$

$$= \frac{{}^uB}{B} \cdot p.$$

Dies ergibt für die Buche $\frac{91,3}{80} \cdot 3 = 3,4$,

„ „ „ „ Kiefer $\frac{343,2}{80} \cdot 3 = 12,9$,

„ „ „ „ Fichte $\frac{949}{80} \cdot 3 = 35,6$,

also wäre unter den vorliegenden Verhältnissen die Fichte die einträglichste Holzart.

b) **Bei ungleichen Productionscapitalien ist die Holzart mit dem größeren Productionscapital dann die einträglichere, wenn sie das größere Verzinsungsprocent liefert.**

In unserem obigen Beispiel ist das Productionscapital, abgesehen von dem Bodenkostenwerthe,

$$\text{für die Buche} = 12 + \frac{12}{1,03^{60} - 1} + \frac{3,6}{0,03} = 133,2$$

$$\text{„ „ Kiefer} = 24 + \frac{24}{1,03^{70} - 1} + \frac{2,7}{0,03} = 117,5$$

$$\text{„ „ Fichte} = 80 + \frac{80}{1,03^{60} - 1} + \frac{2,7}{0,03} = 186,4$$

Die Productionscapitalien sind also ungleich. Das Verzinsungsprocent ist

$$\text{bei der Buche} = \frac{224,5}{133,2} \cdot 3 = 5,06$$

$$\text{„ „ Kiefer} = \frac{460,7}{117,5} \cdot 3 = 11,76$$

$$\text{„ „ Fichte} = \frac{1135,3}{186,4} \cdot 3 = 18,27.$$

Die Fichte besitzt nicht allein das größte Productionscapital, sondern liefert auch das größte Verzinsungsprocent, ist also unter den vorliegenden Verhältnissen unbedingt einträglicher als die Kiefer und Buche.

c) **Bildet man einerseits den Unterschied Δ_3 der Ertragsrenten, anderseits den Unterschied Δ_4 der Productionscapitalien, so findet man in $\frac{\Delta_3}{\Delta_4} \cdot 100$ das Procent, zu welchem sich der Ueberschuß an Productionscapital bei der betr. Holzart verzinst.**

Für das obige Beispiel kommt nur die Wahl zwischen Fichte und Kiefer in Frage, weil dem Ueberschuß an Productionscapital, welches die Buche gegenüber der Kiefer besitzt, ein Minus an Ertragsrente entspricht.

Es ist Δ_3 zwischen Fichte und Kiefer

$$= (1135,2 - 460,7)\ 0,03 = 674,5 \cdot 0,03 = 20,2;$$

Δ_4 zwischen Fichte und Kiefer

$$= 96,4 - 27,5 = 68,9,$$

also

$$\frac{\Delta_3}{\Delta_4} \cdot 100 = \frac{20,2}{68,9} \cdot 100 = 29,32.$$

Es würde also vortheilhaft sein, für die Fichte das größere Productionscapital aufzuwenden.

3. Titel.

Wahl zwischen land- und forstwirthschaftlicher Benutzung des Bodens.

Man hat zunächst sowohl für die land-, als auch für die forstwirthschaftliche Benutzung das vortheilhafteste Wirthschaftssystem ausfindig zu machen. Die Veranschlagung der landwirthschaftlichen Erträge und Productionskosten wird in der Regel einem sachverständigen Landwirthe zu überlassen sein. Nicht zu übersehen ist, daß der Boden für die Agricultur häufig erst urbar gemacht werden muß und daß landwirthschaftliche Grundstücke einer höheren Besteuerung zu unterliegen pflegen. — Für die vortheilhafteste forstliche Benutzung sind insbesondere Holzart, Betriebsart und Umtriebszeit maßgebend.

Die jährlichen baaren Auslagen der Landwirthschaft werden nicht ausschließlich am Ende, sondern auch theilweise im Laufe des Jahres bezahlt. Sie müßten also eigentlich auf das Ende des Jahres prolongirt werden, wenn man nicht unterstellen will, daß sich ihre Interessen gegen diejenigen der ebenfalls im Laufe des Jahres erfolgenden Einnahmen ausgleichen. Einige landwirthschaftliche Schriftsteller bringen zur Bestreitung solcher Ausgaben, welche nicht durch gleichzeitige Einnahmen Deckung erhalten, ein besonderes Capital in Ansatz.

Die Rentabilitätsberechnung gestaltet sich für den Eigenthümer dann am einfachsten, wenn keine Kosten für Urbarmachung des Bodens, sowie für Errichtung von Wirthschaftsgebäuden zu verrechnen sind und wenn der Boden verpachtet werden kann. In letzterem Falle verzichtet der Eigenthümer freilich auf den Arbeitsverdienst, welchen er noch durch die eigene Bewirthschaftung des Bodens erlangen könnte, mitunter auch auf einen Theil der Bodenrente.

Bei der Landwirthschaft findet nur der jährliche Betrieb statt, bei der Forstwirthschaft kann sowohl dieser, als der aussetzende Betrieb angewendet werden. Der aussetzende Betrieb erfordert für den Anfang den geringsten Aufwand für Betriebscapital, läßt dagegen auch am längsten auf den Bezug der Erträge warten und zwingt in Folge dessen den Unternehmer, die Interessen des Grund- und Betriebscapitals, abzüglich der Einnahmen für Vornutzungen, bis zum Ende der Umtriebszeit aufzuspeichern. Schon etwa von der Mitte der Umtriebszeit an nimmt die

Summe jener Interessen, welche durch die Kostenwerthe der Bestände gefesselt wird, einen ebenso großen Betrag ein, als das Betriebscapital des jährlichen Betriebs, wächst aber von diesem Zeitpunkte bis zum Ende der Umtriebszeit noch beträchtlich.

I. Wahl der einträglichsten Benutzungsweise des Bodens nach der Methode des Unternehmergewinns.

1. Diejenige Benutzungsweise des Bodens ist die vortheilhaftere, welche den größeren Unternehmergewinn liefert.

Die Art des landwirthschaftlichen Betriebes weist darauf hin, den Unternehmergewinn vorzugsweise als Rente zu berechnen. — Nennen wir A_u, $D_a \ldots D_q$ die forstlichen Erträge, c, v die forstlichen Productionskosten, 𝔄 den jährlichen landwirthschaftlichen Rauhertrag, 𝔳 den jährlichen landwirthschaftlichen Productionsaufwand ausschließlich der Interessen des Boden-Kostenwerthes, so ist

die Rente des forstlichen Unternehmergewinns:

$$\left[\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - (B + V + {}^uC)\right] 0{,}0p,$$

die Rente des landwirthschaftlichen Unternehmergewinns:

$$\mathfrak{A} - (\mathfrak{v} + B \cdot 0{,}0p).$$

Soll die Rente des forstlichen Unternehmergewinns aus den Erträgen und Productionskosten des jährlichen Betriebes hergeleitet werden, so hat man zu dem Ende (nach S. 118) die Formel

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (uv + c)}{u} - (B + N)\, 0{,}0p,$$

anzuwenden, welche den Unternehmergewinn für die Flächeneinheit angibt[1]).

Da B für beide Benutzungsarten das nämliche ist, so kann dasselbe (s. S. 120) für den bloßen Zweck der Vergeichung vernachlässigt

---

1) G. L. Hartig (Gutachten über die Fragen: welche Holzarten belohnen den Anbau am reichlichsten? und wie verhält sich der Gelbertrag des Waldes zu dem des Ackers? 1833) u. A. verglichen die Rentabilität der Landwirthschaft und der Forstwirthschaft in der Weise, daß sie den landwirthschaftlichen Boden-Reinertrag dem Waldreinertrag gegenüberstellten. Der Ursprung dieses fehlerhaften Verfahrens, welches schon von Faustmann (v. Wedekind's Neue Jahrbücher der Forstkunde, 2. Folge, 1853, III. Band, 4. Heft, S. 367) gerügt wurde, liegt darin, daß man den Ausdruck

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (uv + c)}{u}$$

werden. Man wird B nur dann in Rechnung nehmen, wenn man die Absicht hat, den bei jeder Benutzungsweise stattfindenden Unternehmergewinn kennen zu lernen.

Beispiel. Es soll ermittelt werden, ob für ein Grundstück von 150 Hectar, welches beim Ankaufe 45000 Mark gekostet hat, die forstwirthschaftliche oder die landwirthschaftliche Benutzung die vortheilhaftere ist.

Angenommen, man habe gefunden, daß für das fr. Grundstück die Kiefer einträglicher sei als irgend eine andere Holzart, und daß dieselbe die in Tabelle A verzeichneten Erträge liefere, so ergibt sich das Maximum des Boden-Erwartungswerthes für $c = 24$, $v = 3{,}6$ Mark und $p = 3$ mit 362,6 Mark und für die 70jährige Umtriebszeit. Es ist alsdann die Rente des forstlichen Unternehmergewinns für die Fläche von 150 Hectar

$$(362{,}6 \times 150 - 45000)\ 0{,}03 = 282 \text{ Mark}.$$

Unterstellen wir weiter, der jährliche Rauhertrag des fr. Grundstücks sei bei der landwirthschaftlichen Benutzung gleich 21000 Mark, der jährliche Aufwand für Steuern, Versicherungsbeiträge, Ergänzung und Unterhaltung des Inventars, für Futter- und Dungmittel, Brennmaterial, Gesinde- und Taglohn, Gehalt eines Verwalters betrage 13200 Mark, das Gebäudecapital 60000 Mark, das Betriebscapital (Vieh, Geschirr, Geräthe, sowie das Capital, welches zur Unterhaltung der Wirthschaft von deren Anfang bis zur Ernte erforderlich ist) 24000 Mark, der Aufwand für Urbarmachung des Bodens 36000 Mark, so stellt sich der landwirthschaftliche Unternehmergewinn für die Fläche von 150 Hectar auf

$$21000 - [13200 + (45000 + 60000 + 24000)\ 0{,}03] = 2850 \text{ Mark}.$$

Da in dem vorliegenden Falle der Unternehmergewinn beim landwirthschaftlichen Betriebe größer ist als bei dem forstwirthschaftlichen Betriebe, so empfiehlt sich hiernach die landwirthschaftliche Benutzung des Bodens.

2. Bildet man einerseits den Unterschied Δ_1 der Erträge, andererseits den Unterschied Δ_2 der Productionskosten, so gibt Δ_1 die Einnahme an, welche der etwaigen Vermehrung Δ_2 des Productionsaufwandes entspricht.

Beispiel.

a) Für den aussetzenden Betrieb ist der jährliche Rauhertrag der Forstwirthschaft $= 510 \times 450 \times 0{,}03 = 2295$ Mark. Da nun der jährliche Rauhertrag der Landwirthschaft, wie oben angegeben, 21000 Mark beträgt, so ist $\Delta = 21000 - 2295 = 18705$ Mark.

Der jährliche forstliche Productionsaufwand[1]) ist $= (V + {}^uC)\ 0{,}0p = (120 \times 150 + 27{,}5 \times 150)\ 0{,}03 = 664$ Mark. Der landwirthschaftliche Pro-

für den forstlichen Boden-Reinertrag hielt (s. S. 179). Man unterschätzt begreiflicherweise die Rentabilität der Landwirthschaft beträchtlich, wenn man ihr auch noch die Verzinsung des normalen Vorrathes zumuthet, dessen Werth schon bei Umtriebszeiten von mittlerer Höhe den Werth des Waldbodens mehrfach übersteigt.

1) Da $B \cdot 0{,}0p$ bei der Subtraction verschwindet, so kann man diesen Ausdruck gleich von vornherein außer Rechnung lassen.

ductionsaufwand stellt sich jährlich auf 13200 + (60000 + 24000 + 36000) 0,03 = 16800 Mark. Es ist also $\Delta_2 = 16800 - 664 = 16136$ Mark.

b) Für den jährlichen Betrieb ist der forstliche Rauhertrag $= (A_u + D_a + \cdots + D_q)\frac{150}{70} = 3228 \cdot \frac{15}{7} = 6917$, also $\Delta_1 = 21000 - 6917 = 14083$ Mark; der jährliche forstliche Productionsaufwand $= (uN \cdot 0{,}0p + uv + c)\frac{150}{70} =$

$(73017 \times 0{,}03 + 252 + 24)\frac{150}{70} = 5285$ Mark. Da nun die landwirthschaftlichen Productionskosten jährlich auf 16800 Mark sich belaufen, so ist $\Delta_2 = 16800 - 5285 = 11515$ Mark.

In beiden Fällen verdient somit die landwirthschaftliche Benutzung des Bodens den Vorzug. Der Unterschied des land- und forstwirthschaftlichen Unternehmergewinns stellt sich sowohl für den aussetzenden, als auch für den jährlichen Betrieb auf 2568 Mark.

II. Wahl der einträglichsten Benutzungsweise des Bodens nach Maßgabe der Verzinsung des Productionscapitals.

1. Bei gleichen Productionscapitalien ist diejenige Benutzungsweise des Bodens die einträglichere, für welche sich die größere durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Productionscapitals ergibt.

Um gleiche Productionscapitalien herzustellen, kann man (s. S. 186) die Rente derselben, ausschließlich der Bodenrente, in den Zähler des Bruches, durch welchen die Verzinsung sich ausdrückt, bringen; es bleibt dann im Nenner nur B stehen. Am einfachsten gestaltet sich, wie bereits oben bemerkt wurde, die Rechnung für den Eigenthümer in dem Falle, wenn der Boden zur landwirthschaftlichen Benutzung verpachtet werden kann und weder Urbarmachung, noch Errichtung von Gebäuden erforderlich ist.

Beispiel. Für die forstliche Benutzung (mittelst Anbaues der Kiefer) berechnet sich das Procent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Boden-Kostenwerthes nach der Formel

$$\mathfrak{p} = \frac{{}^uB}{B} \cdot p$$

auf $\frac{362{,}6}{300} \cdot 3 = 3{,}6\,\%$.

Nehmen wir an, die Fläche von 150 Hectar sei zur landwirthschaftlichen Benutzung um 2400 Mark zu verpachten, so verzinst sich, wenn die von dem Eigenthümer zu entrichtende Grundsteuer 360 Mark beträgt, der Boden-Kostenwerth zu

$$\frac{2400 - 360}{45000} \cdot 100 = 4{,}5\,\%.$$

2. Bildet man einerseits die Differenz Δ_3 der Ertragsrenten, anderseits die Differenz Δ_4 der Productionscapitalien, so stellt $\frac{\Delta_3}{\Delta_4} \cdot 100$ das Procent vor, zu welchem der zu Gunsten der einen oder der andern Benutzungsweise des Bodens aufgewendete Ueberschuß an Productionscapital rentirt.

Beispiel. Behalten wir die Ansätze des Beispiels unter I, 1 bei, so finden wir für den jährlichen Betrieb

$\Delta_3 = 21000 - 6917 = 14083$ Mark,

$$\Delta_4 = \frac{13200}{0,03} + 60000 + 24000 + 36000 - \left(73017 + \frac{252}{0,03} + \frac{24}{0,03}\right)\frac{150}{70}$$

$= 560000 - 176179 = 383821$ Mark.

Es ist $\frac{\Delta_3}{\Delta_4} \cdot 100 = 3,7\,\%$; mithin wäre in dem vorliegenden Falle die landwirthschaftliche Benutzung des Bodens vortheilhafter als die forstwirthschaftliche.

4. Titel.

Wahl der Betriebsart.

Die Wahl der Betriebsart wird statisch in derselben Weise wie die Wahl der Holzart behandelt. Einige eigenthümliche Verhältnisse bietet der Niederwaldbetrieb dar, weil bei diesem der Productionsfonds von der Bestandsbegründung an auch noch in dem Werthe der dem Boden verbleibenden Stöcke besteht. In welcher Weise dieser Posten bei der Rentabilitätsermittlung zu verrechnen ist, wird aus dem folgenden Beispiele erhellen.

Beispiel. Vergleichung der Rentabilität eines Eichen-Hochwaldes mit einem Eichen-Niederwalde (Schälwalde).

Wir haben hier zwei Fälle zu unterscheiden.

I. Sowohl der Eichen-Hochwald als der Eichen-Niederwald sollen neu begründet werden.

Erträge des Eichen-Hochwaldes[1]).

Jahr	Vornutzung Mk.	Hauptbestand Mk.	Abtriebsertrag Mk.
30	38	182	220
40	58	479	537
50	77	912	989
60	96	1383	1479

1) Nach Burckhardt's Hülfstafeln, 3. Aufl., 1873, S. 90—91.

Jahr	Vornutzung Mk.	Hauptbestand Mk.	Abtriebsertrag Mk.
70	115	1946	2061
80	144	2534	2678
90	2181[1]	1344	3525
100	—	2189	2189
110	—	3186	3186
120	—	4332	4332
130	—	5478	5478
140	—	6718	6718
150	—	8078	8078

Productionskosten des Eichen-Hochwaldes: zu Anfang jeder Umtriebszeit 50 Mark für Cultur und jährlich 4,2 Mark für Verwaltung, Schutz und Steuern.

Erträge des Eichen-Niederwaldes[2]).

Am Ende des ersten, 24 Jahre umfassenden Umtriebes ein Haubarkeitsertrag A_u von 400 Mark und im 18. Jahr ein Durchforstungsertrag D_a von 6 Mark. In den folgenden Umtriebszeiten, deren Dauer 15 Jahre beträgt, ein Abtriebsertrag $\mathfrak{A}_u$ von 500 Mark und jedesmal im 10. Jahr ein Durchforstungsertrag $\mathfrak{D}_a$ von 4 Mark.

Productionskosten des Eichen-Niederwaldes: zu Anfang der ersten Umtriebszeit für Cultur c = 50 Mark, zu Anfang jeder folgenden Umtriebszeit k = 5 Mark für Recrutirung ausgehender Pflanzen und Stöcke; jährliche Kosten v für Verwaltung, Schutz und Steuern in allen Umtriebszeiten 4,5 Mark.

1. Mit einem Zinsfuß von 3 % berechnen sich für den Eichen-Hochwald zwei Maxima des Boden-Erwartungswerthes, nämlich $^{70}B = 177{,}8$ Mark und $^{110}B = 194{,}2$ Mark. Wir wählen, da $^{110}B > {}^{70}B$ ist, die 110jährige Umtriebszeit.

Der Boden-Erwartungwerth des Eichen-Niederwaldes drückt sich durch die Formel

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u} - c + \left(\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a\, 1{,}0p^{u-a} - k \cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)\frac{1}{1{,}0p^u} - \mathfrak{V}$$

1) Hiervon 173 Durchforstungsertrag und 2008 Mark Ertrag des Lichtungshiebes, bei welchem 0,6 der Masse des Hauptbestands genutzt werden. Burckhardt unterstellt, daß die Kosten des Unterbaues durch den Unterholzertrag gedeckt werden. Dies ist bei einer 110jährigen Umtriebszeit, für welche das Maximum des Boden-Erwartungswerthes sich berechnet, wohl nicht zu erwarten. Nimmt man die Kosten des Unterbaues zu 40 Mark an, so ist der Capitalwerth derselben bei einer Umtriebszeit von 100; 110; 120 Jahren = 2,95; 2,91; 2,13 Mark. Diese Beträge sind so unbedeutend, daß sie auf die Resultate der Untersuchung, ob in dem vorliegenden Fall der Hochwald oder der Niederwald einträglicher sei, keinen Einfluß ausüben. Auch eine Aenderung der Culmination des Boden-Erwartungswerthes wird durch jene Kosten nicht bewirkt. Wäre dagegen der Erlös für die Nutzung des Unterholzes im 120. Jahre = 50 Mark, so würde das Maximum des Boden-Erwartungswerthes im 120. statt im 110. Jahre, also 10 Jahre später eintreten.

2) Wir nehmen hier Schälwald an. Ueber die Erträge desselben siehe Note 4.

aus und berechnet sich somit für unser Beispiel zu

$$\frac{400}{1{,}03^{24}} + \frac{6}{1{,}03^{15}} - 50 + \left(\frac{500 + 4 \cdot 1{,}03^5 - 5 \cdot 1{,}03^{15}}{1{,}03^{15} - 1}\right) \frac{1}{1{,}03^{24}} - 150$$
$$= 438{,}3 \text{ Mark.}$$

Hiernach würde der Eichen-Niederwald den Vorzug verdienen.

2. Der Unterschied Δ_1 der Jetztwerthe der Erträge ist $= 645{,}2 - 386{,}2 = 259{,}0$; der Unterschied Δ_2 der Jetztwerthe der Productionskosten ist $= 50 + 6{,}9 + 150 - (52{,}0 + 140) = 14{,}9$. Also ergibt sich ein Ertragsüberschuß für den Niederwald.

3. Nehmen wir den Boden-Kostenwerth zu 180 Mark an, so verzinst sich derselbe für den Hochwald zu

$$\frac{194{,}2}{180} \cdot 3 = 3{,}24\,\%,$$

für den Niederwald zu

$$\frac{438{,}3}{180} \cdot 3 = 7{,}3\,\%.$$

4. Die Differenz Δ_4 der Productionscapitalien verzinst sich durch die Differenz Δ_3 der Ertragsrenten zu

$$\frac{259}{14{,}9} \cdot 3 = 52{,}15\,\%.$$

II. **Der Eichen-Hochwald soll neu begründet werden; die Stöcke des Eichen-Niederwaldes sind bereits vorhanden.**

1. Bezeichnen wir das Maximum des Boden-Erwartungswerthes des Eichen-Hochwaldes mit ${}^uB$, den Werth der Stöcke mit W, so ist für den Zustand des wirthschaftlichen Gleichgewichtes

$${}^uB + W = \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a\, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} - \left(\mathfrak{V} + \frac{k \cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right).$$

Der Werth W der Stöcke ist für die Zwecke der Rentabilitätsberechnung eines bereits vorhandenen Niederwaldes stets als erntekostenfreier Verbrauchswerth zu veranschlagen, weil W in dem Falle, daß man den Niederwaldbetrieb aufgibt, flüssig gemacht und zinstragend angelegt werden kann.

Behalten wir die unter I angegebenen Zahlen bei und setzen wir W = 190 Mark, so ist

$${}^uB + W = 194{,}2 + 190 = 384{,}2;$$

$$\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a\, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} - \left(\mathfrak{V} + \frac{k \cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right) = \frac{500 + 4\,.\,1{,}03^5}{1{,}03^{15} - 1}$$
$$- \left(150 + \frac{5\,.\,1{,}03^{15}}{1{,}03^{15} - 1}\right) = 904{,}4 - 164{,}0 = 740{,}4.$$

Es ist also vortheilhafter, den vorhandenen Niederwald beizubehalten.

2. Der Unterschied Δ_1 der Jetztwerthe der Erträge ist $904{,}4 - 386{,}2 = 518{,}2$; der Unterschied Δ_2 der Productionscapitalien $= 190 + 150 + 14 - (140 + 52) = 162$. Mithin bleibt zu Gunsten des Niederwaldes ein Ertragsüberschuß.

3. Nehmen wir den Boden-Kostenwerth zu 180 Mark an, so verzinst sich derselbe (nach I, 3) für den Hochwald zu 3,24 %, für den Niederwald zu

$$\frac{904,4 - (164 + 190)}{180} \cdot 3 = 9,12\,\%$$

4. Die Differenz Δ_4 der Productionscapitalien verzinst sich durch die Differenz Δ_3 der Ertragsrenten zu

$$\frac{518,2}{162} \cdot 3 = 9,6\,\%.$$

Die Rentabilität eines neu anzulegenden und eines bereits vorhandenen (d. h. mit Stöcken versehenen) Niederwaldes kann sehr verschieden sein. Es wird sich unter Umständen als unvortheilhaft herausstellen, einen Niederwald neu zu begründen, aber vortheilhaft sein, einen vorhandenen Niederwald als solchen zu erhalten, und umgekehrt. Der Grund dieser Verschiedenheit liegt darin, daß der Kostenwerth der Stöcke nicht immer gleich dem Verbrauchswerthe derselben ist. Derjenige, welcher einen Niederwald auf einer Blöße erzieht, hat den vollen Kostenwerth der Stöcke zu bezahlen; wer aber einen Niederwald besitzt und prüfen will, ob der Boden desselben nicht vortheilhafter einer anderen Benutzungsweise zu widmen sei, hat den Werth der Stöcke stets als erntekostenfreien Verbrauchswerth in Rechnung zu nehmen, weil er, wenn er den Niederwaldbetrieb aufgibt, die Stöcke nur zu diesem Werthbetrage veräußern kann.

Die Rentabilität eines Niederwaldes ändert sich fortwährend mit dem Werthe der Stöcke, weil diese selbst (in positivem oder negativem Sinne) zuwachsen. Es kann ein Zeitpunkt eintreten, in welchem es sich verlohnt, die Stöcke zu roden und einen neuen Niederwald anzulegen.

Die Rentabilitätsvergleichung zwischen Hoch- und Niederwald läßt sich noch unter manchen anderen Voraussetzungen behandeln. Man kann z. B. unterstellen, daß die Ausschläge der Niederwaldstöcke zur Begründung des Hochwaldes benutzt werden &c.

Der Werth, welchen die Stöcke durch ihre Eigenschaft, mittelst der Ausschläge einen Holzbestand zu erzeugen, besitzen, kommt vornehmlich dann in Betracht, wenn die Frage vorliegt, ob es vortheilhafter sei, einen Niederwald auf kahler Fläche zu begründen, oder einen vorhandenen Niederwald zu kaufen. Man findet diesen Werth der Stöcke in dem Unterschiede zwischen dem Erwartungswerthe eines mit Stöcken versehenen Niederwaldes und dem Boden-Erwartungswerthe eines neu anzulegenden Niederwaldes. Mit Beibehaltung der unter I. gewählten Bezeichnungen drückt sich der Werth der Stöcke durch die Differenz

$$\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a\, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} - \left(\mathfrak{B} + \frac{k \,.\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right) -$$
$$\left[\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u} - c + \left(\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a\, 1{,}0p^{u-a} - k \,.\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}\right)\frac{1}{1{,}0p^u} - \mathfrak{B}\right]^{1)}$$

1) Wäre eine Nutzung von Stöcken (s. o.) vorauszusehen, so müßte der Werth derselben in Zugang, dagegen aber auch der Kostenaufwand für Neubegründung des Niederwaldes in Abzug gebracht werden.

aus. Führen wir in diese Formel die bisher angewendeten Zahlen ein, so erhalten wir 740,4 — 438,3 = 302,1. Man könnte also unter den angegebenen Verhältnissen für einen mit Stöcken versehenen Boden, vorausgesetzt, daß die Stöcke nicht gerobet, sondern zum Niederwald benutzt werden sollen, 302,1 Mark mehr zahlen, als für einen nackten Boden von derselben Bonität.

Nimmt man an, daß die erste Umtriebszeit des neu zu begründenden Niederwaldes von den folgenden in Bezug auf ihre Länge und die Größe der Erträge nicht verschieden sei, so findet man aus der obigen Formel nach einigen Reductionen den Werth der Stöcke = c — k = 50 — 5 = 45 Mark.

5. Titel.

Wahl der Bestandesbegründungs-Art.

Der Vortheil, welchen eine Bestandesbegründungs-Art vor einer andern zu bieten vermag, besteht

1. entweder darin, daß sie bei den nämlichen Abtriebszeiten größere Erträge liefert, bezw. die nämlichen oder größere Erträge bei kürzeren Abtriebszeiten gewährt, oder
2. daß sie einen geringeren Culturkostenaufwand erfordert.

Die unter 1. aufgeführten Vortheile werden indessen häufig nur durch einen größeren Culturkostenaufwand zu erkaufen sein. Die Statik hat zu bestimmen, ob der erwartete Vortheil die Kosten lohnt.

I. Wahl der Bestandesbegründungs-Art nach der Methode des Unternehmergewinns.

1) Nennen wir A_u, $D_a \ldots . \mathfrak{D}_q$, c die Erträge und Culturkosten des einen, $\mathfrak{A}_u$, $\mathfrak{D}_a \ldots \mathfrak{D}_q$, c die Erträge und Culturkosten des anderen Verfahrens, so ist mit Vernachlässigung des Bodenwerthes und unter der Voraussetzung, daß die jährlichen Kosten in beiden Fällen gleich groß sind[1]), der Vorwerth des Unterschiedes der Erträge und der Productionskosten für die eine Bestandesbegründungs-Art

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{c\,.\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} \ldots\ldots (\dagger$$

und für die andere Bestandesbegründungs-Art

$$\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{c\,.\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} \ldots\ldots (\dagger\dagger$$

1) Wären die jährlichen Kosten für die beiden Bestandesbegründungs-Arten verschieden, so kann man dieselben zum Zwecke der Rentabilitätsberechnung für die Verfahren unter I. und II. entweder von den Rauherträgen in Abzug bringen, oder sie den Culturkosten zuschlagen. In letzterem Falle würde sich dann die Rentabilitätsermittlung auf das vereinigte Capital der Cultur- und jährlichen Kosten beziehen.

Die jährliche Rente, bezw. den $m$jährigen Nachwerth (S. 117) erhält man, wenn man den Vorwerth mit $0{,}0p$, bezw. $(1{,}0p^m - 1)$ multiplicirt.

Bei der Bildung der vorstehenden beiden Ausdrücke hat man für jeden diejenige Umtriebszeit zu Grunde zu legen, welche ein Maximum des Unternehmergewinns liefert. Diese Umtriebszeit ist diejenige, für welche der Boden-Erwartungswerth culminirt; denn fügen wir in den beiden Formeln das Capital der jährlichen Kosten ein, so stellen dieselben den Boden-Erwartungswerth vor.

Ist G† größer als G††, so wird diejenige Bestandesbegründungs-Art zu wählen sein, bei welcher der ursprüngliche Culturkostenaufwand c Mark beträgt, im entgegengesetzten Falle die andere Culturmethode.

Aufgabe. Ein Kiefernbestand liefere

		in den Jahren								
		20	30	40	50	60	70	80	90	
bei künstlicher Verjüngung	an Vornutzungen	12,0	42,0	57,6	67,2	79,2	90,0	88,8	86,4	Mark
	an Abtriebsnutzungen	108,0	302,4	666,0	1267,2	2062,8	2970,0	3608,4	4214,4	"
bei natürlicher Verjüngung	an Vornutzungen	—	12,0	42,0	57,6	67,2	79,2	90,0	88,8	"
	an Abtriebsnutzungen	—	108,0	302,4	666,0	1267,2	2062,8	2970,0	3608,4	"

Der Culturkostenaufwand c bei der künstlichen Verjüngung betrage 24 Mark, zur Unterstützung der natürlichen Verjüngung seien $c = 6$ Mark erforderlich. Zinsfuß = 3 %. Welche Bestandesbegründungs-Art ist vorzuziehen?

Auflösung. Die Rechnung ergibt, daß bei der künstlichen Bestandesbegründung die 70jährige, bei der natürlichen Bestandesbegründung die 80jährige Umtriebszeit das Maximum des Boden-Erwartungswerthes liefert.

Der Unterschied der Jetztwerthe der Erträge und Productionskosten bei der künstlichen Verjüngung ist

$$\frac{2970 + 12 \,.\, 1{,}03^{50} + 42 \,.\, 1{,}03^{40} + 57{,}6 \,.\, 1{,}03^{30} + 67{,}2 \,.\, 1{,}03^{20} + 79{,}2 \,.\, 1{,}03^{10}}{1{,}03^{70} - 1}$$

$$- \left(24 + \frac{24}{1{,}03^{70} - 1}\right) = 510{,}04 - 27{,}47 = 482{,}57.$$

Der Unterschied der Jetztwerthe der Erträge und Productionskosten bei der natürlichen Verjüngung ist

$$\frac{2970 + 12 \,.\, 1{,}03^{50} + 42 \,.\, 1{,}03^{40} + 57{,}6 \,.\, 1{,}03^{30} + 67{,}2 \,.\, 1{,}03^{20} + 79{,}2 \,.\, 1{,}03^{10}}{1{,}03^{80} - 1}$$

$$- \left(6 + \frac{6}{1{,}03^{80} - 1}\right) = 365{,}77 - 6{,}62 = 359{,}15.$$

Hiernach würde die künstliche Bestandesbegründung den Vorzug verdienen.

2) Der Unterschied Δ_1 der Erträge ist im Vorwerthe

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1},$$

der Unterschied Δ_2 der Culturkostenaufwände, ebenfalls im Vorwerthe,

$$\frac{c\,.\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{c}\,.\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}.$$

Diese Ausdrücke wären für die jährliche Rente noch mit 0,0p, für den Nachwerth im Jahre m mit $(1{,}0p^m - 1)$ zu multipliciren. Ist Δ_1 größer als Δ_2, so empfiehlt es sich, Δ_2 zu verausgaben[1]).

Beispiel. Für die Positionen des vorigen Beispiels und die Methode der Vorwerthe ist

$$\Delta_1 = 510{,}04 - 365{,}77 = 144{,}27$$
$$\Delta_2 = 27{,}47 - 6{,}62 = 20{,}85.$$

Die künstliche Cultur ergibt somit einen reinen Ueberschuß von 123,42 Mark (im Vorwerthe).

II. Wahl der Bestandesbegründungs-Art nach Maßgabe der Verzinsung des Productionsaufwandes.

Die Differenz Δ_3 der Ertragsrenten ist

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + \mathfrak{D}_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) 0{,}0p$$

Die Differenz Δ_4 der Productionscapitalien ist

$$\frac{c\,.\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - \frac{\mathfrak{c}\,.\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}.$$

Erreicht $\frac{\Delta_3}{\Delta_4} \cdot 100$ das geforderte Procent, so empfiehlt es sich, Δ_4 zu verausgaben.

Beispiel. Behält man die Positionen des Beispiels unter I. bei, so ist

$$\frac{\Delta_3}{\Delta_4} \cdot 100 = \left(\frac{510{,}04 - 365{,}77}{27{,}47 - 6{,}62}\right) 3 = 20{,}8\ \%.$$

Da das geforderte Procent 3 ist, so wird in dem vorliegenden Falle die künstliche Bestandesbegründung der natürlichen vorzuziehen sein.

---

1) Siehe übrigens auch die Note 2) auf Seite 120.

6. Titel.

Bestimmung der vortheilhaftesten Bestandesdichte, insbesondere Statik des Durchforstungsbetriebes.

Bezeichnen wir die Stammzahl einer Fläche mit a und den von einem Stamme zu erwartenden reinen Ertrag summarisch mit e, so stellt e . a den Gesammt-Reinertrag dieser Fläche vor. Beobachtungen haben ergeben, daß innerhalb gewisser Grenzen e eine Function von a ist. Die Aufgabe der Statik geht dahin, die Beschaffenheit dieser Function zu untersuchen, um hieraus zu ermitteln, wann der Reinertrag einer Fläche ein Maximum erreicht. Zu diesem Zwecke hat man nicht blos die Abhängigkeit des Bestandswerthszuwachses von der Bestandesdichte zu untersuchen, sondern auch das Rechnungsverfahren festzustellen, mittelst dessen die bei verschiedenen Functionen sich ergebenden Reinerträge zu vergleichen sind.

Wir werden uns hier nur mit dem zweiten Theile dieser Aufgabe beschäftigen; der erste gehört in das Gebiet des forstlichen Versuchswesens.

Unterstellt man, was für Rentabilitätsrechnungen fast immer das einfachste ist, den aussetzenden Betrieb, so werden die Productionscapitalien bei verschiedenen Graden der Bestandesdichte entweder gar nicht oder doch nicht wesentlich differiren. Es soll daher in Nachstehendem von dem Vergleichungsverfahren B, Seite 120, kein Gebrauch gemacht werden. Auch die Methode der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung werden wir hier nicht anwenden, weil wir voraussetzen dürfen, daß der Leser an den Beispielen der vorhergehenden Titel sich bereits hinreichende Uebung in dieser Rechnungsweise erworben hat. Dafür wollen wir die Methode der laufend-jährlichen Verzinsung etwas eingehender behandeln.

I. Methode des Unternehmergewinns.

Da die Prüfung der vortheilhaftesten Stammentfernung für den nämlichen Standort vorgenommen wird, so kann der Bodenwerth im Productionsfonds vernachlässigt werden. Uebt, wie dies häufig der Fall sein wird, das Maß der Bestockung keinen Einfluß auf die Größe der jährlichen Kosten aus, so können auch diese außer Rechnung bleiben. Ebenso der Culturkostenaufwand, wenn derselbe bei den zu vergleichenden Beständen nicht verschieden ist; er kann also z. B. dann übergangen werden, wenn die Aenderung in der Stammzahl des einen oder des anderen Bestandes erst nach dem Vollzuge der Cultur eintritt und die beiden Bestände mit der nämlichen Umtriebszeit behandelt werden.

Das größte Einkommen ergibt sich bei demjenigen Abstand der Stämme, für welchen der Unterschied zwischen dem Ertrag und dem Productionsaufwand am größten ist.

1) Nehmen wir an, ein mit c Mark Culturkosten begründeter Bestand liefere die Erträge

D_a D_b D_q A_u

0 a b q u

D_a $\mathfrak{D}_b$ $\mathfrak{D}_q$ $\mathfrak{A}_u$

0 a $\mathfrak{b}$ $\mathfrak{q}$ u

D_a, $D_b \ldots . D_q$, A_u; dagegen, wenn die Durchforstung D_b im Alter b nicht eingelegt wird, die Erträge D_a, $\mathfrak{D}_\mathfrak{b} \ldots . \mathfrak{D}_q$, $\mathfrak{A}_u$; unterstellen wir weiter, die jährlichen Kosten seien für die eine Bestandsbehandlungsweise = v, für die andere = $\mathfrak{v}$, so ist der Unterschied der Vorwerthe der Erträge und Productionskosten in dem einen Falle

$$\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + D_b\,1{,}0p^{u-b} + \cdots + D_q\,1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - (V + {}^uC), \ldots (*$$

im anderen Falle

$$\frac{\mathfrak{A}_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + \mathfrak{D}_\mathfrak{b}\,1{,}0p^{u-\mathfrak{b}} + \cdots + \mathfrak{D}_q\,1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - (\mathfrak{V} + {}^uC) \ldots (**$$

Für den Zustand des wirthschaftlichen Gleichgewichtes müßte (* gleich (** sein.

Beispiel. Ein mit einem Culturkostenaufwande von 36 Mark begründeter Bestand liefere, wenn die Durchforstungen eingelegt werden

	im	30	40	50	Jahre
Vornutzungen im Betrage von		10,2	27,0	40,8	Mark

und im 60. Jahre, für welches sich das Maximum des Boden-Erwartungswerthes berechnet, einen Abtriebsertrag von 1050 Mark, dagegen, wenn die Durchforstungen stattfinden

	im	30	43	53	Jahre
Vornutzungen im Betrage von		10,2	30,0	41,7	Mark

und im 62. Jahre, für welches hier das Maximum des Boden-Erwartungswerthes eintritt, einen Abtriebsertrag von 1020 Mark. Die jährliche Ausgabe v für Verwaltung, Schutz und Steuern sei in beiden Fällen gleich groß. Welche Durchforstungsweise ist für p = 3 die einträglichere?

Der Jetztwerth der Erträge abzüglich der Productionskosten (hier blos der Culturkosten) bei der ersten Durchforstungsweise ist

$$\frac{1050 + 10{,}2 \,.\, 1{,}03^{30} + 27{,}0 \,.\, 1{,}03^{20} + 40{,}8 \,.\, 1{,}03^{10}}{1{,}03^{60} - 1} - \frac{36 \,.\, 1{,}03^{60}}{1{,}03^{60} - 1}$$

$= 240{,}9 - 43{,}4 = 197{,}5$;

bei der anderen Durchforstungsweise

$$\frac{1020 + 10{,}2 \,.\, 1{,}03^{32} + 30{,}0 \,.\, 1{,}03^{19} + 41{,}7 \,.\, 1{,}03^{9}}{1{,}03^{62} - 1} - \frac{36 \,.\, 1{,}03^{62}}{1{,}03^{62} - 1}$$

$= 219{,}7 - 42{,}9 \doteq 176{,}8.$

Die erste Durchforstungsweise wäre also im Ganzen einträglicher als die zweite.

Für die jährliche Rente sind (* und (** mit 0,0p, für den Nachwerth mit $(1{,}0p^m - 1)$ zu multipliciren.

Die Methode der Nachwerthe ist dann besonders bequem, wenn bei den zu vergleichenden Wirthschaftsverfahren die nämliche Umtriebszeit angewendet wird.

Beispiel. Untersuchung der Rentabilität des gewöhnlichen Buchen-Hochwaldbetriebes gegenüber dem „modificirten" Betriebe.

Ein Buchenhochwald liefere bei dem gewöhnlichen Betriebe und bei 120-jähriger Umtriebszeit folgende Erträge[1]).

	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Vornutzungen Mark	9,2	22,9	34,6	39,8	41,2	43,5	42,1	44,1	42,1	—
Abtriebsertrag Mark	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2244
bei dem modificirten Betrieb und der nämlichen Umtriebszeit										
Vornutzungen Mark	9,2	22,9	34,6	39,8	41,2	824	—	—	—	—
Abtriebsertrag Mark	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1869

Die Culturkosten und die jährlichen Kosten werden in beiden Fällen als gleich groß angenommen; auch wird vorausgesetzt, daß die im 80. Jahre stattfindende Verjüngung, bezw. Herstellung eines Bodenschutzholzes kostenlos erfolge oder sich durch den Ertrag des Unterholzes bezahlt mache. Das geforderte Procent sei = 3.

Da die Umtriebszeit für beide Betriebsweisen die nämliche ist, so gestaltet sich die Rechnung am einfachsten, wenn man sie nach der Methode der Nachwerthe (s. S. 117) führt.

Der auf das Ende der Umtriebszeit bezogene Nachwerth aller Erträge des gewöhnlichen Buchenhochwaldes ist

$$2244 + 9{,}2 \,.\, 1{,}03^{90} + 22{,}9 \,.\, 1{,}03^{80} + 34{,}6 \,.\, 1{,}03^{70} + 39{,}8 \,.\, 1{,}03^{60} + 41{,}2 \,.\, 1{,}03^{50} + 43{,}5 \,.\, 1{,}03^{40} + 42{,}1 \,.\, 1{,}03^{30} + 44{,}1 \,.\, 1{,}03^{20} + 42{,}1 \,.\, 1{,}03^{10} = 3689 \text{ Mark}.$$

---

1) Ertragsangaben nach Burckhardt's „Waldwerth" S. 137. Bei dem modificirten Betriebe werden vom 80. Jahre an mittelst des „Lichtungshiebes" 0,6 der Masse des derzeitigen Hauptbestandes genutzt. Wir haben angenommen, daß der Ertrag dieses Hiebes, der aus mehreren Fällungen besteht, auf das Jahr 80 reducirt sei. Der Abtriebsertrag des modificirten Betriebes, im 120. Jahr, wurde nach Rundspaden (Baur's Monatsschrift, 1867, S. 386) von 2244 Mark (Angabe Burckhardt's) auf 1869 Mark ermäßigt.

Der Nachwerth der Erträge des mobificirten Buchenhochwaldes ist

$$1869 + 9{,}2 \,.\, 1{,}03^{90} + 22{,}9 \,.\, 1{,}03^{80} + 34{,}6 \,.\, 1{,}03^{70} + 39{,}8 \,.\, 1{,}03^{60} + 41{,}2 \,.\, 1{,}03^{50} + 824 \,.\, 1{,}03^{40} + 1869 = 5621 \text{ Mark.}$$

Bei den angenommenen Ertragsansätzen wäre demnach der mobificirte Betrieb der einträglichere.

2) Will man nicht das Ende der Umtriebszeit abwarten, sondern schon im Jahre m den Effect der beiden Durchforstungsweisen prüfen, nimmt man, wie dies in der Regel der Fall sein wird, $V = \mathfrak{V}$ an und bezeichnet man die letzte Durchforstung vor dem Jahre m mit D_k bezw. $\mathfrak{D}_{\mathfrak{k}}$, so geht

der Ausdruck (* über in

$$A_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + D_b\, 1{,}0p^{m-b} + \ldots + D_k\, 1{,}0p^{m-k}$$

und der Ausdruck (** über in

$$\mathfrak{A}_m + D_a\, 1{,}0p^{m-a} + \mathfrak{D}_{\mathfrak{b}}\, 1{,}0p^{m-\mathfrak{b}} + \ldots + \mathfrak{D}_{\mathfrak{k}}\, 1{,}0p^{m-\mathfrak{k}}$$

Für den Zweck der Vergleichung kann $D_a\, 1{,}0p^{m-a}$ in beiden Ausdrücken vernachlässigt werden.

3) Nimmt man an, daß die Durchforstung in dem nämlichen Jahre aber in verschiedener Stärke erfolge und vergleicht man die Effecte der beiden Durchforstungsweisen schon nach Ablauf eines Jahres, setzt man also $\mathfrak{b} = b$, $m = b + 1$, so geht

der Ausdruck (* über in

$$A_{b+1} + D_b\, 1{,}0p$$

und der Ausdruck (** über in

$$\mathfrak{A}_{b+1} + \mathfrak{D}_b\, 1{,}0p.$$

Für den Zustand des wirthschaftlichen Gleichgewichtes wäre

$$A_{b+1} + D_b\, 1{,}0p = \mathfrak{A}_{b+1} + \mathfrak{D}_b\, 1{,}0p.$$

4) Bisher haben wir zwei verschiedene Durchforstungsgrade auf ihren wirthschaftlichen Effect verglichen. Handelt es sich aber darum, ob eine Durchforstung an und für sich, also nicht im Gegensatz zu einer anderen, stärkeren oder schwächeren, rentabel sei, nehmen wir also z. B. $\mathfrak{D}_b = 0$ an, so geht die obige Bedingungsgleichung über in

$$A_{b+1} + D_b\, 1{,}0p = \mathfrak{A}_{b+1}.$$

Bezeichnen wir den Werth, welchen der Abtriebsertrag im Jahre b vor Ausführung der Durchforstung besitzt, mit A_b und ziehen wir auf beiden Seiten der Gleichung A_b ab, so bleibt

$$A_{b+1} - A_b + D_b\, 1{,}0p = \mathfrak{A}_{b+1} - A_b$$

oder

$$A_{b+1} - (A_b - D_b) = \mathfrak{A}_{b+1} - A_b - D_b\, 0{,}0p.$$

Es stellt $A_{b+1} - (A_b - D_b)$ den Jahreszuwachs[1]) der nach Ausführung einer Durchforstung stehen gebliebenen Stämme, $\mathfrak{A}_{b+1} - A_b$ den Jahreszuwachs des nicht durchforsteten Bestandes vor. Dieser letztere Zuwachs setzt sich zusammen aus dem Zuwachs Z an $A_b - D_b$ und dem Zuwachs $\mathfrak{Z}$ an D_b. Es muß also für das wirthschaftliche Gleichgewicht

$$A_{b+1} - (A_b - D_b) = Z + \mathfrak{Z} - D_b\, 0{,}0p$$

sein. Hieraus lassen sich nachstehende Folgerungen ziehen.

A. Für das wirthschaftliche Gleichgewicht muß der Zuwachs derjenigen Stämme, welche nach einer Durchforstung dem Bestande verbleiben, gleich sein:

a) dem Zuwachs, welchen diese Stämme geliefert haben würden, wenn die Durchforstung nicht vorgenommen worden wäre, plus

b) dem Zuwachs, welchen die ausgeforsteten Stämme geliefert haben würden, wenn die Durchforstung nicht vorgenommen worden wäre, minus

c) den Zinsen vom Werthe der ausgeforsteten Stämme.

In dem vorliegenden Falle könnte also die Durchforstung ebensowohl vorgenommen werden wie unterbleiben.

B. Ist $A_{b+1} - (A_b - D_b) > Z + \mathfrak{Z} - D_b\, 0{,}0p$, so stellt sich die Durchforstung als vortheilhaft dar.

C. Ist $A_{b+1} - (A_b - D_b) < Z + \mathfrak{Z} - D_b\, 0{,}0p$, so ist die Durchforstung unvortheilhaft, muß also unterbleiben.

D. Uebt die Ausforstung einer Stammclasse D_b keinen Einfluß auf den Zuwachs Z des bleibenden Bestandes aus [ist also $A_{b+1} - (A_b - D_b) = Z$] und ist zugleich

a) $\mathfrak{Z} - D_b\, 0{,}0p = 0$, d. h. verzinst sich D_b im Walde noch gerade zu dem geforderten Wirthschaftsprocent p, so kann die Durchforstung ebensowohl vorgenommen werden wie unterbleiben.

b) Ist dagegen $\mathfrak{Z} - D_b\, 0{,}0p$ negativ, also $\mathfrak{Z} < D_b\, 0{,}0p$, d. h. verzinst sich die Stammclasse D_b durch ihren Zuwachs nicht mehr zu dem geforderten Wirthschaftsprocent p, so muß sie ausgeforstet werden.

E. Die für die Einträglichkeit einer Durchforstung unter B) angegebene Bedingung

$$A_{b+1} - (A_b - D_b) > Z + \mathfrak{Z} - D_b\, 0{,}0p$$

kann ein durchforsteter Bestand um so eher erfüllen:

a) Je mehr der Zuwachs $A_{b+1} - (A_b - D_b)$ der stehen bleibenden Stämme durch die Freistellung gesteigert wird, d. h. je größer

---

1) Hier wie in dem Folgenden ist unter Zuwachs stets der Werthszuwachs verstanden.

der Lichtungszuwachs

$$A_{b+1} - (A_b - D_b) - Z \text{ ist.}$$

b) Je kleiner $\mathfrak{Z} - D_b\, 0{,}0p$ ist.

Beträgt der Zuwachs $\mathfrak{Z}$, welcher im Laufe eines Jahres an D_b erfolgt, $\mathfrak{p}$ Procent von D_b, so ist

$$\mathfrak{Z} - D_b\, 0{,}0p = D_b\, 0{,}0\mathfrak{p} - D_b\, 0{,}0p = D_b \left(\frac{\mathfrak{p} - p}{100}\right).$$ [1]

5) Kehren wir wieder zu der Betrachtung des Falles zurück, daß zwei Durchforstungsweisen auf ihre Rentabilität verglichen werden sollen. Nehmen wir jetzt an, bei beiden werde der nämliche Lichtungszuwachs erzeugt, und untersuchen wir die Beschaffenheit der auszuforstenden Stämme.

a) Gesetzt, es lasse sich ein Lichtungszuwachs $A_{b+1} - (A_b - D_b + Z)$ mittelst des Aushiebs einer und derselben Holzmenge im Werthe von D_b Mark erzeugen, welche das eine Mal durch Nutzung von Stämmen mit geringerem, das andere Mal durch Nutzung von Stämmen mit höherem Zuwachsprocent gewonnen wird, so würde es sich nach E, b empfehlen, die Stämme mit dem geringeren Zuwachsprocent auszuforsten.

b) Könnte dagegen der nämliche Lichtungszuwachs durch den Aushieb verschiedener Mengen von Durchforstungsholz erzeugt werden, so kommt bei der Auswahl der zu nutzenden Stämme nicht blos das Zuwachsprocent, sondern auch der Werth derselben in Betracht, weil bei Stämmen mit höherem Zuwachsprocent aber geringerem Werthe der Ausdruck $D_b \left(\frac{\mathfrak{p} - p}{100}\right)$ unter Umständen kleiner sein kann, als bei Stämmen mit geringerem Zuwachsprocent und größerem Werthe.

Beispiel. Nehmen wir an, ein Lichtungszuwachs von einem gewissen Betrage könne das eine Mal hergestellt werden durch den Aushieb eines Stammes mit dem Werthe $D_b = 100$ und dem Zuwachsprocent 5, das andere Mal durch den Aushieb zweier Stämme mit einem Werthe von je 50 und und einem Zuwachsprocent 4,5, so würde für $p = 3$

bei dem ersten Stamme

$$D_b \left(\frac{\mathfrak{p} - p}{100}\right) = 100 \left(\frac{5 - 3}{100}\right) = 2,$$

---

1) Dieser Ausdruck macht zugleich die Abhängigkeit ersichtlich, in welcher die Stärke einer Durchforstung zu dem geforderten Wirthschaftsprocent p steht. Er zeigt, daß D_b für $\mathfrak{p} = p$ schon dann ausgeforstet werden muß, wenn der Aushieb von D_b auch nur eine minimale Hebung des Zuwachses der stehen bleibenden Stämme bewirkt. Hätte man z. B. $p = 5$ angenommen, so müßten mindestens alle Stämme genutzt werden, deren Zuwachsprocent nicht mehr als 5 beträgt.

bei den zwei anderen Stämmen

$$D_b \left(\frac{\mathfrak{p} - p}{100}\right) = 100 \left(\frac{4,5 - 3}{100}\right) = 1,5$$

sein. Es würde sich also in dem vorliegenden Falle empfehlen, die Freistellung durch Aushieb der beiden Stämme, welche das Zuwachsprocent 4,5 besitzen, zu bewirken.

Wäre dagegen zur Erzeugung des nämlichen Lichtungszuwachses der Aushieb von drei Stämmen mit dem Werthe von je 50 und dem Zuwachsprocent 4,5 erforderlich, so würde für diese

$$D_b \left(\frac{\mathfrak{p} - p}{100}\right) = 150 \left(\frac{4,5 - 3}{100}\right) = 2,25$$

sein. Hiernach erschiene es vortheilhafter, den einen Stamm mit dem Zuwachsprocent 5 auszuforsten.

6) Wachsen bei einer gewissen Durchforstungsweise die stehenbleibenden Stämme um $\mathfrak{p}\,\%$, bei einer anderen Durchforstungsweise um $\mathfrak{p}_1\,\%$ zu, so finden wir $\mathfrak{p}_1$ für den Fall, daß die eine Durchforstungsweise ebenso einträglich sein soll als die andere, aus der unter 3) angegebenen Gleichung

$$A_{b+1} + D_b\, 1,0p = \mathfrak{A}_{b+1} + \mathfrak{D}_b\, 1,0p,$$

wenn wir in derselben

$$A_{b+1} = (A_b - D_b)\, 1,0\mathfrak{p} \text{ und } \mathfrak{A}_{b+1} = (A_b - \mathfrak{D}_b)\, 1,0\mathfrak{p}_1$$

setzen. Wir erhalten alsdann

$$(A_b - D_b)\, 1,0\mathfrak{p} + D_b\, 1,0p = (A_b + \mathfrak{D}_b)\, 1,0\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{D}_b\, 1,0p;$$

hieraus ergibt sich

$$\mathfrak{p}_1 = \left[\frac{(A_b - D_b)\, 1,0\mathfrak{p} + (D_b - \mathfrak{D}_b)\, 1,0p}{A_b - \mathfrak{D}_b} - 1\right] 100$$

Aufgabe. Angenommen in einer Reihenpflanzung folge stets auf einen Stamm mit dem Werthe 100 und dem Zuwachsprocent 5 ein Stamm mit dem Werthe 90 und dem Zuwachsprocent 4,5. Durch den Aushieb der schwächeren Stämme werde das Zuwachsprocent der stehen bleibenden stärkeren um 1 gesteigert. Um welchen Betrag muß das Zuwachsprocent der schwächeren Stämme steigen, wenn es vortheilhaft sein soll, die stärkeren Stämme auszuforsten?

Auflösung. In dem vorliegenden Falle ist $A_b = 190$, $D_b = 90$, $\mathfrak{D}_b = 100$, also

$$\mathfrak{p}_1 = \left[\frac{(190-90)\, 1,06 + (90-100)\, 1,03}{190-100} - 1\right] 100$$

$$= \left[\frac{100 \,.\, 1,06 - 10 \,.\, 1,03}{90} - 1\right] 100 = 6,33.$$

Es müßte demnach das Zuwachsprocent der schwächeren Stämme um mehr als $6,33 - 4,5 = 1,83$ steigen.

Wir brauchen wohl kaum zu bemerken, daß die Zahlen in den vorstehenden Beispielen willkürlich angenommen wurden und daß sich bei der Wahl anderer Zahlen auch andere Resultate ergeben haben würden. Versuche mit der Ausforstung prädominirender Stämme dürfen sich jedoch nicht blos auf ein Jahr erstrecken, sondern sind auf einen längeren Zeitraum auszudehnen, weil auch der Fall vorzusehen ist, daß schwächere Stämme nach ihrer Freistellung nur anfangs einen verhältnißmäßig größeren Zuwachs anlegen, später aber hinter den prädominirenden, lebenskräftigeren Stämmen zurückbleiben.

II. Bestimmung der vortheilhaftesten Bestandesdichte nach der Verzinsung des Productionsaufwandes.

Nach dem unter I auf Seite 199 Bemerkten soll hier nur gelehrt werden, wie man die Methode der laufend-jährlichen Verzinsung für den vorliegenden Zweck anwendet.

1) Verfahren von Preßler[1]).

Der Productionsfonds einer Stammclasse besteht zunächst aus dem eigenen Werthe D_b dieser Classe, dann aber aus demjenigen Theile von $(B + V)$, welchen die Classe dadurch in Anspruch nimmt, daß sie den Rest des Bestandes — den „Hauptbestand" — hindert, einen größeren Zuwachs anzulegen. Es sei jener Theil $= x(B + V)$ so drückt sich das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung des Productionsfonds durch die Formel

$$p_1 = \frac{(D_{b+1} - D_b)\ 100}{D_b + x\,(B + V)}$$

aus. Zur Ermittlung von x führt nach Preßler folgende Betrachtung. Offenbar hat der Zuwachs $A_{b+1} - A_b$ des durchforsteten Bestandes außer dem Bestandswerth auch noch $(B + V)$ zu verzinsen. Gesetzt aber, der Bestand erlange, wenn der Aushieb von D_b unterlassen wird, nur den Verbrauchswerth $\mathfrak{A}_{b+1}$, es erfolge also ein Zuwachsausfall im Betrage von

$$A_{b+1} - A_b - (\mathfrak{A}_{b+1} - A_b) = A_{b+1} - \mathfrak{A}_{b+1},$$

so wird $D_{b+1} - D_b$ die Zinsvergütung für den entsprechenden (xten) Theil von $(B + V)$ zu leisten haben. Wir finden x aus der Proportion

$$A_{b+1} - A_b : \mathfrak{A}_{b+1} - A_b = (B + V) : x\,(B + V),$$

aus welcher

$$x = \frac{A_{b+1} - \mathfrak{A}_{b+1}}{A_{b+1} - A_b}$$

---

1) Das Gesetz der Stammbildung, 1865, S. 56.

folgt. Es ist somit

$$p_1 = \frac{(D_{b+1} - D_b)\,100}{D_b + (B + V)\,\dfrac{(A_{b+1} - \mathfrak{A}_{b+1})}{A_{b+1} - A_b}}.$$

Verlangt nun der Waldbesitzer eine p procentige Verzinsung der Capitalien, mit welchen er die Wirthschaft betreibt, so muß D_b dann ausgeforstet werden, wenn das nach vorstehender Formel ermittelte Verzinsungsprocent p_1 das Wirthschaftsprocent p nicht erreicht.

Für $x = 0$ ist

$$p_1 = \frac{(D_{b+1} - D_b)\,100}{D_b}$$

d. h. es hat der Werthszuwachs $D_{b+1} - D_b$ in diesem Falle nur den Werth D_b der betr. Stammclasse zu verzinsen. Dieses Resultat wurde bereits unter I, 4, D auf einem anderen Wege erlangt.

Setzt man $D_{b+1} - D_b = D_b \,.\, 0{,}0\mathfrak{p}$, $\mathfrak{A}_{b+1} - A_b = A_b \,.\, 0{,}0\mathfrak{p}_2$, $A_{b+1} - A_b = A_b \,.\, 0{,}0\mathfrak{p}_3$, so ist $A_{b+1} - \mathfrak{A}_{b+1} = A_b\,(0{,}0\mathfrak{p}_3 - 0{,}0\mathfrak{p}_2)$ und es verwandelt sich die Formel

$$p_1 = \frac{(D_{b+1} - D_b)\,100}{D_b + (B + V)\,\dfrac{(A_{b+1} - \mathfrak{A}_{b+1})}{A_{b+1} - A_b}}$$

in den Ausdruck

$$p_1 = \frac{D_b \,.\, 0{,}0\mathfrak{p} \,.\, 100}{D_b + (B + V)\,\dfrac{(\mathfrak{p}_3 - \mathfrak{p}_2)}{\mathfrak{p}_3}}.$$

Um zufällige Abnormitäten des Zuwachses, wie solche z. B. durch die Witterung ꝛc. hervorgerufen werden, auszuschließen, empfiehlt es sich, statt $D_{b+1} - D_b$ den Durchschnitt aus mehreren Jahreszuwachsen zu nehmen. Soll dieser Durchschnitt aus einer größeren Zahl von Jahren abgeleitet werden, so hat man hierzu die Formel anzuwenden, welche wir in der Anmerkung zu Ziffer 3 auf Seite 124 angegeben.

2) **Verfahren des Verfassers.**

Das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung des gesammten Productionsfonds ist

a) für den Fall, daß nicht durchforstet wird,

$$= \frac{(\mathfrak{A}_{b+1} - A_b)\,100}{A_b + B + V} = p_1,$$

b) für den Fall, daß durchforstet wird,

$$= \frac{[A_{b+1} - (A_b - D_b) + D_b \,.\, 0{,}0p]\,100}{A_b + B + V} = p'_1$$

Wir werden also dann durchforsten, wenn $p'_1 > p_1$.

Da der Nenner des Bruches, durch welchen sich das Procent der laufend-jährlichen Verzinsung ausdrückt, in beiden Fällen der nämliche ist, so haben wir nur die Zähler zu vergleichen. Die Durchforstung wird also dann einträglich sein, wenn

$$A_{b+1} - (A_b - D_b) + D_b\, 0{,}0p > \mathfrak{A}_{b+1} - A_b.$$

Es ist dasselbe Resultat, welches wir nach der Methode des Unternehmergewinns (I, 4) erhalten haben.

Noten.

Note 1.

Wahl der Zinsenberechnungsart.

I. Methoden der Zinsenberechnung.

Für die bei Waldwerthrechnungen vorkommenden Prolongirungen, Discontirungen und Rentenrechnungen hat man folgende Zinsenberechnungsarten vorgeschlagen.

1) Die Rechnung mit einfachen Zinsen.

Dieselbe setzt voraus, daß nur das Capital Zinsen trägt, daß dagegen die Zinsen, welche das Capital jährlich abwirft, nicht wieder Zinsen bringen.

2) Die Rechnung nach Zinseszinsen oder Doppelzinsen.

Alle eingegangenen Zinsen nehmen die Natur von Capitalien an, liefern also selbst wieder Zinsen.

3) Die Rechnung nach arithmetisch-mittleren Zinsen.

Die Resultate derselben sind das arithmetische Mittel aus den nach 1) und 2) erhaltenen Resultaten. Bezeichnet man letztere mit a und b, so würde also die Rechnung nach arithmetisch-mittleren Zinsen $\frac{a+b}{2}$ ergeben. So z. B. ist der Jetztwerth von 40 Mark, welche nach 60 Jahren eingehen, unter Zugrundelegung eines Zinsfußes von 3 % und der Rechnung mit arithmetisch-mittleren Zinsen

$$= \left[\frac{40}{1{,}03^{60}} + \frac{40 \,.\, 100}{100 + 180}\right] : 2 = [40 \,.\, 0{,}1697 + 40 \,.\, 0{,}3571] : 2$$

$= 10{,}536$ Mark.

Ueber die Bestimmung des Jetztwerthes einer Einnahme nach den Gesetzen der Zinseszinsrechnung siehe Note 2. Der Jetztwerth derselben Einnahme, berechnet nach den Regeln der einfachen Zinsrechnung, ergibt sich durch folgende Betrachtung. Nennt man x das Capital, welches bei einem Zinsfuß von p Procent nach 60 Jahren mit einfachen Zinsen auf 40 Mark anwächst, so ist

$$40 = x + \frac{x \,.\, 60 \,.\, p}{100}; \text{ hieraus folgt } x = \frac{40 \,.\, 100}{100 + 60 \,.\, p}.$$

4) Die Rechnung nach geometrisch-mittleren Zinsen.

Die Resultate derselben sind das geometrische Mittel aus den Resultaten von 1) und 2), also $\sqrt{ab}$. So berechnet sich das vorhergehende Beispiel nach geometrisch-mittleren Zinsen zu

$$\sqrt{\left(\frac{40}{1{,}03^{60}} \times \frac{40 \,.\, 100}{100 + 180}\right)} = 9{,}847.$$

5) Die Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen.

Die jedesmaligen einfachen Zinsen des ursprünglichen Capitals tragen von der Zeit ihres Eingangs an ebenfalls einfache Zinsen. Es wird also z. B. aus einem Capital 100 bei 4 % werden:

nach Ablauf des 1. Jahres $100 + 4 = 104$
„ „ „ 2. „ $100 + 8 + 4 \,.\, 0{,}04 = 108{,}16$
„ „ „ 3. „ $100 + 12 + 4 \,.\, 0{,}04 \,.\, 2 + 4 \,.\, 0{,}04 = 112{,}48$
„ „ „ 4. „ $100 + 16 + 4 \,.\, 0{,}04 \,.\, 3 + 4 \,.\, 0{,}04 \,.\, 2 + 4 \,.\, 0{,}04 = 116{,}96.$

Die allgemeine Formel zur Prolongirung nach der Regel der beschränkten Zinseszinsen lautet für das Capital 1 und einen Zeitraum von n Jahren:

$$1 + \left(n + \frac{n\,(n-1)}{2}\, 0{,}0p\right) 0{,}0p.$$

II. Würdigung der Zinsenberechnungsarten.

1) Würdigung der Rechnung nach einfachen Zinsen.

Gegen die Anwendung der Rechnung mit einfachen Zinsen spricht Folgendes.

A. Diese Rechnungsweise beruht auf Voraussetzungen, welche mit der Natur des Geldes in Widerspruch stehen.

Denn es ist in Bezug auf die Eigenschaft des Geldes, Zinsen zu tragen, ganz gleichgültig, ob dasselbe ursprünglich Capital war oder von den Zinsen eines Capitales herrührt. Thatsächlich kann alles Geld zinsentragend angelegt werden.

Der eben erwähnte Widerspruch der einfachen Zinsrechnung mit den thatsächlichen Verhältnissen tritt besonders deutlich hervor, wenn man die Zinsen zu einem größeren Betrage anwachsen läßt. So z. B. verdoppelt sich ein Capital nach dieser Rechnungsweise bei 5 % in 20 Jahren; es werden also aus 1000 Mark nach 20 Jahren 2000 Mark. Letztere Summe besteht zur einen Hälfte aus dem im Jahre 0 angelegten Capital, zur andern Hälfte aus den innerhalb 20 Jahren aufgewachsenen Zinsen. Nun soll man nach der Regel der einfachen Zinsrechnung annehmen, nur die ersten 1000 Mark könnten Zinsen tragen, die anderen 1000 Mark dagegen seien ein todtes Capital! Man sieht, daß diese Annahme völlig absurd ist.

Die Voraussetzungen der Rechnung mit einfachen Zinsen lassen sich aber bei Waldwerthrechnungen um so weniger einhalten, als es häufig

gar nicht entschieden werden kann, ob eine gewisse Geldsumme als Capital oder als Zins zu betrachten ist. Fälle dieser Art folgen unter B.

B. Die Rechnung mit einfachen Zinsen führt bei der Bestimmung des Capitalwerthes immerwährender Renten zu unanwendbaren Resultaten.

Der Capitalwerth K einer immerwährenden, alle n Jahre eingehenden Rente R läßt sich nach der Rechnung mit einfachen Zinsen in zweifacher Weise ermitteln:

a) Man betrachtet R als die n maligen Zinsen eines Capitals C. Es ist dann

$$K\frac{np}{100} = R; \text{ hieraus } K = R\,\frac{100}{np}\text{[1]}.$$

Vergleicht man nun den Werth von K mit dem gegenwärtigen Capitalwerth K_1 einer endlichen Anzahl von Renten R, welche in Zwischenräumen von n Jahren und im Ganzen m mal eingehen, so erhält man, wenn man m hinlänglich groß annimmt, das absurde Resultat, daß $K < K_1$, d. h. daß der gegenwärtige Werth einer unendlichen Anzahl von Renten kleiner ist, als der gegenwärtige Werth einer endlichen Anzahl von Renten.

Denn es läßt sich, will man den Voraussetzungen der Rechnung mit einfachen Zinsen getreu bleiben, K_1 nur in der Weise bestimmen, daß man jedes R auf die Gegenwart discontirt. Hiernach wäre

$$K_1 = R\,\frac{100}{100+np} + R\,\frac{100}{100+2np} + \cdots + R\,\frac{100}{100+mnp}\text{[2]}.$$

Setzt man nun z. B. $R = 1$, $n = 40$, $p = 5$, so ist

$$K = R\,\frac{100}{np} = \frac{1\cdot 100}{40\cdot 5} = 0{,}5000.$$

---

1) Denn wenn 100 Mark in n Jahren np Mark Zinsen tragen, so ergeben sich für K Mark in derselben Zeit $K\,\frac{np}{100}$ Mark, nach der Proportion $100 : np = K : x$.

2) Man kann sich nämlich dasjenige R, welches nach n Jahren eingeht, entstanden denken aus einem im Jahre 0 angelegten Capitale R_1 und den n jährigen Zinsen desselben, welche nach Obigem $= R_1\,\frac{np}{100}$ sind. Es ist mithin

$$R = R_1 + R_1\,\frac{np}{100} = R_1\left(\frac{100+np}{100}\right); \text{ hieraus } R_1 = R\,\frac{100}{100+np}.$$

Ebenso findet man den Jetztwerth derjenigen Rente, welche nach 2n Jahren eingeht $= R\,\frac{100}{100+2\,np}$ u. s. w.

Es bedarf aber nur der Annahme von zwei Gliedern, um $K_1 > K$ zu machen, denn setzen wir $m = 2$, so ist

$$K_1 = \frac{1 \,.\, 100}{100 + 40 \,.\, 5} + \frac{1 \,.\, 100}{100 + 80 \,.\, 5}$$

$$= 0{,}3333 + 0{,}2000 = 0{,}5333,$$

mithin $K_1 > K$.

Dieses Resultat erklärt sich dadurch, daß man R bei der Berechnung von K blos als Zins, dagegen bei der Berechnung von K_1 als Capital und Zins angesehen hat. Da es nun für die Ermittlung von K_1 keine andere Rechnungsweise, als die vorhin geführte, gibt, so muß die Methode, nach welcher oben der Werth von K ermittelt wurde, als unanwendbar betrachtet werden.

Den Capitalwerth einer fortbauernden, alle n Jahre eingehenden Rente haben nach der Formel $R \frac{100}{np}$ berechnet: Cotta (Waldwerthberechnung, 1818, Tafel II.), v. Gehren (Tafel III.), Hierl (S. 15 der Zinstabellen), Burckhardt (S. 112 und Tafel IV. c., S. 223) u. A. Sie alle erhalten dadurch das oben erwähnte absurde Resultat. Burckhardt hat diesen Mißstand bemerkt (S. 110), ohne ihn durch Anwendung der richtigen Formel (siehe unten b) zu beseitigen.

Selbstverständlich ergibt sich der nämliche Widerspruch, wenn man den Capitalwerth einer immerwährenden, alljährlich am Jahresschlusse wiederkehrenden Rente nach der Formel $R \frac{100}{p}$, dagegen den Werth einer endlichen Rente, welche ebenfalls jährlich, aber im Ganzen nur m mal erfolgt, nach der Formel $R \frac{100}{100 + p} + R \frac{100}{100 + 2p} + \cdots + R \frac{100}{100 + mp}$ berechnet. Es fällt dann, wenn m hinlänglich groß ist, der Werth der endlichen Rente größer aus, als der Werth der immerwährenden Rente. So z. B. beträgt nach Hierl (S. 20 ff. seiner Tafeln) der Jetztwerth einer Rente 1, welche 36 mal jährlich am Jahresschlusse eingeht, bei einem Zinsfuß von 5 Procent 20,2746, während der Capitalwerth einer immerwährenden Rente nur 20,000 ist. Für eine 200 jährige Rente berechnet sich nach Hierl sogar ein Jetztwerth von 47,5075!

Cotta suchte den vorerwähnten Widerspruch dadurch aufzuheben, daß er den Jetztwerth einer endlichen jährlichen Rente nach der Formel $R \frac{100}{p} - R \frac{100}{p}\left(\frac{100}{100 + mp}\right)$ berechnete (Tafel IV. der ersten Auflage seiner Waldwerthrechnung, Tafel V. der späteren Auflagen). Er sieht also die endliche Rente als das vordere Stück einer immerwährenden Rente an; dadurch bringt er es zu Wege, daß der Jetztwerth der ersteren stets kleiner ausfällt, als derjenige der letzteren. Allein er veranschlagt dabei den Werth der endlichen Rente immer noch zu groß, was daher rührt, daß er bei der Berechnung

des hinteren Rentenstückes $R \frac{100}{p}$ als aus Capital und Zinsen bestehend betrachtet, während er bei der Berechnung des Jetztwerthes der ganzen immerwährenden Rente $R \frac{100}{p}$ blos als Capital ansieht. Oder: Cotta unterstellt, daß im Jahre m das Capital $R \frac{100}{p}$ existire, welches von da an jährlich die Interessen R bringt; beim Discontiren von $R \frac{100}{p}$ auf das Jahr 0 nimmt er dagegen an, $R \frac{100}{p}$ bestehe aus einem im Jahre 0 angelegten Capital und dessen bis zum Jahre m aufgewachsenen Interessen. Er fehlt also gegen die Voraussetzungen der Rechnung mit einfachen Zinsen, indem er ein Capital discontirt. So kann er es doch auch nicht vermeiden, daß der Jetztwerth einer immerwährenden Rente, wenn man dieselbe in Stücke zerlegt und diese einzeln auf die Gegenwart discontirt, größer ausfällt, als der Jetztwerth der nämlichen Rente, wenn man denselben in einem Ansatz nach der Formel $R \frac{100}{p}$ berechnet. Wir erhalten nämlich im ersten Falle, wenn wir, nach Cotta's Anleitung, den Jetztwerth von m jährlichen Renten zu Anfang der m jährigen Periode $= R \frac{100}{p} - R \frac{100}{p} \left(\frac{100}{100 + mp}\right) = M$ setzen:

$$M + M \left(\frac{100}{100 + mp}\right) + M \left(\frac{100}{100 + 2mp}\right) + \cdots\cdots$$

Diese Reihe ist eine harmonische, der Summenwerth derselben also $= \infty$[1]), während die Formel $R \frac{100}{p}$ einen endlichen Werth gibt. Man erhält demnach für eine und dieselbe Rente nach der einen Berechnungsweise einen unendlichen, nach der anderen einen endlichen Werth. Bricht man die Reihe der Stückrenten bei irgend einem Gliede ab, läßt man z. B. M nur n mal sich wiederholen, so kann sogar, wenn n groß genug ist, der Fall eintreten, daß der Jetztwerth einer endlichen Rente sich größer gestaltet, als der Jetztwerth einer unendlichen Rente. Es sei z. B. $R = 1000$, $p = 5$, $m = 20$, $n = 4$, so ist

$$R \frac{100}{p} = \frac{1000 . 100}{5} = 20000;$$

$$M = R \frac{100}{p} - R \frac{100}{p} \left(\frac{100}{100 + mp}\right) = 20000 - 20000 \left(\frac{100}{100 + 20 . 5}\right) = 10000$$

und $M + M \left(\frac{100}{100 + mp}\right) + M \left(\frac{100}{100 + 2mp}\right) + M \left(\frac{100}{100 + 3mp}\right) =$

$$10000 + 10000 \cdot \frac{100}{200} + 10000 \cdot \frac{100}{300} + 10000 \cdot \frac{100}{400} =$$

$$10000 + 5000 + 3333 + 2500 = 20833;$$

es würde also der Werth einer innerhalb 80 Jahren 4mal wiederkehrenden Rente von 1000 Mark um 833 Mark größer sein, als der Werth einer immerwährenden Rente von demselben jährlichen Betrage.

---

1) S. Seite 216.

v. Gehren (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1864, S. 76) sucht zwar auch über diesen Widerspruch hinauszukommen, indem er das Zerstückeln einer Rente kurzer Hand verbietet; allein mit diesem willkürlichen Verfahren sind die Schäden der einfachen Zinsrechnung nicht aufgehoben, sondern nur zugedeckt.

b) Man betrachtet jede Einnahme R als den Nachwerth eines im Jahre 0 verzinslich angelegten Capitals. Hiernach berechnet sich der Capitalwerth K_2 der ganzen immerwährenden Rente folgendermaßen:

$$K_2 = R\,\frac{100}{100 + np} + R\,\frac{100}{100 + 2np} + R\,\frac{100}{100 + 3np} + \cdots\cdots$$

Wir erhalten hier eine unendliche harmonische Reihe, deren Summenwerth unendlich groß ist, mithin wäre $K_2 = \infty$ [1]).

Unter einer harmonischen Reihe versteht man eine Folge von Brüchen, deren Zähler alle gleich sind, während die Nenner eine arithmetische Reihe bilden. Daß die Summe aller dieser Brüche bei einer unendlichen harmonischen Reihe den Werth ∞ besitzt, läßt sich folgendermaßen beweisen. Es sei die harmonische Reihe

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots\cdots$$

zu summiren. Theilen wir diese Reihe in Gruppen

$$\frac{1}{2};\ \frac{1}{3} + \frac{1}{4};\ \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8};\cdots\cdots$$

deren letzte Glieder die auf einander folgenden Potenzen von 2 sind, so ist die erste Gruppe $= \frac{1}{2}$, der Summenwerth jeder folgenden Gruppe aber größer als $\frac{1}{2}\cdot$ Denn offenbar ist

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} > \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

u. s. w. Der Summenwerth der obigen Reihe ist also mindestens $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \cdots\cdots = \infty$, weil jede unendliche Folge von endlichen Größen die Summe ∞ liefert. Hätte man die Reihe

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \cdots\cdots,$$

so würde man die Gruppen

$$\frac{1}{3};\ \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9};\ \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \cdots\cdots + \frac{1}{27};\cdots\cdots$$

1) Vergl. Arnd: Das Unstatthafte der einfachen Zinsrechnung bei Werthschätzung der Wälder. Pfeil's Krit. Blätter, 1824, II, 1, S. 66.

bilden und beweisen, daß die Summe dieser Reihe mindestens $= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots\cdots = \infty$ ist. Es läßt sich also, mittelst entsprechender Gruppenbildung, bei jeder unendlichen harmonischen Reihe der Beweis erbringen, daß ihr Summenwerth unendlich groß ist.

Diese Rechnungsweise hat den Vorzug, daß sie vollständig mit derjenigen übereinstimmt, nach welcher oben (a) der Werth einer endlichen Rente ermittelt wurde; es kann daher hier auch nicht der Fall eintreten, daß der Jetztwerth einer endlichen Rente größer, als der einer immerwährenden Rente wird: dagegen stellt sich der Werth $K_2 = \infty$ als gänzlich unanwendbar dar, weil der Werth eines Gutes, welches alle n Jahre den Reinertrag R liefert, thatsächlich kein unendlich großer, sondern ein endlicher ist.

Die Rechnung mit einfachen Zinsen bietet demnach zur Ermittlung des Capitalwerthes einer immerwährenden Rente keinen brauchbaren Ausdruck dar. Denn nimmt man für letzteren $R \frac{100}{p}$ an, so kann es vorkommen, daß der Jetztwerth einer endlichen Rente größer ausfällt, als derjenige einer immerwährenden Rente; der Ausdruck $K_2 = \infty$ ist aber an und für sich absurd.

Beiläufig soll noch bemerkt werden, daß die Rechnung mit einfachen Zinsen bei stationsweisem Prolongiren und Discontiren äußerst unbequem ist, wenn die Voraussetzungen dieser Rechnungsweise genau eingehalten werden sollen.

Denn es sei z. B. das Capital V vom Jahre 0 an auf das Jahr n mit einfachen Zinsen direct zu prolongiren, so ist $N = V + \frac{V\,np}{100}$. Prolongirt man dagegen V zuerst auf das Jahr a, welches zwischen dem Jahre 0 und dem Jahre n liegt, und dann auf das Jahr n, so ist

$$\left(V + \frac{V\,ap}{100}\right)\left(1 + \frac{(n-a)\,p}{100}\right) = V + \frac{V\,ap}{100} + \frac{V(n-a)\,p}{100} + \frac{V\,ap}{100} \cdot \frac{(n-a)\,p}{100}$$

$$= V + \frac{V\,np}{100} + \frac{V\,ap}{100} \cdot \frac{(n-a)\,p}{100}.$$

Es ist daher der mittelst stationsweiser Prolongirung berechnete Nachwerth von V um $\frac{V\,ap}{100} \cdot \frac{(n-a)\,p}{100}$ zu groß. $\frac{V\,ap}{100} \cdot \frac{(n-a)\,p}{100}$ stellt aber die Zinsen vor, welche die bis zum Jahre a aufgewachsenen einfachen Zinsen von V vom Jahre a bis zum Jahre n liefern. Man sieht also, daß hier das Wesen der einfachen Zinsrechnung aufgegeben wurde, indem man Zinsen von Zinsen rechnete.

Beispiel. Es sei $V = 10000$, $p = 5$, $n = 20$, $a = 10$, so erhält man bei directer Prolongirung den Nachwerth $N = V + \frac{Vnp}{100} = 10000 + 10000 \cdot \frac{20 \cdot 5}{100}$ $= 20000$; dagegen, wenn man V zuerst auf das Jahr a und dann auf das Jahr n prolongirt, $V + \frac{Vnp}{100} + \frac{Vap}{100} \cdot \frac{(n-a)p}{100} = 10000 + 10000 \cdot \frac{20 . 5}{100}$ $+ 10000 . \frac{10 . 5}{100} . \frac{10 . 5}{100} = 20000 + 2500 = 22500$. Es sind also hier 2500 zu viel gerechnet.

Soll nun die Grundsätzlichkeit der einfachen Zinsrechnung gewahrt werden, so müßte man notiren, wie viel von dem a-jährigen Nachwerthe dem ursprünglichen Capitale angehört, um dann nur von diesem für die folgenden n — a Jahre Zinsen zu berechnen. Diese Rechnungsweise ist jedoch äußerst unbequem. Dasselbe gilt in noch höherem Maße vom Discontiren.

Wollte man z. B. den im vorigen Beispiel berechneten Nachwerth von 20000 zuerst auf das Jahr 10 und dann auf das Jahr 0 discontiren, ohne zu wissen, wie viel von jenem Nachwerthe auf das ursprüngliche Capital und wie viel auf die Zinsen desselben kommt, so würde man erhalten: $20000 \left(\frac{100}{100 + 50}\right) . \left(\frac{100}{100 + 50}\right)$ $= 8888$. Um ganz genau nach den Regeln der einfachen Zinsrechnung zu verfahren, müßte man zuerst den n jährigen Vorwerth von 20000 suchen und dann nach einander die $(n - a)$ und a jährigen Zinsen abziehen.

Von den früheren Schriftstellern wandte nur G. L. Hartig die einfache Zinsrechnung bei Waldwerthrechnungen ausschließlich an, gestattete jedoch auch den Gebrauch der Zinseszinsrechnung. (Anleitung zur Berechnung des Geldwerthes eines &c. Forstes, 1812, S. 11: „Da bei weitem der größte Theil von allen Capitalisten und Waldeigenthümern die Zinsen aus ihren Capitalien jährlich oder periodisch verzehren oder zu ihrer Subsistenz verwenden müssen, so kann nur die einfache Zinsrechnung bei dem Verkauf der Waldungen statt finden, und die Berechnung der Zwischenzinsen nicht in Anwendung kommen." In Hartig's Forsttaxation von 1813, S. 175 findet sich der Zusatz: „Sollte man aber darin nicht meiner Meinung sein, so kann auch die Rechnung, unter Gestattung von Zwischenzinsen, nach meinen Grundsätzen gemacht werden.") G. L. Hartig näherte indessen die Resultate seiner Rechnungsweise denjenigen der Zinseszinsrechnung dadurch, daß er einen ziemlich hohen Zinsfuß annahm, auch denselben periodisch nicht unbeträchtlich steigen ließ, wovon bereits früher (S. 29) die Rede war. Die späteren Schriftsteller verließen alle mehr oder weniger die einfache Zinsrechnung und wandten sich entweder der Zinseszinsrechnung oder der gemischten Zinsrechnung zu; selbst Th. Hartig, welcher in der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1855 noch einmal zu Gunsten der einfachen Zinsrechnung in die Schranken trat, zog ebenfalls ein gemischtes Verfahren vor. Einige Anhänger der Zinseszinsrechnung wollten indessen die einfache Zinsrechnung doch noch in dem Falle bestehen lassen, wenn die Waldwerthrechnung im Auftrage der Gerichte erfolge, so u. A. Pfeil (Forsttaxation, 3. Aufl., 1858, S. 384 und 386). Wir werden unten sehen, daß auch diese Ausnahme unzulässig ist.

2) Würdigung der Zinseszinsrechnung.

Gegen die Anwendbarkeit der Rechnung mit Zinseszinsen hat man Folgendes vorgebracht:

A. Das Anwachsen der Capitalien erfolge nicht immer nach den Gesetzen der Zinseszinsrechnung,

a) weil die Zinsen häufig nicht im Verfalltermin, sondern erst später eingingen, mithin auch nicht sogleich im Verfalltermin zinsentragend angelegt werden könnten (v. Gehren, S. 1), die Gesetze aber die Anrechnung von Zinseszinsen nicht gestatteten. Hiergegen läßt sich aber einwenden:

α) Daß das Ausleihen der Capitalien nicht die einzige Art der Capitalanlage ist und daß z. B. bei vielen gewerblichen Unternehmungen die Zinsen allerdings regelmäßig eingehen. Auch die meisten Staatspapiere liefern die Zinsen stets im Verfalltermine.

β) Daß viele Kassen, z. B. die Sparkassen, die Renten- und Lebensversicherungsbanken, dem Darleiher Zinseszinsen vergüten, also auch selbst mit Zinseszinsen operiren und hierbei ihre Rechnung finden müssen. Sie bedienen sich freilich eines niedrigen Zinsfußes und rechnen somit gleichsam einen Theil der Zinsen als Prämie für Verluste.

γ) Daß die einfache Zinsrechnung jedenfalls zu weit geht, indem sie alle Zinsen verloren gibt.

b) Weil die Mehrzahl der Capitalisten und Waldeigenthümer die Zinsen aus ihren Capitalien jährlich oder periodisch verzehren oder zu ihrer Subsistenz verwenden müssen (G. L. Hartig, Anleitung zur Berechnung des Geldwerthes 2c., 1812, S. 11).

Diese Annahme steht mit der Erfahrung im Widerspruch; auch sind solche Zinsen, welche wirthschaftlich verzehrt (nicht vergeudet) werden, als zinsentragend anzusehen, wenn sich ihre Rentabilität auch nicht unmittelbar in Geld ausdrücken läßt.

B. Daß die Zinseszinsrechnung zu niedrige Resultate liefere, indem z. B. 600 Thlr., welche in 100 Jahren eingehen, bei einem Zinsfuß von 5 Procent, gegenwärtig nur 4 Thlr. 18 Gr. $11^3/_4$ Pf. werth seien (Cotta, Waldwerthberechnung, 1. Aufl., 1818, S. 6).

S. 129 der 2. Auflage seiner Waldwerthrechnung (1819) sagt Cotta: „Bei der Zinseszinsrechnung kommt ein Resultat zum Vorschein, das den Taxator, welcher es geltend machen wollte, in den Verdacht brächte, er sei dem Tollhause entsprungen!"

Hierzu ist zu bemerken:

a) daß es nicht erwiesen werden kann, ob dieses Resultat unter

allen Umständen zu niedrig ist, indem Mancher für 600 Thlr., welche in 100 Jahren eingehen, gegenwärtig gar nichts bieten wird;

b) daß jenes niedrige Resultat lediglich von dem der Discontirung zu Grunde gelegten hohen Zinsfuß (5 %) herrührt.

C. Daß die Gesetzgebung vieler Staaten die Aufrechnung von Zinseszinsen nicht gestatte.

Dieser Einwand ist von Burckhardt schlagend widerlegt worden. Er sagt (Waldwerth, S. 102): „Wenn die Gerichte bei rückständigen Zinsen von Darlehen und bei sonstigen Schuldforderungen auf Zinseszinsen nicht erkennen, sondern nur einfache Zinsen zulassen, so handelt es sich hierbei um eine Maßregel gegen Zinswucher, die auf Werthanschläge ebensowenig angewandt werden kann, wie die Gerichte befugt sind, die Geldinstitute zu hindern, Zins vom Zins zu nehmen. Nach neueren nationalökonomischen Anschauungen wird selbst die Zweckmäßigkeit der Wuchergesetze angezweifelt." In der That pflegen die Gerichte die Zinsen von solchen Capitalien, welche sie in eigener Verwaltung haben (z. B. Pupillengelder) auch wieder auf Zinsen auszuleihen.

Nach Vorstehendem kann es keinem Zweifel unterliegen, daß die Vorwürfe, welche man gegen die Rechnung mit Zinseszinsen erhoben hat, ungegründet sind, und daß diese Rechnungsweise bei Waldwerthrechnungen um so mehr in Anwendung kommen muß, als man es durch Wahl eines angemessenen Zinsfußes ganz in der Hand hat, beliebige Capitalwerthe zu erzielen — ein Hülfsmittel, auf welches Cotta schon im Jahre 1804 (Taxation II, 156) hinwies.

Die Zinseszinsrechnung wurde schon im vorigen Jahrhundert zur Lösung einzelner Aufgaben der Waldwerthrechnung und forstlichen Statik benutzt; Cotta war aber der erste Schriftsteller, welcher die Nothwendigkeit ihrer Anwendung bei der gesammten Waldwerthrechnung begründete (a. a. O. S. 155 — 156). Er ging jedoch später (in seiner Anweisung zur Waldwerthberechnung, 1818) zu der gemischten Zinsrechnung über. Nach ihm erklärten sich vorzugsweise J. Nördlinger und Hoßfeld (Diana von 1805, S. 376 und 432), sowie Hundeshagen (Forstabschätzung, 1826, §. 100) und Pfeil (Forsttaxation von 1833, S. 398) für die Zinseszinsrechnung. Später änderte Pfeil, welcher in der ersten Auflage seiner Forsttaxation die gegen die Zinseszinsrechnung erhobenen Einwände und namentlich auch denjenigen, „daß die Gerichte keine Rechnung von Zinseszinsen gestatteten," für „so unhaltbar und lächerlich" erklärt hatte, „daß sie keiner Widerlegung werth seien," seine Ansicht dahin ab, daß er die Anwendung der einfachen Zinsrechnung bei Expropriationen gestattete, einestheils, weil einfache Zinsen diejenigen seien, welche bei gerichtlichen Verhandlungen und Berechnungen angewendet würden, anderntheils um das Maximum des Preises, den der Eigenthümer rechtlicher- und billigerweise fordern könne, zu ermitteln (S. 385 und 387 der 3. Auflage der Forsttaxation von 1858). Von den neueren Schriften über Waldwerthrechnung erklären sich

diejenigen von Breymann, Preßler und Albert ausschließlich für Anwendung der Zinseszinsrechnung; nur in Bose's „Beiträgen zur Waldwerthberechnung", 1863, S. 101 wird noch einmal die einfache Zinsrechnung und zwar für den Fall empfohlen, daß der Schaden, welcher durch Zerstörung jungen Holzes oder durch Verhinderung der Cultur von Waldblößen, z. B. bei Weideservitutprocessen, entstanden ist, bei Gericht zu liquidiren sei.

3) **Würdigung der gemischten Zinsrechnung** (arithmetische und geometrische Mittelzinsen, beschränkte Zinseszinsen).

Die der Zinseszinsrechnung (jedoch mit Unrecht) gemachten Vorwürfe, sowie die Wahrnehmung, daß bei Anwendung des landesüblichen Zinsfußes die einfache Zinsrechnung zu hohe, die Zinseszinsrechnung zu niedrige Discontowerthe liefere, haben zu der Verbindung dieser beiden Rechnungsarten geführt. Da indessen alle Schattenseiten der einfachen Zinsrechnung auch den gemischten Zinsrechnungen eigenthümlich sind, da außerdem die üblichen Wald-Capitalwerthe sich auch mittelst der Zinseszinsrechnung erlangen lassen, wenn man nur den richtigen Zinsfuß annimmt, so ergibt sich, daß auch die gemischten Zinsrechnungen keine Anwendung verdienen.

Der Hauptgrund, welcher zur Einführung der gemischten Zinsrechnung Veranlassung gab, lag, wie Th. Hartig (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1855, S. 122) ganz richtig bemerkt, unzweifelhaft darin, daß die mittelst der Zinseszinsrechnung berechneten Waldcapitalwerthe mit den durchschnittlichen Verkaufspreisen von Waldgrundstücken nicht stimmten. Man suchte aber die Ursache dieser Abweichung irrigerweise in der Zinsenberechnungsart, während sie nur in der Wahl des Zinsfußes lag. In der That ist das Beispiel, auf welches Cotta seine Vorwürfe gegen die Zinseszinsrechnung stützte, mit einem Zinsfuß von 5 % berechnet.

Cotta wandte (zuerst 1818) die Rechnung mit arithmetisch-mittleren Zinsen an. Mosheim (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1829, 573), schlug statt deren die Rechnung nach geometrisch-mittleren Zinsen vor, welche v. Gehren (1835) und Hierl (1852) adoptirten. Durch Burckhardt (1860) wurde endlich die Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen, welche nach demselben Autor (S. 106 seines „Waldwerths") in Preußen bei Berechnung der Bau-Abfindungs-Capitalien angewandt wird, in die forstliche Literatur eingeführt.

Indessen ist auch die Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen von den oben erwähnten Inconsequenzen der einfachen Zinsrechnung nicht frei; sie berechnet insbesondere den Jetztwerth endlicher Renten zu groß im Verhältniß zu dem Jetztwerthe immerwährender Renten. So z. B. erhält man nach Burckhardt's Tafel III b, S. 198, den Jetztwerth einer jährlichen Rente 1, welche im Ganzen 160 mal erfolgt, bei 4 Procent = 32,2843, während der Werth einer immerwährenden jährlichen Rente in derselben Tafel zu 25,5984 angegeben ist.

Note 2.

Entwicklung der Formeln der Zinseszinsrechnung.

Erster Abschnitt.

Summirung der geometrischen Reihe, als Vorbereitung für die Entwicklung der Zinseszinsformeln.

I. Begriff.

Eine geometrische Reihe ist eine Folge von Größen, von welchen jede aus der nächstvorhergehenden durch Multiplication mit einer ständigen Größe, dem Quotienten, erzeugt werden kann.

Ist der Quotient größer als 1, so entsteht eine steigende, ist er kleiner als 1, so entsteht eine fallende Reihe.

Ist die Anzahl der Glieder begrenzt, so heißt die Reihe eine endliche; im entgegengesetzten Falle eine unendliche.

Von den unendlichen Reihen kommen bei Waldwerthrechnungen nur die fallenden zur Anwendung.

II. Summirung der geometrischen Reihe.

1) Steigende geometrische Reihe.

Nennen wir a das erste Glied, q den Quotienten, n die Zahl der Glieder, S die Summe der Reihe, so ist

$$S = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1} \qquad \dagger$$

Multipliciren wir diese Gleichung mit q, so ist

$$Sq = aq + aq^2 + aq^3 + \cdots + aq^n \qquad \dagger\dagger$$

Ziehen wir † von †† ab, so erhalten wir

$Sq - S = aq^n - a$, oder

$S(q - 1) = a(q^n - 1)$; hieraus die Summenformel für die steigende geometrische Reihe:

$$S = a\frac{(q^n - 1)}{q - 1}. \qquad (1.$$

2) Fallende geometrische Reihe.

a) Fallende geometrische **endliche** Reihe.

Als Summenformel der fallenden geometrischen Reihe kann die-

jenige der steigenden gebraucht werden. Da aber, wenn $q < 1$, sowohl Zähler als Nenner dieser Formel negativ werden und dies bei Anwendung der Formel einige Unbequemlichkeit verursacht, so multipliciren wir Zähler und Nenner mit -1 und erhalten dann als Summenformel für die fallende geometrische endliche Reihe:

$$S = a\frac{(1 - q^n)}{1 - q}. \qquad (2.$$

b) Fallende geometrische **unendliche** Reihe.

Bei einer unendlichen Reihe ist $n = \infty$. Setzen wir diesen Ausdruck in die unter a) gewonnene Formel, so erhalten wir

$$S = a\frac{(1 - q^{\infty})}{1 - q}.$$

Es ist hier q ein echter Bruch; die Mathematik lehrt aber, daß der Werth eines solchen, wenn man ihn zur Potenz ∞ erhebt, $= 0$ wird. Somit ist

$$S = \frac{a}{1 - q} \qquad (3.$$

die Summenformel für die fallende geometrische unendliche Reihe.

Zweiter Abschnitt.

Entwicklung der gebräuchlichsten Formeln der Zinseszinsrechnung.

Die Zinseszinsrechnung setzt bekanntlich voraus, daß die Zinsen, welche ein Capital abwirft, sogleich nach ihrem Eingange selbst wieder zinsentragend angelegt werden können.

I. Prolongirung oder Bestimmung des Nachwerthes.

Ein gegenwärtig verzinslich angelegtes Capital V wächst bei einem Zinsfuße von p% nach n Jahren zu dem Werthe

$$N = V \cdot 1{,}0p^n \qquad I.$$

an.

Beweis. Das Capital 100 wächst bis zum Ende des ersten Jahres auf den Betrag $100 + p$ an, folglich wächst das Capital V innerhalb der nämlichen Zeit zu $V\left(\frac{100 + p}{100}\right)$ an. (Nach der Proportion $100 : 100 + p = V : x$).

Zu Anfang des zweiten Jahres ist $V\left(\frac{100 + p}{100}\right)$ der Stand des

Capitals; dieses wächst bis zum Ende des zweiten Jahres, nach der Proportion $100 : 100 + p = V\left(\frac{100+p}{100}\right) : x$, auf den Betrag $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$ an.

Zu Anfang des dritten Jahres beträgt das Capital $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$; dieses wächst, nach der Proportion $100:100 + p = V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2 : x$, bis zum Ende des dritten Jahres zu dem Werthe $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^3$ an.

Aus den vorstehenden Gliedern ist das Gesetz, nach welchem das Capital anwächst, schon ersichtlich. Wir erhielten:

für das Ende des ersten Jahres $V\left(\frac{100+p}{100}\right)$

" " " " zweiten " $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$

" " " " dritten " $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^3$;

somit wird das Capital V mit seinen Zinsen bis zum Ende des n ten Jahres auf den Betrag $N = V\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ angewachsen sein. Dividiren wir den Zähler und Nenner des zweiten Gliedes dieser Gleichung durch 100, so erhalten wir:

$$N = V\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = V\,(1 + 0{,}0p)^n = V \cdot 1{,}0p^n.$$

Anmerkung. Aus vorstehender Formel ergibt sich

1) das Procent $p = 100\left(\sqrt[n]{\frac{N}{V}} - 1\right)$;

2) der Prolongirungszeitraum $n = \left(\frac{\log N - \log V}{\log 1{,}0p}\right)$.

II. Discontirung oder Bestimmung des Vorwerthes.

Der gegenwärtige Werth V einer nach n Jahren nur einmal eingehenden Einnahme N ist

$$V = \frac{N}{1{,}0p^n}, \qquad \text{II.}$$

wie sich aus Formel I. ableiten läßt.

III. Rentenrechnung.

1) Summirung von Renten.

A. Summirung der Nachwerthe von Renten.

a) Aussetzende Renten.

Eine zum ersten Male nach m Jahren, im Ganzen n mal in Zwischenräumen von m Jahren verzinslich angelegte Rente R erlangt nach mn Jahren den Summenwerth

$$S_n = \frac{R(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^m - 1}. \qquad \text{III.}$$

Der Beweis läßt sich in zweifacher Weise führen:

1) Man prolongirt jede einzelne Rente auf die Zeit des Empfanges der letzten Rente und bestimmt die Summe dieser Nachwerthe nach der Formel für die steigende geometrische Reihe. Es ist

$$S_n = R + R \cdot 1{,}0p^m + R \cdot 1{,}0p^{2m} + \cdots + R \cdot 1{,}0p^{(n-1)m}.$$

Die Summenformel der steigenden geometrischen Reihe lautet: $\frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$.
In dem vorliegenden Falle ist $a = R$, $q = 1{,}0p^m$, die Zahl der Glieder $= n$, somit

$$\frac{a(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{R(1{,}0p^{nm} - 1)}{1{,}0p^m - 1} = S_n.$$

2) Man sucht das Capital auf, welches nach m Jahren die Interessen R liefert, prolongirt dasselbe auf das Jahr mn und zieht von dem erhaltenen Nachwerthe das ursprünglche Capital wieder ab. Nennt man letzteres x, so hat man:

$$x \cdot 1{,}0p^m - x = R;\ x(1{,}0p^m - 1) = R;\ x = \frac{R}{1{,}0p^m - 1};$$

$$x \cdot 1{,}0p^{mn} - x = \frac{R \cdot 1{,}0p^{mn}}{1{,}0p^m - 1} - \frac{R}{1{,}0p^m - 1} = \frac{R(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^m - 1}.$$

b) Jährliche Renten.

Eine jährlich am Jahresschlusse und im Ganzen n mal verzinslich angelegte Rente r erlangt nach n Jahren den Summenwerth

$$S_n = \frac{r(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p}. \qquad \text{IV.}$$

Diese Formel ergibt sich, wenn man in Formel III. $m = 1$ setzt; es ist dann

$$S_n = \frac{r(1{,}0p^n - 1)}{1{,}0p - 1} = \frac{r(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p}.$$

B. Summirung der Vorwerthe von Renten.

a) Zeitrenten.

α) Aussetzende Renten.

Eine in Zwischenräumen von m Jahren und im Ganzen n mal eingehende Rente R hat m Jahre vor dem Bezug der ersten Rente den Werth

$$S_v = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^{mn}\,(1{,}0p^m - 1)}. \qquad \text{V.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{R}{1{,}0p^m} + \frac{R}{1{,}0p^{2m}} + \cdots + \frac{R}{1{,}0p^{mn}}$.

Diese Reihe summirt man nach der Formel $\frac{a\,(1 - q^n)}{1 - q}$. Man setzt $a = \frac{R}{1{,}0p^m}$, $q = \frac{1}{1{,}0p^m}$ und erhält

$$S_v = \frac{\frac{R}{1{,}0p^m}\left[1 - \left(\frac{1}{1{,}0p^m}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{1{,}0p^m}} = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^{mn}\,(1{,}0p^m - 1)}.$$

2) Formel V. ergibt sich auch, wenn man Formel III. mittelst Formel II. auf die Gegenwart discontirt. Man setzt also

$$S_v = \frac{\text{Formel III.}}{1{,}0p^{mn}} = \frac{\frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^m - 1}}{1{,}0p^{mn}} = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^{mn}\,(1{,}0p^m - 1)}.$$

β) Jährliche Renten.

Eine n mal jährlich am Jahresschlusse eingehende Rente r hat gegenwärtig den Werth

$$S_v = \frac{r\,(1{,}0p^n - 1)}{1{,}0p^n \cdot 0{,}0p}. \qquad \text{VI.}$$

Beweis. Man setzt in Formel V. m = 1 und erhält alsdann

$$S_v = \frac{r\,(1{,}0p^n - 1)}{1{,}0p^n \cdot 0{,}0p}.$$

b) Immerwährende Renten.

α) Der gegenwärtige Werth S_v einer von jetzt an alljährlich am Jahresschlusse eingehenden Rente r ist

$$S_v = \frac{r}{0{,}0p}. \qquad \text{VII.}$$

Beweis. Es ist $S_v = \frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots\cdots$

Diese Reihe summirt man nach der Formel $\frac{a}{1-q}$; es ist somit

$S_v = \frac{\frac{r}{1{,}0p}}{1 - \frac{1}{1{,}0p}} = \frac{r}{0{,}0p}$. Die vorstehende Formel, welche man gemeinhin die Capitalisirungs- oder Rentirungsformel zu nennen pflegt, erhält man auch, wenn man das Capital x, dessen jährliche Interessen $= r$ sind, nach der Proportion $p : 100 = r : x$ aufsucht. Man hat alsdann $x = \frac{r \cdot 100}{p} = \frac{r}{\frac{p}{100}} = \frac{r}{0{,}0p}$.

β) Der gegenwärtige Werth S_v einer von jetzt an alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}. \qquad \text{VIII.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots\cdots$

Diese Reihe summirt man nach der allgemeinen Formel $\frac{a}{1-q}$ und erhält somit $S = \frac{\frac{R}{1{,}0p^n}}{1 - \frac{1}{1{,}0p^n}} = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}$.

2) Man ermittelt das Capital S_v, welches alle n Jahre durch seine Interessen die Summe R liefert. Aus $R = S_v \cdot 1{,}0p^n - S_v = S_v(1{,}0p^n - 1)$ folgt $S_v = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}$.

γ) Der gegenwärtige Werth S_v einer zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}. \qquad \text{IX.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{R}{1{,}0p^m} + \frac{R}{1{,}0p^{m+n}} + \frac{R}{1{,}0p^{m+2n}} + \cdots$

Summirt man diese Reihe nach der allgemeinen Formel $\frac{a}{1-q}$, so erhält man $S_v = \frac{\frac{R}{1{,}0p^m}}{1 - \frac{1}{1{,}0p^n}} = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}$.

2) Man berechnet nach Formel VIII. und Formel II. den Jetztwerth einer Rente, welche zum ersten Male nach m + n Jahren, dann aber alle n Jahre eingeht, und addirt hierzu den Jetztwerth desjenigen Rentenpostens R, welcher nach m Jahren erfolgt. Man erhält alsdann

$$S_v = \frac{R}{1{,}0p^m(1{,}0p^n - 1)} + \frac{R}{1{,}0p^m} = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}.$$

δ) Der gegenwärtige Werth S_v einer zum ersten Male augenblicklich, also im Jahre 0, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}. \qquad \text{X.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = R + \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots$

Summirt man diese Reihe nach der allgemeinen Formel $\frac{a}{1-q}$, so erhält man $S_v = \frac{R}{1 - \frac{1}{1{,}0p^n}} = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}$.

2) Man setzt in Formel IX. m = 0, oder man addirt zu dem Summenwerthe von Formel VIII. noch R.

2) Verwandlung einer aussetzenden Rente R in eine jährliche Rente r.

a) Erfolgt die Rente R schon von jetzt an alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}\, 0{,}0p. \qquad \text{XI.}$$

Beweis.

1) Man setzt die Summe der Jetztwerthe der jährlichen Renten gleich der Summe der Jetztwerthe der aussetzenden Renten und entwickelt aus dieser Gleichung den Werth von r. Es ist $\frac{r}{1,0p} + \frac{r}{1,0p^2} + \cdots = \frac{R}{1,0p^n} + \frac{R}{1,0p^{2n}} + \cdots$ Das linke Glied der Gleichung summirt man nach Formel VII., das rechte nach Formel VIII.; hiernach ist

$$\frac{r}{0,0p} = \frac{R}{1,0p^n - 1}; \text{ also } r = \frac{R}{1,0p^n - 1}\, 0,0p.$$

2) Man ermittelt nach Formel VIII. den Capitalwerth der aussetzenden Rente R und durch Multiplication mit 0,0p die jährlichen Interessen dieses Capitals.

Anmerkung. Formel XI. erhält man auch, wenn man eine nach n Jahren nur einmal eingehende Einnahme R in eine n malige jährliche Rente r verwandelt. Denn es ist $\frac{R}{1,0p^n} = \frac{r}{1,0p} + \frac{r}{1,0p^2} + \cdots + \frac{r}{1,0p^n} = \frac{r}{0,0p}\left(\frac{1,0p^n - 1}{1,0p^n}\right)$; hieraus $r = \frac{R}{1,0p^n - 1}\, 0,0p.$ Die vorliegende Aufgabe läßt sich auch auf dem Wege der Prolongirung lösen; es ist dann $R = r + r \cdot 1,0p + \cdots + r \cdot 1,0p^{n-1} = \frac{r}{0,0p}(1,0p^n - 1)$; hieraus $r = \frac{R}{1,0p^n - 1}\, 0,0p.$

b) Erfolgt die Rente R zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1,0p^{n-m}}{1,0p^n - 1}\, 0,0p. \qquad \text{XII.}$$

Beweis.

1) Es ist $\frac{r}{1,0p} + \frac{r}{1,0p^2} + \cdots = \frac{R}{1,0p^m} + \frac{R}{1,0p^{m+n}} + \frac{R}{1,0p^{m+2n}} + \cdots$ Summirt man das linke Glied der Gleichung nach Formel VII., das rechte nach Formel IX., so erhält man

$$\frac{r}{0,0p} = \frac{R \cdot 1,0p^{n-m}}{1,0p^n - 1}; \text{ hieraus } r = \frac{R \cdot 1,0p^{n-m}}{1,0p^n - 1}\, 0,0p.$$

2) Man ermittelt nach Formel IX. den Capitalwerth der aussetzenden Rente R und durch Multiplication mit 0,0p die jährlichen Interessen dieses Capitals.

Anmerkung. Formel XII. erhält man auch, wenn man eine nach m Jahren nur einmal eingehende Einnahme R in eine nmalige jährliche Rente r verwandelt. Der Beweis wird in analoger Weise wie derjenige in der Anmerkung zu Formel XI. geführt.

c) Erfolgt die Rente R zum ersten Male augenblicklich, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p. \qquad \text{XIII.}$$

Beweis.

1) $\frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots = R + \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots$

Summirt man das linke Glied der Gleichung nach Formel VII., das rechte nach Formel X., so erhält man $\frac{r}{0{,}0p} = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}$; hieraus $r = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} 0{,}0p$.

2) Man ermittelt nach Formel X. den Capitalwerth der Rente R und durch Multiplication mit 0,0p die jährlichen Interessen dieses Capitals.

Anmerkung. Formel XIII. erhält man auch, wenn man eine Einnahme R, welche nur einmal, und zwar im Jahre 0 erfolgt, in eine nmalige jährliche Rente r verwandelt. Der Beweis wird in analoger Weise, wie derjenige in der Anmerkung zu Formel XI. geführt.

Ertragstafel

für 1 Hectar Buchenhochwald

nach Baur.

(Zwischennutzung und Geldwerth pro Festmeter nach Burckhardt.)

Jahr	Zwischennutzung			Hauptbestand			Abtriebsertrag	
	Festmeter	Geldwerth pro Festmeter Mark	Geldwerth im Ganzen Mark	Festmeter	Geldwerth pro Festmeter Mark	Geldwerth im Ganzen Mark	Festmeter	Geldwerth Mark
20	—	—	—	40	1,2	48	40	48
30	10	1,2	12	84	2,0	168	94	180
40	18	2,0	36	138	2,8	386	156	422
50	20	2,8	56	194	3,2	621	214	677
60	19	3,2	61	251	3,6	904	270	965
70	17	3,6	61	310	4,0	1240	327	1301
80	16	3,8	61	365	4,4	1606	381	1667
90	16	4,0	64	420	4,8	2016	436	2080
100	16	4,2	67	472	5,2	2454	488	2521
110	16	4,4	70	520	5,4	2808	536	2878
120	16	4,4	70	567	5,6	3175	583	3245

Ertragstafel
für 1 Hectar Fichtenwald
nach Kunze.

(Zwischennutzung und Geldwerth pro Festmeter nach Burckhardt.)

Jahr	Zwischennutzung			Hauptbestand			Abtriebsertrag	
	Festmeter	Geldwerth pro Festmeter Mark	Geldwerth im Ganzen Mark	Festmeter	Geldwerth pro Festmeter Mark	Geldwerth im Ganzen Mark	Festmeter	Geldwerth Mark
20	—	—	—	70	1,6	112	70	112
30	11	3,2	35	127	4,8	610	138	645
40	22	4,8	106	205	8,0	1640	227	1746
50	29	6,4	186	308	10,0	3080	337	3266
60	27	8,0	216	401	12,0	4812	428	5028
70	24	9,6	230	471	13,6	6406	495	6636
80	22	10,8	238	527	14,8	7800	549	8038
90	19	12,0	228	574	16,0	9184	593	9412
100	16	12,8	205	609	16,8	10231	625	10436

Ertragstafel
für 1 Hectar Kiefernwald
nach Weise.

(Zwischennutzung und Geldwerth pro Festmeter nach Burckhardt.)

Jahr	Zwischennutzung			Hauptbestand			Abtriebsertrag	
	Festmeter	Geldwerth pro Festmeter Mark	Geldwerth im Ganzen Mark	Festmeter	Geldwerth pro Festmeter Mark	Geldwerth im Ganzen Mark	Festmeter	Geldwerth Mark
20	17	0,8	14	90	1,2	108	107	122
30	29	1,6	46	150	2,0	300	179	346
40	25	2,4	60	203	3,2	650	228	710
50	21	3,2	67	247	4,8	1186	268	1253
60	16	4,4	70	284	6,4	1818	300	1888
70	14	5,6	78	317	8,0	2536	331	2614
80	12	6,4	77	346	8,8	3045	358	3122
90	10	7,2	72	371	9,6	3562	381	3634

IV. Erträge des Eichenschälwaldes.

(Nach Bernhardt: Eichen-Schälwald-Katechismus, Berlin 1877).

1) Massenertrag.

Bernhardt unterscheidet 5 Ertragsclassen, welche bei 12—17-jährigem Umtriebe folgenden Jahresdurchschnittszuwachs pro Hectar besitzen:

I. Cl. (sehr günstiges Klima, sehr guter Boden)
10 Centner Rinde und 7 Festmeter Holz;

II. Cl. (günstiges Klima, guter Boden)
8 Centner Rinde und 6 Festmeter Holz;

III. Cl. (westdeutsches Bergklima, mittelmäßiger Boden)
5 Centner Rinde und 5 Festmeter Holz;

IV. Cl. (nord-, west- und mitteldeutsches Klima, guter, namentlich frischer und tiefgründiger Lehmsandboden)
$3\frac{1}{2}$ Centner Rinde und 4 Festmeter Holz;

V. Cl. (norddeutsches Klima, frischer Sandboden)
3 Centner Rinde und 4 Festmeter Holz.

Bernhardt bemerkt jedoch hierzu, daß über die Erträge aus dem nördlichen Deutschland noch fast alle Angaben fehlen.

Bei 15jährigem Umtriebe kann im 10. Jahre eine Durchforstung eingelegt werden, welche bei gut bestandenen Eichenschälwäldern, die ziemlich rein aus Eichen bestehen, ca. 12 Raummeter = 3 Festmeter Reisig pro Hectar liefert.

2) Geldertrag.

Nimmt man den mittleren Abtriebsertrag im 15jährigen Alter an zu

60 Centner Rinde,
10 Festmeter Knüppel,
30 " Reisknüppel,
20 " Reisig

und den erntekostenfreien Werth

der Rinde pro Centner 6,5 Mark (8 Mark Bruttowerth, 1,5 Mark Schälerlohn),

pro Festmeter Knüppel (= 1,67 Raummeter à 1,5 Mark excl. Hauerlohn, welcher etwa 0,5 Mark beträgt) 2,50 Mark,

pro Festmeter Reisknüppel (= 2,22 Raummeter à 1 Mark excl. Hauerlohn) 2,22 Mark,

pro Festmeter Reisig (60 Wellen, à 100 zwei Mark excl. Aufbereitelohn) 1,20 Mark,

so ergibt sich folgender Geldbruttoertrag (erntekostenfrei) pro Hectar:

60 × 6,5	= 390,00	Mark	für Rinde,
10 × 2,5	= 25,00	„	„ Knüppelholz,
30 × 2,22	= 66,60	„	„ Reisknüppel,
20 × 1,2	= 24,00	„	„ Reisig
zusammen	505,60	Mark.	

Note 4.

Einige Angaben über Productionskosten der Waldwirthschaft[1]).

I. Culturkosten.

Tagelohn für 1 Mann	=	1,5 Mark
„ „ 1 Frau	=	1,0 „
„ „ 1 Kind	=	0,6 „
1 Gespannstag . . .	=	9,0 „

1) **Saat.**

A. Eichelsaat.

a) Vollsaat.

α) Für bearbeiteten Boden, nach Voranbau von Hackfrüchten.

Uebereggen des Bodens, 1,4 Gespannstag à 9 Mark .	12,6	Mark
7,1 Hectoliter Eicheln à 5 Mark	35,5	„
Aussäen der Eicheln, 1,2 Mannstagearbeiten à 1,5 Mark	1,8	„
Untereggen der gesäeten Eicheln, 1,4 Gespannstage à 9 M.	12,6	„
Summa	62,5	Mark

β) Für unbearbeiteten Boden.

9,5 Hectoliter Eicheln à 5 Mark	47,5	Mark
Aussäen der Eicheln 1,2 Mannstagearbeiten à 1,5 Mark	1,8	„
Unterpflügen der breitwürfig ausgesäeten Eicheln, 4 Gespannstage à 9 Mark	36,0	„
Summa	85,3	Mark

---

1) Die Ansätze für Samenmenge, Samenpreis und Arbeitsaufwand sind C. Heyer's Waldbau, 3. Auflage (1878), entnommen. Den Ansätzen für Pflanzenerziehungs-Kosten liegen Angaben von Fischbach (Monatsschrift für das Forst- und Jagdwesen 1866, S. 401) zu Grunde.

b) Streifensaat.

Ziehen von 1 Meter entfernten Einzelfurchen mit dem Feldpflug, 1,2 Gespannstage à 9 Mark	10,80	Mark
4,8 Hectoliter Eicheln à 5 Mark	24,00	„
Einlegen der Eicheln in die Furchen, 4 Frauentagearbeiten à 1 Mark	4,00	„
Unterpflügen der Eicheln mit je einer Furche, 1,2 Gespannstage à 9 Mark	10,80	„
Summa	49,60	Mark

c) Löchersaat.

3,6 Hectoliter Eicheln à 5 Mark	18,00	Mark
Einstufen der Eicheln mit der Hacke, 4 Mannstagearbeiten à 1,5 Mark	6,00	„
10 Kindertagearbeiten à 0,6 Mark	6,00	„
Summa	30,00	Mark

B) Buchelsaat. Streifen- oder Platten.

Wegrechen des Laubes oder Mooses, 12 Mannstagearbeiten à 1,5 Mark	18,00	Mark
2,1 Hectoliter Bucheln à 10 Mark	21,00	„
Ausstreuen des Samens und Unterbringen desselben, 2 Frauentagearbeiten à 1 Mark	2,00	„
Summa	41,00	Mark

C. Fichtenstreifensaat.

Behacken resp. Auflockern von 0,3 Meter breiten, 1,25 Meter entfernten Streifen; 19,5 Mannstagearbeiten à 1,5 Mark	29,25	Mark
27 Pfund Fichtensamen à 0,62 Mark	16,74	„
Ausstreuen und Unterbringen des Samens, 2 Frauentagearbeiten à 1 Mark	2,00	„
Summa	47,99	Mark

D) Kiefernsaat.

a) Vollsaat mit ausgeklengtem Samen auf unbearbeitetem (mit kurzem Gras bewachsenem Boden, auf Schafwaiden ꝛc.)

12 Pfund Kiefernsamen à 2,2 Mark	26,40	Mark
Ausstreuen des Samens mit der Hand, 0,5 Mannstagearbeiten à 1,5 Mark	0,75	„
Summa	27,15	Mark

b) Zapfensaat (siehe C. Heyer's Waldbau) . 36,0 Mark

2) Pflanzung.

A. Pflanzung einjähriger Kiefern mit dem Keilspaten.

Pflügen von 2,4 Meter breiten Streifen, mit Belassung eines 1,6 Meter breiten ungepflügten Streifens, so daß also 0,6 des Bodens bearbeitet werden; 36 · 0,6 =	21,60 Mark
Erziehungskosten von 10000 Pflanzen, das Tausend à 0,54 Mark	5,40 „
Pflanzt man in 1 Meter Entfernung und im Quadratverband, so sind pro Hectar 10000 Stück Pflanzen erforderlich; 1 Arbeiter bezw. Arbeiterin kann täglich 1200—1500, im Durchschnitt 1350 Stück einsetzen; dies macht pro Hectar $\frac{10000}{1350}$ = 7,4 Tagearbeiten à 1,25 Mark	9,25 „
Summa	36,25 Mark

B. Pflanzung 2- bis 3jähriger Kiefern mit dem 5centimetrigen Hohlbohrer.

a) Vollsaat kostet pro Hectar 27,15 Mk. und kann die Pflanzen für 40 Hectar liefern, also kosten die Pflanzen für 1 Hectar $\frac{27,15}{40}$ = 0,679 rund . .	0,70 Mark
Ausheben, Transport und Einsetzen von 500—600, im Mittel 550 Pflanzen, erfordert eine Tagearbeit, also pro Hectar $\frac{10000}{550}$ = 18,2 Tagearbeiten = ($^1/_2$ Manns- und $^1/_2$ Frauentagearbeiten) = . . .	22,75 „
Summa	23,45 Mark
b) Pflanzt man in 1,25 Meter Entfernung und im Quadratverband, so kommen 6400 Stück auf den Hectar; das Einsetzen erfordert $\frac{6400}{550}$ = 11,6 Tagearbeiten, welche kosten 11,6 × 1,25 = ...	14,50 Mark
Hierzu Erziehungskosten	0,45 „
Summa	14,95 Mark

c) Rechnet man aber auch noch für den Transport der Pflanzen aus größerer Entfernung $^1/_2$ Gespannstag (1 Ochsenwagen faßt 8000—10000 Stück Pflanzen), so kommt die Pflanzung von

10000 Stück auf 4,5 + 23,45 = 27,95 Mark
6400 „ „ 4,5 + 14,95 = 19,45 „

zu stehen.

C. Pflanzung 2jähriger Fichten mit dem v. Buttlar'schen Eisen.

10000 2jähr. Pflanzen zu erziehen, das Tausend 1,2 Mk.	12,00	Mark
1 Mann kann täglich 1200 Stück Pflanzen einsetzen, also erfordert das Einsetzen von 10000 Stück Pflanzen $\frac{10000}{1200}$ = 8,3 Tagearbeiten à 1,5 Mark	12,45	„
Summa	24,45	Mark

D. Pflanzung mit dem Biermans'schen Spiralbohrer.

a) 10000 zwei- bis dreijährige Pflanzen zu erziehen, das Tausend 1,5 Mark	15,00	Mark
1 Arbeiter pflanzt täglich 320 Stück, also sind pro Hectar $\frac{10000}{320}$ = 31,25 Tagearbeiten erforderlich; à 1,25 Mark = ...	39,06	„
Summa	54,06	Mark

b) Pflanzt man nur 6400 Stück pro Hectar, so stellen sich die Kosten folgendermaßen:

Erziehungskosten von 6400 Stück, das Tausend 1,5 Mk.	9,60	Mark
Pflanzkosten $\frac{6400}{320}$ = 20 Tagearbeiten, à 1,25 Mk.	25,00	„
Summa	34,60	Mark

E. Pflanzung mit der Hacke.

a) 10000 unverschulte 2—3jährige Pflanzen zu erziehen, das Tausend 1,5 Mark	15,00	Mark
1 Arbeiter verpflanzt täglich 150—200, im Mittel 175 Stück; also sind pro Hectar erforderlich $\frac{10000}{175}$ = 57,1 Tagearbeiten; im Mittel à 1,25 Mark .	71,37	„
Summa	86,37	Mark

b) Pflanzt man nur 6400 Stück pro Hectar, so stellen sich die Kosten folgendermaßen:

6400 Pflanzen zu erziehen	9,60	Mark
Pflanzerlohn = $\frac{6400}{175} \cdot 1,25 = 36,6 \cdot 1,25 =$.	45,75	„
Summa	55,35	Mark

c) Nimmt man verschulte 4jährige Pflanzen, so stellen sich die Kosten folgendermaßen:

Erziehungskosten, das Tausend 3,8 Mark	24,32	Mark
Pflanzerlohn	45,75	„
Summa	70,07	Mark

F. v. Manteuffel'sche Hügelpflanzung.

6400 2jähr. Pflanzen zu erziehen, das Tausend 1,2 Mk. 7,68 Mark
1 Arbeiter verpflanzt täglich 117 Stück, also sind pro Hectar $\frac{6400}{117} = 54,7$ Tagearbeiten erforderlich, im Mittel à 1,25 Mark . . . . 68,37 „

Summa 76,05 Mark

G. Heisterpflanzung.

Entfernung der Heister 3 Meter; es kommen also beim Quadratverband auf 1 Hectar 1111 Stück. Erziehungskosten pro Stück 0,2 Mark[1]) . . . . . 222,20 Mark
Ausheben. 1 Mann kann täglich 50—70, im Mittel 60 Stück ausheben, macht pro Hectar $\frac{1111}{60} = 18,5$ Mannstagearbeiten à 1,5 Mark . . . . 27,75 „
Einsetzen. 1 Mann kann täglich 20—30, im Mittel 25 Stück einsetzen, macht pro Hectar $\frac{1111}{25} = 44,4$ Mannstagearbeiten à 1,5 Mark. . . . . . . 66,60 „

Summa 316,55 Mark

Anmerkung 1. Kosten der Nachbesserungen.

Georg Ludwig Hartig (Die Forstwissenschaft nach ihrem ganzen Umfange, 1831, S. 269) rechnet die Nachbesserungskosten
bei Laubholz- und Nadelholzhochwaldungen, welche natürlich verjüngt werden, gleich $^1/_4$,
bei Niederwaldungen gleich $^1/_5$ und
bei Mittelwaldungen, „da nach jedem Abtriebe starke Pflänzlinge eingesetzt werden müssen, um den Abgang der haubaren Oberholzbäume zu ersetzen", gleich $^1/_2$
der vollen Culturkosten einer Blöße.

Anmerkung 2. In Württemberg (Die forstlichen Verhältnisse Württemberg's, 1880, S. 290) betrug im Durchschnitte der 12 Jahre 1867—1878 der gesammte Culturkostenaufwand für 1 Hectar cultivirter Fläche 106 Mark.

Anmerkung 3. In den Waldungen der Standesherrschaft Castell (Bayern) wurden nach Wagener (Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen, 1881, S. 486) von 1868—1878 bei einem mittleren Tagelohnsatz von 1 Mark durchschnittlich verausgabt:

---

1) C. Heyer's Waldbau, 3. Auflage, Seite 209.

I. bei Saaten.

1. Eichensteckſaat (Ankauf und Unterbringen des Samens) mit der Hacke pro Hectoliter 13,6 Mark
2. Buchensteckſaat (Ankauf und Unterbringen des Samens) mit der Hacke pro Hectoliter 18,1 „

II. Pflanzungen.

Kosten der Erziehung und des Einsetzens von 10000 Stück Pflanzen.

1. Nadelholz-Ballenpflanzung . . . . 66,2 Mark
2. Nadelholzpflanzung nach v. Buttlar's Methode . . . 24,1 „
3. „ mit dem Pflanzbeil . . . . . . 23,3 „
4. Eichenstutzerpflanzung mit der Hacke . . . . 104,5 „

Die Kosten der Pflanzen-Erziehung in Saatkämpen betrugen pro 10000 Stück

3jähr. Fichten, 2jähr. Lärchen, 1jähr. Kiefern . . . 9,41 Mark
Eichen . . . . 27,80 „

II. Erntekosten.

1) **Holzhauerlöhne in Württemberg** von 1875—1877. (Die forstlichen Verhältnisse Württembergs, 1880, Seite 237.)

A. Stammholz.

1 Festmeter

Laubholz 1,00 Mark } im Mittel 0,85 Mark
Nadelholz 0,70 „ }

B. Brennholz.

a) Scheit- und Prügelholz.

1 Raummeter = 0,7 Festmeter
1,20 Mark.

1 Festmeter 1,71 Mark.

b) Reisholz.

100 Wellen à 1 Meter Umfang und 1 Meter Länge enthalten 8 Cubikmeter Raum und bei 0,25 Derbgehalt 2 Cubikmeter feste Masse.

Hauerlohn für 100 Wellen . . 4,25 Mark
„ „ 1 Festmeter 2,125 „

c) Stockholz.

α) Lohn für 1 Raummeter = 0,5 Festmeter:

Laubholz 2,95 Mark
Nadelholz 1,85 „

β) Lohn für 1 Festmeter:

Laubholz 5,90 Mark } im Mittel 4,8 Mark.
Nadelholz 3,70 „ }

2) Löhne für das Schälen der Lohrinde in Württemberg.

(Die forstlichen Verhältnisse Württembergs, Seite 266.)

Lohn für das Schälen von 1 Centner

Eichenglanzrinde (Stangen bis 12	Centimeter Stockstärke)	1,8	Mark
Eichenraitelrinde „ von 12—24	„ „	1,5	„
Eichengrobrinde (das „Uebrige")	. . . .	1,0	„
Fichtenrinde	. . . .	0,8	„

III. Kosten der Forstverwaltung und des Forstschutzes.

1) Nach dem Preuß. Gesetz über die „anderweite Regelung der Grundsteuer" vom 21. Mai 1861[1]), wird behufs Bestimmung der Kosten für Forstverwaltung und Forstschutz als Anhalt genommen, daß zu rechnen ist:

a) Bei Laubholz-Hochwald.

1 Oberförster à 3000 Mark Gehalt, Dienstaufwand und Emolumente auf 10000 Morgen = 2553 Hectar, also pro Hectar 1,17 Mark.

1 Schutzbeamte à 750 Mark Gehalt und Emolumente auf 1500 Morgen = 383 Hectar, also pro Hectar 1,96 Mark.

Summe des Gehaltes 2c. für den Oberförster und Schutzbeamten **3,13** Mark pro Hectar.

b) Bei Nadelholz-Hochwald.

1 Oberförster auf 18000 Morgen = 4596 Hectar, also pro Hectar 65 Pfennig.

1 Schutzbeamte auf 2000 Morgen = 511 Hectar, also pro Hectar 1,47 Mark.

Summe des Gehaltes 2c. für den Oberförster und Schutzbeamten **2,12** Mark pro Hectar.

c) Bei Mittelwald.

1 Oberförster auf 8000 Morgen = 2043 Hectar, also pro Hectar 1,47 Mark.

1 Schutzbeamte auf 1200 Morgen = 306 Hectar, also pro Hectar 2,45 Mark.

Summe des Gehaltes 2c. für den Oberförster und Schutzbeamten **3,92** Mark pro Hectar.

---

1) Siehe Allg. Forst- und Jagd-Zeitung 1863, Seite 448.

d) Bei Niederwald.

1 Oberförster auf 12000 Morgen = 3063 Hectar, also pro Hectar 0,98 Mark.

1 Schutzbeamte auf 1400 Morgen = 357 Hectar, also pro Hectar 2,10 Mark.

Summa des Gehaltes 2c. für den Oberförster und Schutzbeamten **3,08** Mark pro Hectar.

2) Nimmt man an, daß die Gehalte seit 1861 um 20% gestiegen seien, so ergeben sich als Kosten der Verwaltung und des Schutzes:

a) Bei Laubholz-Hochwald rund **3,8** Mark pro Hectar.
b) „ Nadelholz-Hochwald „ **2,5** „ „ „
c) „ Mittelwald „ **4,7** „ „ „
d) „ Niederwald „ **3,7** „ „ „

3) In Preußen betrugen 1880/81 die Besoldungen für die Verwaltungs- und Schutzbeamten pro Hectar der Gesammtfläche der Staatswaldungen 3,35, in Bayern 5,43, in Württemberg 6,91, in Sachsen 6,41, in Baden 6,8, in Hessen-Darmstadt 4,71 Mark[1]).

(Die Gesammt-Ausgabe pro Hectar betrug 1880—81 in Preußen 10,94, Bayern 13,98, Württemberg 23,27, Sachsen 20,80, Baden 21,67, Hessen-Darmstadt 17,22 Mark[2]).

IV. Die **Gelderhebungs-Kosten** betrugen in Preußen 1880/81 1,4% der zur Forstcasse geflossenen rauhen Einnahme oder 0,27 Mark pro Hectar[3]).

V. Für **Wegebau** wurden in Württemberg von 1861—78 durchschnittlich-jährlich 2,3 Mark, von 1874—78 durchschnittlich-jährlich 3,2 Mark[4]), im Königreich Sachsen von 1850—79 durchschnittlich-jährlich 1,22 Mark, im Jahre 1880 2,50 Mark pro Hectar Holzboden aufgewendet[5]).

VI. Die Ausgaben für **Forstvermessung** und **Betriebsregulirung**, einschließlich der Ausgaben für Versteinung der Jagen- und Districtseintheilung betrugen in Preußen 1880/81 14 Pfennig pro Hectar.

---

1) v. Hagen: Die forstlichen Verhältnisse Preußens, 2. Auflage, bearbeitet von Donner, 1883, I, S. 229.

2) v. Hagen-Donner, a. a. O. I, S. 242.

3) v. Hagen-Donner, a. a. O. I, S. 230.

4) Die forstlichen Verhältnisse Württembergs, 1880, S. 353. Die Culturkosten betrugen in den nämlichen Jahren 2,3 bezw. 2,4 Mark pro Hectar.

5) Allgem. Forst- und Jagd-Zeitung, 1882, S. 287. Die Culturkosten betrugen in den nämlichen Jahren 1,05 bezw. 1,13 Mark pro Hectar.

VII. **Steuern.** Die Quote, welche von dem durchschnittlich-jährlichen Reinertrag als Steuer zu rechnen ist, kann im Gebiete des deutschen Reiches durchschnittlich zu 3 % angenommen werden. Zur ungefähren Bemessung des Reinertrages führen wir an, daß derselbe im Jahre 1880—81 pro Hectar betrug: bei den Staatswaldungen (für die indessen keine Steuer gezahlt wird) von Preußen 9,67, Bayern 12,42, Hessen-Darmstadt 16,28, Baden 24,15, Württemberg 27,46, Sachsen 39,52 Mark[1]).

---

1) v. Hagen-Donner, a. a. O., S. 244. Bei obigen Zahlen sind übrigens die Steuern, Lasten, Ablösungsrenten, Kosten für den Ankauf von Grundstücken &c. vom Rohertrage nicht abgezogen. In Wirklichkeit stellen sich die Reinerträge, wie sie zum Zweck der Besteuerung zu berechnen sind, etwas höher. Vergl. Lehr: Die deutschen Holzzölle, 1883, S. 91.

A.

Ertragstafel
für 1 Hectar Kiefernwald.
(Nach Burckhardt.)

Jahr	Zwischennutzung			Hauptbestand			Abtriebsertrag	
	Festmeter.	Geldwerth pro Festmeter. Mark	Geldwerth im Ganzen. Mark	Festmeter.	Geldwerth pro Festmeter. Mark	Geldwerth im Ganzen. Mark	Festmeter.	Geldwerth. Mark
20	15,0	0,8	12,0	80,0	1,2	96,0	95,0	108,0
30	26,3	1,6	42,0	124,0	2,1	260,4	150,3	302,4
40	24,0	2,4	57,6	190,13	3,2	608,4	214,13	666,0
50	21,0	3,2	67,2	245,0	4,9	1200,0	266,0	1267,2
60	18,0	4,4	79,2	291,7	6,8	1983,6	309,7	2062,8
70	15,0	6,0	90,0	347,0	8,3	2880,0	362,0	2970,0
80	12,0	7,4	88,8	378,45	9,3	3519,6	390,45	3608,4
90	10,8	8,0	86,4	408,7	10,1	4128,0	419,5	4214,4
100	—	—	—	428,6	10,5	4500,0	428,6	4500,0

B.

Berechnung des Boden-Erwartungswerthes. Zinsfuß 3 %.

Eingangszeit	Erlös	Der Zwischennutzungen Nachwerthe bis zum Jahre								
Jahr	Mark	20	30	40	50	60	70	80	90	100
20	12,0	—	16,1268	21,6732	29,1276	39,1440	52,6068	70,6992	95,0136	127,6908
30	42,0	—	—	56,4438	75,8562	101,9466	137,0040	184,1238	247,4472	332,5476
40	57,6	—	—	—	77,4086	104,0314	139,8125	187,8912	252,5126	339,3562
50	67,2	—	—	—	—	90,3101	121,3699	163,1146	219,2064	294,5981
60	79,2	—	—	—	—	—	106,4369	143,0431	192,2422	258,3504
70	90,0	—	—	—	—	—	—	120,9510	162,5490	218,4570
80	88,8	—	—	—	—	—	—	—	119,3383	160,3812
90	86,4	—	—	—	—	—	—	—	—	116,1130
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summe der Nachwerthe der Zwischennutzungen		—	16,1268	78,1170	182,3924	335,4321	557,2301	869,8161	1288,3093	1847,4943
Abtriebsertrag		108,0000	302,4000	666,0000	1267,2000	2062,8000	2970,0000	3608,4000	4214,4000	4500,0000
Summe		108,0000	318,5268	744,1170	1449,5924	2398,2321	3527,2301	4478,2229	5502,7093	6347,4943
Nachwerth der Culturkosten (c = 24 M.)		43,3464	58,2552	78,2880	105,2136	141,3984	190,0272	255,3816	343,2120	461,2464
Unterschied		64,6536	260,2716	665,8290	1344,3788	2256,8337	3337,2029	4222,8413	5159,4973	5886,2479
Bodenwerth einschl. der jährl. Kosten		80,2028	182,3463	294,3630	397,2639	461,2968	482,5595	437,9086	387,9426	323,0961
Capitalwerth d. jährl. Kosten (v=3,6 M.)		120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000
Unterschied = reiner Bodencapitalwerth		—39,7972	62,3463	174,3630	277,2639	341,2968	362,5595	317,9086	267,9426	203,0961

C.

Berechnung des Boden-Erwartungswerthes. Zinsfuß 2%.

Eingangszeit	Erlös	Der Zwischennutzungen								
		Nachwerthe bis zum Jahre								
Jahr	Mark	20	30	40	50	60	70	80	90	100
20	12,0	—	14,6280	17,8308	21,7368	26,4960	32,2992	39,3720	47,9952	58,5048
30	42,0	—	—	51,1980	62,4078	76,0788	92,7360	113,0472	137,8020	167,9832
40	57,6	—	—	—	70,2144	85,5878	104,3366	127,1808	155,0362	188,9856
50	67,2	—	—	—	—	81,9168	99,8525	121,7261	148,3776	180,8755
60	79,2	—	—	—	—	—	96,5448	117,6833	143,4629	174,8736
70	90,0	—	—	—	—	—	—	109,7100	133,7310	163,0260
80	88,8	—	—	—	—	—	—	—	108,2472	131,9479
90	86,4	—	—	—	—	—	—	—	—	105,3216
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summe der Nachwerthe der Zwischennutzungen		—	14,6280	69,0288	154,3590	270,0794	425,7691	628,7194	874,6521	1171,5182
Abtriebsertrag		108,0000	302,4000	666,0000	1267,2000	2062,8000	2970,0000	3608,4000	4214,4000	4500,0000
Summe		108,0000	317,0280	735,0288	1421,5590	2332,8794	3395,7691	4237,1194	5089,0521	5671,5182
Nachwerth der Culturkosten (c = 24 M.)		35,6616	43,4736	52,9920	64,5984	78,7440	95,9904	117,0096	142,6344	173,8704
Unterschied		72,3384	273,5544	682,0368	1356,9606	2254,1354	3299,7787	4120,1098	4946,4177	5497,6478
Bodenwerth einschl. der jährl. Kosten		148,8580	337,1558	564,5901	802,2351	988,2130	1100,1462	1062,9883	1000,6603	880,7232
Capitalwerth d. jährl. Kosten (v = 3,6 M.)		180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000
Unterschied = reiner Bodencapitalwerth		—31,1420	157,1558	384,5901	622,2351	808,2130	920,1462	882,9883	820,6603	700,7232

D.

Berechnung des Wald-Reinertrags für verschiedene Umtriebszeiten.

Jahr	Beträgt die Fläche einer Altersstufe 1 Hectar, so liefert eine Betriebsklasse von u Hectar bei Einhaltung einer Umtriebszeit von								
	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	Jahren jährlich nachstehende Zwischennutzungserträge, ausgedrückt in Mark:								
20	—	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
30	—	—	42,0	42,0	42,0	42,0	42,0	42,0	42,0
40	—	—	—	57,6	57,6	57,6	57,6	57,6	57,6
50	—	—	—	—	67,2	67,2	67,2	67,2	67,2
60	—	—	—	—	—	79,2	79,2	79,2	79,2
70	—	—	—	—	—	—	90,0	90,0	90,0
80	—	—	—	—	—	—	—	88,8	88,8
90	—	—	—	—	—	—	—	—	86,4
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	und nachstehenden Abtriebsertrag (Mark):								
	108,000	302,400	666,000	1267,200	2062,800	2970,000	3608,400	4214,400	4500,000
Summe der Zwischennutzungen und der Abtriebsnutzung	108,000	314,400	720,000	1378,800	2241,600	3228,000	3956,400	4651,200	5023,200
Die Culturkosten betragen (Mark) . .	24,000	224,000	24,000	24,000	24,000	24,000	24,000	24,000	24,000
Unterschied	84,000	90,400	696,000	1354,800	2217,600	3204,000	3932,400	4627,200	4999,200
Pro Hectar	4,200	9,680	17,400	27,096	36,960	45,771	49,155	51,413	49,992
Die jährlichen Kosten betragen Mark .	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600
Jährlicher Wald-Reinertrag pro Hectar	0 600	6,080	13,800	23,496	33,360	42,171	45,555	47,813	46,392

E.

Factoren für die Zinseszinsrechnung.

Tafel I., welche den Factor $1{,}0p^n$ enthält, gibt den Werth an, zu welchem das Capital 1 (z. B. 1 Mark, 1 Gulden) binnen so viel Jahren zuwächst, als die in der ersten Spalte stehende Jahreszahl anzeigt.

Beispiel. Bei $3\frac{1}{2}$ % wächst eine Mark binnen 30 Jahren mit Zinsen und Zinseszinsen auf 2,8068 Mark an.

Tafel II., welche den Factor $\frac{1}{1{,}0p^n}$ enthält, gibt den Jetztwerth der Einheit an, welche ein Mal nach so viel Jahren eingeht, als die in der ersten Spalte stehende Jahreszahl anzeigt.

Beispiel. Bei $1\frac{1}{2}$ % ist 1 Mark, welche nach 97 Jahren eingeht, gegenwärtig werth 0,2359 Mark.

Tafel III., welche den Factor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$ enthält, gibt den Capitalwerth der Einheit an, welche von jetzt an immerwährend nach so viel Jahren eingeht, als die in der ersten Spalte stehende Jahreszahl anzeigt.

Beispiel. Der jetzige Werth von 1 Mark, welche von jetzt an alle 100 Jahre eingeht, ist bei 4 % 0,0202 Mark.

Tafel I. Factor $1{,}0p^n$.

Jahr	Procent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
41	1,2269	1,5038	1,8412	2,2522	2,7522
42	1,2330	1,5188	1,8688	2,2972	2,8210
43	1,2392	1,5340	1,8969	2,3432	2,8915
44	1,2454	1,5493	1,9253	2,3901	2,9638
45	1,2516	1,5648	1,9542	2,4379	3,0379
46	1,2579	1,5805	1,9835	2,4866	3,1139
47	1,2642	1,5963	2,0133	2,5363	3,1917
48	1,2705	1,6122	2,0435	2,5871	3,2715
49	1,2768	1,6283	2,0741	2,6388	3,3533
50	1,2832	1,6446	2,1052	2,6916	3,4371
51	1,2896	1,6611	2,1368	2,7454	3,5230
52	1,2961	1,6777	2,1689	2,8003	3,6111
53	1,3026	1,6945	2,2014	2,8563	3,7014
54	1,3091	1,7114	2,2344	2,9135	3,7939
55	1,3156	1,7285	2,2679	2,9717	3,8888
56	1,3222	1,7458	2,3020	3,0312	3,9860
57	1,3288	1,7633	2,3365	3,0918	4,0856
58	1,3355	1,7809	2,3715	3,1536	4,1878
59	1,3421	1,7987	2,4071	3,2167	4,2925
60	1,3489	1,8167	2,4432	3,2810	4,3998
61	1,3556	1,8349	2,4799	3,3467	4,5098
62	1,3624	1,8532	2,5171	3,4136	4,6225
63	1,3692	1,8717	2,5548	3,4819	4,7381
64	1,3760	1,8905	2,5931	3,5515	4,8565
65	1,3829	1,9094	2,6320	3,6225	4,9780
66	1,3898	1,9285	2,6715	3,6950	5,1024
67	1,3968	1,9477	2,7116	3,7689	5,2300
68	1,4038	1,9672	2,7523	3,8443	5,3607
69	1,4108	1,9869	2,7936	3,9211	5,4947
70	1,4178	2,0068	2,8355	3,9996	5,6321
71	1,4249	2,0268	2,8780	4,0795	5,7729
72	1,4320	2,0471	2,9212	4,1611	5,9172
73	1,4392	2,0676	2,9650	4,2444	6,0652
74	1,4464	2,0882	3,0094	4,3292	6,2168
75	1,4536	2,1091	3,0546	4,4158	6,3722
76	1,4609	2,1302	3,1004	4,5042	6,5315
77	1,4682	2,1515	3,1469	4,5942	6,6948
78	1,4755	2,1730	3,1941	4,6861	6,8622
79	1,4829	2,1948	3,2420	4,7798	7,0338
80	1,4903	2,2167	3,2907	4,8754	7,2096

Tafel I. Factor $1{,}0p^n$.

Jahr	Procent				
	3	3½	4	4½	5
41	3,3599	4,0978	4,9931	6,0781	7,3920
42	3,4607	4,2413	5,1928	6,3516	7,7616
43	3,5645	4,3897	5,4005	6,6374	8,1497
44	3,6714	4,5433	5,6165	6,9361	8,5572
45	3,7816	4,7024	5,8412	7,2482	8,9850
46	3,8950	4,8669	6,0748	7,5744	9,4343
47	4,0119	5,0373	6,3178	7,9153	9,9060
48	4,1322	5,2136	6,5705	8,2715	10,4013
49	4,2562	5,3961	6,8333	8,6437	10,9213
50	4,3839	5,5849	7,1067	9,0326	11,4674
51	4,5154	5,7804	7,3909	9,4391	12,0408
52	4,6509	5,9827	7,6866	9,8639	12,6428
53	4,7904	6,1921	7,9940	10,3077	13,2749
54	4,9341	6,4088	8,3138	10,7716	13,9387
55	5,0821	6,6331	8,6464	11,2563	14,6356
56	5,2346	6,8653	8,9922	11,7628	15,3674
57	5,3916	7,1056	9,3519	12,2922	16,1358
58	5,5534	7,3543	9,7260	12,8453	16,9426
59	5,7200	7,6117	10,1150	13,4234	17,7897
60	5,8916	7,8781	10,5196	14,0274	18,6792
61	6,0683	8,1538	10,9404	14,6586	19,6131
62	6,2504	8,4392	11,3780	15,3183	20,5938
63	6,4379	8,7346	11,8331	16,0076	21,6235
64	6,6310	9,0403	12,3065	16,7279	22,7047
65	6,8300	9,3567	12,7987	17,4807	23,8399
66	7,0349	9,6842	13,3107	18,2673	25,0319
67	7,2459	10,0231	13,8431	19,0894	26,2835
68	7,4633	10,3739	14,3968	19,9484	27,5977
69	7,6872	10,7370	14,9727	20,8461	28,9775
70	7,9178	11,1128	15,5716	21,7841	30,4264
71	8,1554	11,5018	16,1945	22,7644	31,9477
72	8,4000	11,9043	16,8423	23,7888	33,5451
73	8,6520	12,3210	17,5160	24,8593	35,2224
74	8,9116	12,7522	18,2166	25,9780	36,9835
75	9,1789	13,1985	18,9452	27,1470	38,8327
76	9,4543	13,6605	19,7031	28,3686	40,7743
77	9,7379	14,1386	20,4912	29,6452	42,8130
78	10,0301	14,6335	21,3108	30,9792	44,9537
79	10,3310	15,1456	22,1633	32,3733	47,2014
80	10,6409	15,6757	23,0498	33,8301	49,5614

Tafel I. Factor $1{,}0p^n$.

Jahr	Procent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
81	1,4978	2,2389	3,3400	4,9729	7,3898
82	1,5053	2,2613	3,3901	5,0724	7,5746
83	1,5128	2,2839	3,4410	5,1739	7,7639
84	1,5204	2,3067	3,4926	5,2773	7,9580
85	1,5280	2,3298	3,5450	5,3829	8,1570
86	1,5356	2,3531	3,5982	5,4905	8,3609
87	1,5433	2,3766	3,6521	5,6003	8,5699
88	1,5510	2,4004	3,7069	5,7124	8,7842
89	1,5588	2,4244	3,7625	5,8266	9,0038
90	1,5666	2,4486	3,8189	5,9431	9,2289
91	1,5744	2,4731	3,8762	6,0620	9,4596
92	1,5823	2,4978	3,9344	6,1832	9,6961
93	1,5902	2,5228	3,9934	6,3069	9,9385
94	1,5981	2,5481	4,0533	6,4330	10,1869
95	1,6061	2,5736	4,1141	6,5617	10,4416
96	1,6141	2,5993	4,1758	6,6929	10,7026
97	1,6222	2,6253	4,2384	6,8268	10,9702
98	1,6303	2,6515	4,3020	6,9633	11,2445
99	1,6385	2,6780	4,3665	7,1026	11,5256
100	1,6476	2,7048	4,4320	7,2446	11,8137
101	1,6549	2,7319	4,4985	7,3895	12,1091
102	1,6632	2,7592	4,5660	7,5373	12,4119
103	1,6715	2,7868	4,6345	7,6881	12,7221
104	1,6798	2,8146	4,7040	7,8418	13,0401
105	1,6882	2,8428	4,7746	7,9987	13,3662
106	1,6967	2,8712	4,8462	8,1586	13,7003
107	1,7052	2,8999	4,9189	8,3218	14,0428
108	1,7137	2,9289	4,9927	8,4883	14,3939
109	1,7223	2,9582	5,0676	8,6580	14,7538
110	1,7309	2,9878	5,1436	8,8312	15,1226
111	1,7395	3,0177	5,2207	9,0078	15,5006
112	1,7482	3,0479	5,2990	9,1880	15,8881
113	1,7570	3,0783	5,3785	9,3717	16,2853
114	1,7658	3,1091	5,4592	9,5592	16,6925
115	1,7746	3,1402	5,5411	9,7503	17,1098
116	1,7835	3,1716	5,6242	9,9453	17,5375
117	1,7924	3,2033	5,7086	10,1443	17,9760
118	1,8013	3,2354	5,7942	10,3471	18,4254
119	1,8103	3,2677	5,8811	10,5541	18,8860
120	1,8194	3,3004	5,9693	10,7652	19,3581
130	1,9125	3,6457	6,9276	13,1227	24,7801
140	2,0102	4,0271	8,0398	15,9965	31,7206
150	2,1130	4,4484	9,3305	19,4996	40,6050
160	2,2211	4,9138	10,8285	23,7699	51,9779
170	2,3347	5,4279	12,5669	28,9754	66,5361
180	2,4541	5,9958	14,5844	35,3208	85,1718
190	2,5796	6,6231	16,9258	43,0559	109,0271
200	2,7115	7,3160	19,6430	52,4849	139,5639

Tafel I. Factor $1{,}0p^n$.

Jahr	Procent 3	$3^1/_2$	4	$4^1/_2$	5
81	10,9601	16,2244	23,9718	35,3525	52,0395
82	11,2889	16,7922	24,9307	36,9433	54,6415
83	11,6276	17,3800	25,9279	38,6058	57,3736
84	11,9764	17,9883	26,9650	40,3430	60,2422
85	12,3357	18,6179	28,0436	42,1585	63,2544
86	12,7058	19,2695	29,1653	44,0556	66,4171
87	13,0869	19,9439	30,3320	46,0381	69,7379
88	13,4796	20,6420	31,5452	48,1098	73,2248
89	13,8839	21,3644	32,8071	50,2747	76,8861
90	14,3005	22,1122	34,1193	52,5371	80,7304
91	14,7295	22,8861	35,4841	54,9013	84,7669
92	15,1714	23,6871	36,9035	57,3718	89,0052
93	15,6265	24,5162	38,3796	59,9536	93,4555
94	16,0953	25,3742	39,9148	62,6515	98,1283
95	16,5782	26,2623	41,5114	65,4708	103,0347
96	17,0755	27,1815	43,1718	68,4170	108,1864
97	17,5878	28,1329	44,8987	71,4957	113,5957
98	18,1154	29,1175	46,6947	74,7130	119,2755
99	18,6589	30,1366	48,5624	78,0751	125,2393
100	19,2186	31,1914	50,5049	81,5885	131,5013
101	19,7952	32,2831	52,5251	85,2600	138,0763
102	20,3890	33,4130	54,6262	89,0967	144,9801
103	21,0007	34,5825	56,8112	93,1061	152,2291
104	21,6307	35,7929	59,0836	97,2958	159,8406
105	22,2797	37,0456	61,4470	101,6741	167,8326
106	22,9480	38,3422	63,9049	106,2495	176,2243
107	23,6365	39,6842	66,4611	111,0307	185,0355
108	24,3456	41,0731	69,1195	116,0271	194,2872
109	25,0760	42,5107	71,8843	121,2483	204,0016
110	25,8282	43,9986	74,7597	126,7045	214,2017
111	26,6031	45,5385	77,7500	132,4062	224,9118
112	27,4012	47,1324	80,8600	138,3645	236,1574
113	28,2232	48,7820	84,0944	144,5909	247,9652
114	29,0699	50,4894	87,4583	151,0974	260,3635
115	29,9420	52,2565	90,9566	157,8968	273,3817
116	30,8403	54,0855	94,5948	165,0022	287,0508
117	31,7655	55,9785	98,3786	172,4273	301,4033
118	32,7184	57,9377	102,3138	180,1865	316,4735
119	33,7000	59,9655	106,4063	188,2949	332,2971
120	34,7110	62,0643	110,6626	196,7682	348,9120
130	46,6486	87,5478	163,8076	305,5750	568,3409
140	62,6919	123,4949	242,4753	474,5486	925,7674
150	84,2527	174,2017	358,9227	736,9594	1507,9775
160	113,2286	245,7287	531,2932	1144,4754	2456,3364
170	152,1697	346,6247	786,4438	1777,3353	4001,1133
180	204,5033	488,9484	1164,1289	2760,1474	6517,3918
190	274,8354	689,7100	1723,1912	4286,4245	10616,1446
200	369,3558	972,9039	2550,7498	6656,6863	17292,5808

Tafel II. Factor $\frac{1}{1,0p^n}$.

Jahr	Procent ½	1	1½	2	2½
1	0,9950	0,9901	0,9852	0,9804	0,9756
2	0,9900	0,9803	0,9707	0,9612	0,9518
3	0,9851	0,9706	0,9563	0,9423	0,9286
4	0,9802	0,9610	0,9422	0,9238	0,9060
5	0,9754	0,9515	0,9283	0,9057	0,8839
6	0,9705	0,9420	0,9145	0,8880	0,8623
7	0,9657	0,9327	0,9010	0,8706	0,8413
8	0,9609	0,9235	0,8877	0,8535	0,8207
9	0,9561	0,9143	0,8746	0,8368	0,8007
10	0,9513	0,9053	0,8617	0,8203	0,7812
11	0,9466	0,8963	0,8489	0,8043	0,7621
12	0,9419	0,8874	0,8364	0,7885	0,7436
13	0,9372	0,8787	0,8240	0,7730	0,7254
14	0,9326	0,8700	0,8118	0,7579	0,7077
15	0,9279	0,8613	0,7999	0,7430	0,6905
16	0,9233	0,8528	0,7880	0,7284	0,6736
17	0,9187	0,8444	0,7764	0,7142	0,6572
18	0,9141	0,8360	0,7649	0,7002	0,6412
19	0,9096	0,8277	0,7536	0,6864	0,6255
20	0,9051	0,8195	0,7425	0,6730	0,6103
21	0,9006	0,8114	0,7315	0,6598	0,5954
22	0,8961	0,8034	0,7207	0,6468	0,5809
23	0,8916	0,7954	0,7100	0,6342	0,5667
24	0,8872	0,7876	0,6995	0,6217	0,5529
25	0,8828	0,7798	0,6892	0,6095	0,5394
26	0,8784	0,7720	0,6790	0,5976	0,5262
27	0,8740	0,7644	0,6690	0,5859	0,5134
28	0,8697	0,7568	0,6591	0,5744	0,5009
29	0,8653	0,7493	0,6494	0,5631	0,4887
30	0,8610	0,7419	0,6398	0,5521	0,4767
31	0,8567	0,7346	0,6303	0,5412	0,4651
32	0,8525	0,7273	0,6210	0,5306	0,4538
33	0,8482	0,7201	0,6118	0,5202	0,4427
34	0,8440	0,7130	0,6028	0,5100	0,4319
35	0,8398	0,7059	0,5939	0,5000	0,4214
36	0,8356	0,6989	0,5851	0,4902	0,4111
37	0,8315	0,6920	0,5764	0,4806	0,4011
38	0,8273	0,6852	0,5679	0,4712	0,3913
39	0,8232	0,6784	0,5595	0,4619	0,3817
40	0,8191	0,6717	0,5513	0,4529	0,3724

Tafel II. Factor $\frac{1}{1,0p^n}$.

Jahr	Procent				
	3	3 1/2	4	4 1/2	5
1	0,9709	0,9662	0,9615	0,9569	0,9524
2	0,9426	0,9335	0,9246	0,9157	0,9070
3	0,9151	0,9019	0,8890	0,8763	0,8638
4	0,8885	0,8714	0,8548	0,8386	0,8227
5	0,8626	0,8420	0,8219	0,8025	0,7835
6	0,8375	0,8135	0,7903	0,7679	0,7462
7	0,8131	0,7860	0,7599	0,7348	0,7107
8	0,7894	0,7594	0,7307	0,7032	0,6768
9	0,7664	0,7337	0,7026	0,6729	0,6446
10	0,7441	0,7089	0,6756	0,6439	0,6139
11	0,7224	0,6849	0,6496	0,6162	0,5847
12	0,7014	0,6618	0,6246	0,5897	0,5568
13	0,6810	0,6394	0,6006	0,5643	0,5303
14	0,6611	0,6178	0,5775	0,5400	0,5051
15	0,6419	0,5969	0,5553	0,5167	0,4810
16	0,6232	0,5767	0,5339	0,4945	0,4581
17	0,6050	0,5572	0,5134	0,4732	0,4363
18	0,5874	0,5384	0,4936	0,4528	0,4155
19	0,5703	0,5202	0,4746	0,4333	0,3957
20	0,5537	0,5026	0,4564	0,4146	0,3769
21	0,5375	0,4856	0,4388	0,3968	0,3589
22	0,5219	0,4692	0,4220	0,3797	0,3418
23	0,5067	0,4533	0,4057	0,3633	0,3256
24	0,4919	0,4380	0,3901	0,3477	0,3101
25	0,4776	0,4231	0,3751	0,3327	0,2953
26	0,4637	0,4088	0,3607	0,3184	0,2812
27	0,4502	0,3950	0,3468	0,3047	0,2678
28	0,4371	0,3817	0,3335	0,2916	0,2551
29	0,4243	0,3687	0,3207	0,2790	0,2429
30	0,4120	0,3563	0,3083	0,2670	0,2314
31	0,4000	0,3442	0,2965	0,2555	0,2204
32	0,3883	0,3326	0,2851	0,2445	0,2099
33	0,3770	0,3213	0,2741	0,2340	0,1999
34	0,3660	0,3105	0,2636	0,2239	0,1904
35	0,3554	0,3000	0,2534	0,2143	0,1813
36	0,3450	0,2898	0,2437	0,2050	0,1727
37	0,3350	0,2800	0,2343	0,1962	0,1644
38	0,3252	0,2706	0,2253	0,1878	0,1566
39	0,3158	0,2614	0,2166	0,1797	0,1491
40	0,3066	0,2526	0,2083	0,1719	0,1420

Tafel II. Factor $\frac{1}{1{,}0p^n}$.

Jahr	Procent ½	1	1½	2	2½
41	0,8151	0,6650	0,5431	0,4440	0,3633
42	0,8110	0,6584	0,5351	0,4353	0,3545
43	0,8070	0,6519	0,5272	0,4268	0,3458
44	0,8030	0,6454	0,5194	0,4184	0,3374
45	0,7990	0,6391	0,5117	0,4102	0,3292
46	0,7950	0,6327	0,5042	0,4022	0,3211
47	0,7910	0,6265	0,4967	0,3943	0,3133
48	0,7871	0,6203	0,4894	0,3865	0,3057
49	0,7832	0,6141	0,4821	0,3790	0,2982
50	0,7793	0,6080	0,4750	0,3715	0,2909
51	0,7754	0,6020	0,4680	0,3642	0,2838
52	0,7715	0,5961	0,4611	0,3571	0,2769
53	0,7677	0,5902	0,4543	0,3501	0,2702
54	0,7639	0,5843	0,4475	0,3432	0,2636
55	0,7601	0,5785	0,4409	0,3365	0,2572
56	0,7563	0,5728	0,4344	0,3299	0,2509
57	0,7525	0,5671	0,4280	0,3234	0,2448
58	0,7488	0,5615	0,4217	0,3171	0,2388
59	0,7451	0,5560	0,4154	0,3109	0,2330
60	0,7414	0,5504	0,4093	0,3048	0,2273
61	0,7377	0,5450	0,4032	0,2988	0,2217
62	0,7340	0,5396	0,3973	0,2929	0,2163
63	0,7304	0,5343	0,3914	0,2872	0,2111
64	0,7267	0,5290	0,3856	0,2816	0,2059
65	0,7231	0,5237	0,3799	0,2760	0,2009
66	0,7195	0,5185	0,3743	0,2706	0,1960
67	0,7159	0,5134	0,3688	0,2653	0,1912
68	0,7124	0,5083	0,3633	0,2601	0,1865
69	0,7088	0,5033	0,3580	0,2550	0,1820
70	0,7053	0,4983	0,3527	0,2500	0,1776
71	0,7018	0,4934	0,3475	0,2451	0,1732
72	0,6983	0,4885	0,3423	0,2403	0,1690
73	0,6948	0,4837	0,3373	0,2356	0,1649
74	0,6914	0,4789	0,3323	0,2310	0,1609
75	0,6879	0,4741	0,3274	0,2265	0,1569
76	0,6845	0,4694	0,3225	0,2220	0,1531
77	0,6811	0,4648	0,3178	0,2177	0,1494
78	0,6777	0,4602	0,3131	0,2134	0,1457
79	0,6743	0,4556	0,3084	0,2092	0,1422
80	0,6710	0,4511	0,3039	0,2051	0,1387

Tafel II. Factor $\frac{1}{1,0p^n}$.

Jahr	Procent				
	3	$3^1/_2$	4	$4^1/_2$	5
41	0,2976	0,2440	0,2003	0,1645	0,1353
42	0,2890	0,2358	0,1926	0,1574	0,1288
43	0,2805	0,2278	0,1852	0,1507	0,1227
44	0,2724	0,2201	0,1780	0,1442	0,1169
45	0,2644	0,2127	0,1712	0,1380	0,1113
46	0,2567	0,2055	0,1646	0,1320	0,1060
47	0,2493	0,1985	0,1583	0,1263	0,1009
48	0,2420	0,1918	0,1522	0,1209	0,09614
49	0,2350	0,1853	0,1463	0,1157	0,09156
50	0,2281	0,1791	0,1407	0,1107	0,08720
51	0,2215	0,1730	0,1353	0,1059	0,08305
52	0,2150	0,1671	0,1301	0,1014	0,07910
53	0,2088	0,1615	0,1251	0,09701	0,07533
54	0,2027	0,1560	0,1203	0,09284	0,07174
55	0,1968	0,1508	0,1157	0,08884	0,06833
56	0,1910	0,1457	0,1112	0,08501	0,06507
57	0,1855	0,1407	0,1069	0,08135	0,06197
58	0,1801	0,1360	0,1028	0,07785	0,05902
59	0,1748	0,1314	0,09886	0,07450	0,05621
60	0,1697	0,1269	0,09506	0,07129	0,05354
61	0,1648	0,1226	0,09140	0,06822	0,05099
62	0,1600	0,1185	0,08789	0,06528	0,04856
63	0,1553	0,1145	0,08451	0,06247	0,04625
64	0,1508	0,1106	0,08126	0,05978	0,04404
65	0,1464	0,1069	0,07813	0,05721	0,04195
66	0,1421	0,1033	0,07513	0,05474	0,03995
67	0,1380	0,09977	0,07224	0,05239	0,03805
68	0,1340	0,09640	0,06946	0,05013	0,03623
69	0,1301	0,09314	0,06679	0,04797	0,03451
70	0,1263	0,08999	0,06422	0,04591	0,03287
71	0,1226	0,08694	0,06175	0,04393	0,03130
72	0,1190	0,08400	0,05937	0,04204	0,02981
73	0,1156	0,08116	0,05709	0,04023	0,02839
74	0,1122	0,07842	0,05489	0,03849	0,02704
75	0,1089	0,07577	0,05278	0,03684	0,02575
76	0,1058	0,07320	0,05075	0,03525	0,02453
77	0,1027	0,07073	0,04880	0,03373	0,02336
78	0,09970	0,06834	0,04692	0,03228	0,02225
79	0,09680	0,06603	0,04512	0,03089	0,02119
80	0,09398	0,06379	0,04338	0,02956	0,02018

Tafel II. Factor $\frac{1}{1{,}0\,p^n}$.

Jahr	Procent ½	1	1½	2	2½
81	0,6676	0,4467	0,2994	0,2011	0,1353
82	0,6643	0,4422	0,2950	0,1971	0,1320
83	0,6610	0,4378	0,2906	0,1933	0,1288
84	0,6577	0,4335	0,2863	0,1895	0,1257
85	0,6545	0,4292	0,2821	0,1858	0,1226
86	0,6512	0,4250	0,2779	0,1821	0,1196
87	0,6480	0,4208	0,2738	0,1786	0,1167
88	0,6447	0,4166	0,2698	0,1751	0,1138
89	0,6415	0,4125	0,2658	0,1716	0,1111
90	0,6383	0,4084	0,2619	0,1683	0,1084
91	0,6352	0,4043	0,2580	0,1650	0,1057
92	0,6320	0,4003	0,2542	0,1617	0,1031
93	0,6289	0,3964	0,2504	0,1586	0,1006
94	0,6257	0,3925	0,2467	0,1554	0,09817
95	0,6226	0,3886	0,2431	0,1524	0,09577
96	0,6195	0,3847	0,2395	0,1494	0,09344
97	0,6164	0,3809	0,2359	0,1465	0,09116
98	0,6134	0,3771	0,2324	0,1436	0,08893
99	0,6103	0,3734	0,2290	0,1408	0,08676
100	0,6069	0,3697	0,2256	0,1380	0,08465
101	0,6043	0,3661	0,2223	0,1353	0,08258
102	0,6013	0,3624	0,2190	0,1327	0,08006
103	0,5983	0,3588	0,2158	0,1301	0,07860
104	0,5953	0,3553	0,2126	0,1275	0,07669
105	0,5923	0,3518	0,2094	0,1250	0,07482
106	0,5894	0,3483	0,2063	0,1226	0,07299
107	0,5864	0,3448	0,2033	0,1202	0,07121
108	0,5835	0,3414	0,2003	0,1178	0,06947
109	0,5806	0,3380	0,1973	0,1155	0,06778
110	0,5777	0,3347	0,1944	0,1132	0,06613
111	0,5749	0,3314	0,1915	0,1110	0,06452
112	0,5720	0,3281	0,1887	0,1080	0,06294
113	0,5692	0,3249	0,1859	0,1067	0,06145
114	0,5663	0,3216	0,1832	0,1046	0,05991
115	0,5635	0,3184	0,1805	0,1026	0,05845
116	0,5607	0,3153	0,1778	0,1005	0,05701
117	0,5579	0,3122	0,1752	0,09858	0,05563
118	0,5551	0,3091	0,1726	0,09665	0,05423
119	0,5524	0,3060	0,1700	0,09475	0,05295
120	0,5496	0,3030	0,1675	0,09289	0,05166
130	0,5229	0,2743	0,1443	0,07620	0,04036
140	0,4975	0,2483	0,1244	0,06251	0,03158
150	0,4732	0,2248	0,1072	0,05128	0,02463
160	0,4502	0,2035	0,09235	0,04207	0,01924
170	0,4283	0,1842	0,07957	0,03451	0,01503
180	0,4075	0,1668	0,06857	0,02831	0,01174
190	0,3877	0,1510	0,05908	0,02323	0,009172
200	0,3688	0,1367	0,05091	0,01905	0,007165

Tafel II. Factor $\frac{1}{1,0p^n}$.

Jahr	Procent 3	3½	4	4½	5
81	0,09124	0,06164	0,04172	0,02829	0,01922
82	0,08858	0,05955	0,04011	0,02707	0,01830
83	0,08600	0,05754	0,03857	0,02590	0,01743
84	0,08350	0,05559	0,03709	0,02479	0,01660
85	0,08107	0,05371	0,03566	0,02372	0,01581
86	0,07870	0,05190	0,03429	0,02270	0,01506
87	0,07641	0,05014	0,03297	0,02172	0,01434
88	0,07419	0,04845	0,03170	0,02079	0,01366
89	0,07203	0,04681	0,03048	0,01989	0,01301
90	0,06993	0,04522	0,02931	0 01903	0,01239
91	0,06789	0,04369	0,02818	0,01821	0,01180
92	0,06591	0,04222	0,02710	0,01743	0,01123
93	0,06399	0,04079	0,02606	0,01668	0,01070
94	0,06213	0,03941	0,02505	0,01596	0,01019
95	0,06032	0,03808	0,02409	0,01527	0,009705
96	0,05856	0,03679	0,02316	0,01462	0,009244
97	0,05686	0,03555	0,02227	0,01399	0,008803
98	0,05520	0,03434	0,02142	0,01338	0,008384
99	0,05359	0,03318	0,02059	0,01281	0,007985
100	0,05203	0,03206	0,01980	0,01226	0,007605
101	0,05052	0,03098	0,01904	0,01173	0,007242
102	0,04905	0,02993	0,01831	0,01122	0,006898
103	0,04762	0,02892	0,01760	0,01074	0,006569
104	0,04623	0,02794	0,01693	0,01028	0,006256
105	0,04488	0,02699	0,01627	0,009835	0,005958
106	0,04358	0,02608	0,01565	0,009412	0,005675
107	0,04231	0,02520	0,01504	0,009007	0,005404
108	0,04108	0,02435	0,01447	0,008619	0,005147
109	0,03988	0,02352	0,01391	0,008248	0,004902
110	0,03872	0,02273	0,01338	0,007892	0,004669
111	0,03759	0,02196	0,01286	0,007553	0,004446
112	0,03649	0,02122	0,01237	0,007227	0,004234
113	0,03543	0,02050	0,01189	0,006916	0,004033
114	0,03440	0,01981	0,01143	0,006618	0,003841
115	0,03340	0,01914	0,01099	0,006333	0,003658
116	0,03243	0,01849	0,01057	0,006061	0,003484
117	0,03148	0,01786	0,01016	0,005800	0,003318
118	0,03056	0,01726	0,009774	0,005550	0,003160
119	0,02967	0,01668	0,009398	0,005311	0,003009
120	0,02881	0,01611	0,009036	0,005082	0,002866
130	0,02144	0,01142	0,006105	0,003273	0,001760
140	0,01595	0,008098	0,004124	0,002107	0,001080
150	0,01187	0,005740	0,002786	0,001357	0,0006631
160	0,008832	0,004070	0,001882	0,0008738	0,0004071
170	0,006572	0,002885	0,001272	0,0005626	0,0002499
180	0,004890	0,002045	0,0008590	0,0003623	0,0001534
190	0,003639	0,001450	0,0005803	0,0002333	0,00009419
200	0,002707	0,001028	0,0003920	0,0001502	0,00005784

Tafel III. Factor $\frac{1}{1,0p^n - 1}$.

Jahr	Procent				
	½	1	1½	2	2½
1	200,0000	100,0000	66,6667	50,0000	40,0000
2	99,7506	49,7512	33,0852	24,7525	19,7531
3	66,3350	33,0022	21,8924	16,3377	13,0054
4	49,6266	24,6281	16,2963	12,1312	9,6327
5	39,6020	19,6040	12,9393	9,6079	7,6099
6	32,9191	16,2549	10,7017	7,9263	6,2620
7	28,1458	13,8629	9,1037	6,7256	5,2998
8	24,5658	12,0690	7,9056	5,8255	4,5787
9	21,7815	10,6741	6,9740	5,1258	4,0183
10	19,5537	9,5582	6,2289	4,5663	3,5703
11	17,7318	8,6454	5,6196	4,1089	3,2042
12	16,2133	7,8849	5,1120	3,7280	2,8995
13	14,9284	7,2415	4,6827	3,4059	2,6419
14	13,8272	6,6901	4,3149	3,1301	2,4215
15	12,8729	6,2124	3,9963	2,8913	2,2307
16	12,0379	5,7944	3,7177	2,6825	2,0640
17	11,3012	5,4258	3,4720	2,4985	1,9171
18	10,6463	5,0982	3,2537	2,3351	1,7868
19	10,0605	4,8052	3,0586	2,1891	1,6704
20	9,5333	4,5415	2,8830	2,0578	1,5659
21	9,0563	4,3031	2,7244	1,9392	1,4715
22	8,6227	4,0864	2,5802	1,8316	1,3859
23	8,2269	3,8886	2,4487	1,7334	1,3079
24	7,8642	3,7073	2,3283	1,6436	1,2365
25	7,5304	3,5407	2,2176	1,5610	1,1710
26	7,2223	3,3869	2,1155	1,4850	1,1107
27	6,9372	3,2446	2,0210	1,4147	1,0551
28	6,6724	3,1124	1,9334	1,3495	1,0035
29	6,4258	2,9895	1,8519	1,2889	0,9556
30	6,1958	2,8748	1,7759	1,2325	0,9111
31	5,9806	2,7676	1,7050	1,1798	0,8696
32	5,7789	2,6671	1,6385	1,1305	0,8307
33	5,5895	2,5727	1,5761	1,0843	0,7944
34	5,4112	2,4840	1,5175	1,0409	0,7603
35	5,2131	2,4004	1,4622	1,0001	0,7282
36	5,0844	2,3214	1,4102	0,9616	0,6981
37	4,9343	2,2468	1,3610	0,9253	0,6696
38	4,7921	2,1762	1,3145	0,8910	0,6428
39	4,6572	2,1092	1,2703	0,8586	0,6174
40	4,5291	2,0456	1,2285	0,8278	0,5934

Tafel III. Factor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$.

Jahr	Procent				
	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5
1	33,3333	28,5714	25,0000	22,2222	20,0000
2	16,4204	14,0400	12,2549	10,8666	9,7561
3	10,7843	9,1981	8,0087	7,0839	6,3442
4	7,9676	6,7786	5,8873	5,1943	4,6402
5	6,2785	5,3280	4,6157	4,0620	3,6195
6	5,1533	4,3620	3,7690	3,3084	2,9403
7	4,3502	3,6727	3,1652	2,7711	2,4564
8	3,7485	3,1565	2,7132	2,3691	2,0944
9	3,2811	2,7556	2,3623	2,0572	1,8138
10	2,9077	2,4355	2,0823	1,8084	1,5901
11	2,6026	2,1741	1,8537	1,6055	1,4078
12	2,3487	1,9567	1,6638	1,4370	1,2565
13	2,1343	1,7732	1,5036	1,2950	1,1291
14	1,9509	1,6163	1,3667	1,1738	1,0205
15	1,7922	1,4807	1,2485	1,0692	0,9268
16	1,6537	1,3624	1,1455	0,9781	0,8454
17	1,5317	1,2584	1,0550	0,8982	0,7740
18	1,4236	1,1662	0,9748	0,8275	0,7109
19	1,3271	1,0840	0,9035	0,7646	0,6549
20	1,2405	1,0103	0,8395	0,7084	0,6049
21	1,1624	0,9439	0,7820	0,6578	0,5599
22	1,0916	0,8838	0,7300	0,6121	0,5194
23	1,0271	0,8291	0,6827	0,5707	0,4827
24	0,9682	0,7792	0,6397	0,5330	0,4494
25	0,9143	0,7335	0,6003	0,4986	0,4190
26	0,8646	0,6916	0,5642	0,4671	0,3918
27	0,8188	0,6529	0,5310	0,4382	0,3658
28	0,7764	0,6172	0,5003	0,4116	0,3424
29	0,7372	0,5842	0,4720	0,3870	0,3209
30	0,7006	0,5535	0,4458	0,3643	0,3010
31	0,6666	0,5249	0,4214	0,3432	0,2826
32	0,6349	0,4983	0,3987	0,3236	0,2656
33	0,6052	0,4735	0,3776	0,3054	0,2498
34	0,5774	0,4503	0,3579	0,2885	0,2351
35	0,5513	0,4285	0,3394	0,2727	0,2214
36	0,5268	0,4081	0,3222	0,2579	0,2087
37	0,5037	0,3889	0,3060	0,2441	0,1968
38	0,4820	0,3709	0,2908	0,2311	0,1857
39	0,4615	0,3539	0,2765	0,2190	0,1753
40	0,4421	0,3379	0,2631	0,2076	0,1656

Tafel III. Factor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$.

Jahr	Procent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
41	4,4072	1,9851	1,1887	0,7986	0,5707
42	4,2912	1,9276	1,1510	0,7709	0,5491
43	4,1806	1,8727	1,1150	0,7445	0,5287
44	4,0751	1,8204	1,0807	0,7195	0,5092
45	3,9742	1,7705	1,0480	0,6955	0,4907
46	3,8778	1,7228	1,0167	0,6727	0,4731
47	3,7855	1,6771	0,9869	0,6509	0,4563
48	3,6971	1,6334	0,9583	0,6301	0,4402
49	3,6120	1,5915	0,9310	0,6102	0,4249
50	3,5307	1,5513	0,9048	0,5912	0,4103
51	3,4525	1,5127	0,8796	0,5729	0,3963
52	3,3773	1,4756	0,8555	0,5555	0,3830
53	3,3050	1,4400	0,8324	0,5387	0,3702
54	3,2354	1,4057	0,8101	0,5226	0,3579
55	3,1683	1,3726	0,7887	0,5072	0,3462
56	3,1036	1,3408	0,7681	0,4923	0,3349
57	3,0412	1,3102	0,7482	0,4781	0,3241
58	2,9810	1,2806	0,7291	0,4643	0,3137
59	2,9228	1,2520	0,7107	0,4511	0,3037
60	2,8666	1,2244	0,6929	0,4384	0,2941
61	2,8122	1,1978	0,6757	0,4261	0,2849
62	2,7596	1,1720	0,6592	0,4143	0,2760
63	2,7087	1,1471	0,6432	0,4029	0,2675
64	2,6594	1,1230	0,6277	0,3919	0,2593
65	2,6116	1,0997	0,6127	0,3813	0,2514
66	2,5653	1,0770	0,5983	0,3711	0,2438
67	2,5203	1,0551	0,5843	0,3612	0,2364
68	2,4767	1,0339	0,5707	0,3516	0,2293
69	2,4344	1,0133	0,5576	0,3423	0,2225
70	2,3933	0,9933	0,5448	0,3334	0,2159
71	2,3534	0,9739	0,5325	0,3247	0,2095
72	2,3146	0,9550	0,5205	0,3163	0,2034
73	2,2768	0,9367	0,5089	0,3082	0,1974
74	2,2401	0,9189	0,4976	0,3004	0,1917
75	2,2044	0,9016	0,4867	0,2928	0,1861
76	2,1697	0,8848	0,4761	0,2854	0,1808
77	2,1358	0,8684	0,4658	0,2782	0,1756
78	2,1028	0,8525	0,4558	0,2713	0,1706
79	2,0707	0,8370	0,4460	0,2646	0,1657
80	2,0394	0,8219	0,4366	0,2580	0,1610

Tafel III. Factor $\frac{1}{1,0p^n - 1}$.

Jahr	Procent				
	3	$3^1/_2$	4	$4^1/_2$	5
41	0,4237	0,3228	0,2504	0,1969	0,1564
42	0,4064	0,3085	0,2385	0,1869	0,1479
43	0,3899	0,2950	0,2272	0,1774	0,1399
44	0,3743	0,2822	0,2166	0,1685	0,1323
45	0,3595	0,2701	0,2066	0,1600	0,1252
46	0,3454	0,2586	0,1971	0,1521	0,1186
47	0,3320	0,2477	0,1880	0,1446	0,1123
48	0,3193	0,2373	0,1795	0,1375	0,1064
49	0,3071	0,2275	0,1714	0,1308	0,1008
50	0,2955	0,2181	0,1638	0,1245	0,09553
51	0,2845	0,2092	0,1565	0,1185	0,09057
52	0,2739	0,2007	0,1496	0,1128	0,08589
53	0,2638	0,1926	0,1430	0,1074	0,08148
54	0,2542	0,1849	0,1367	0,1023	0,07729
55	0,2450	0,1775	0,1308	0,09750	0,07334
56	0,2361	0,1705	0,1251	0,09291	0,06960
57	0,2277	0,1638	0,1197	0,08856	0,06607
58	0,2196	0,1574	0,1146	0,08442	0,06273
59	0,2119	0,1512	0,1097	0,08049	0,05956
60	0,2044	0,1454	0,1050	0,07676	0,05656
61	0,1973	0,1398	0,1006	0,07321	0,05373
62	0,1905	0,1344	0,09636	0,06984	0,05104
63	0,1839	0,1293	0,09231	0,06663	0,04849
64	0,1776	0,1244	0,08844	0,06358	0,04607
65	0,1715	0,1197	0,08476	0,06068	0,04378
66	0,1657	0,1152	0,08123	0,05791	0,04161
67	0,1601	0,1108	0,07786	0,05528	0,03955
68	0,1547	0,1067	0,07464	0,05277	0,03760
69	0,1495	0,1027	0,07157	0,05039	0,03574
70	0,1446	0,09888	0,06863	0,04811	0,03398
71	0,1398	0,09522	0,06581	0,04595	0,03231
73	0,1351	0,09171	0,06312	0,04388	0,03073
72	0,1307	0,08833	0,06055	0,04191	0,02922
74	0,1264	0,08509	0,05808	0,04004	0,02779
75	0,1223	0,08198	0,05573	0,03825	0,02643
76	0,1183	0,07899	0,05346	0,03654	0,02514
77	0,1144	0,07611	0,05131	0,03491	0,02392
78	0,1107	0,07335	0,04923	0,03336	0,02275
79	0,1072	0,07069	0,04725	0,03187	0,02164
80	0,1037	0,06814	0,04535	0,03046	0,02059

Tafel III. Factor $\frac{1}{1,0p^n - 1}$.

Jahr	Procent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
81	2,0090	0,8072	0,4273	0,2517	0,1565
82	1,9791	0,7928	0,4184	0,2456	0,1521
83	1,9501	0,7789	0,4097	0,2396	0,1478
84	1,9217	0,7653	0,4012	0,2338	0,1437
85	1,8940	0,7520	0,3929	0,2282	0,1397
86	1,8670	0,7390	0,3849	0,2227	0,1358
87	1,8406	0,7264	0,3771	0,2174	0,1321
88	1,8149	0,7141	0,3694	0,2122	0,1285
89	1,7897	0,7021	0,3620	0,2072	0,1249
90	1,7651	0,6903	0,3547	0,2023	0,1215
91	1,7410	0,6788	0,3477	0,1975	0,1182
92	1,7174	0,6676	0,3408	0,1929	0,1150
93	1,6944	0,6567	0,3341	0,1884	0,1119
94	1,6719	0,6460	0,3275	0,1841	0,1088
95	1,6499	0,6355	0,3211	0,1798	0,1059
96	1,6283	0,6253	0,3149	0,1757	0,1031
97	1,6072	0,6153	0,3088	0,1716	0,1003
98	1,5865	0,6055	0,3028	0,1677	0,09761
99	1,5662	0,5959	0,2970	0,1639	0,09501
100	1,5442	0,5866	0,2914	0,1601	0,09248
101	1,5270	0,5774	0,2858	0,1565	0,09002
102	1,5079	0,5684	0,2804	0,1530	0,08762
103	1,4892	0,5597	0,2751	0,1495	0,08531
104	1,4709	0,5511	0,2700	0,1462	0,08306
105	1,4530	0,5427	0,2649	0,1429	0,08087
106	1,4354	0,5344	0,2600	0,1397	0,07874
107	1,4181	0,5263	0,2552	0,1366	0,07667
108	1,4011	0,5184	0,2505	0,1335	0,07466
109	1,3845	0,5107	0,2458	0,1306	0,07271
110	1,3682	0,5031	0,2413	0,1277	0,07081
111	1,3522	0,4956	0,2369	0,1249	0,06902
112	1,3365	0,4883	0,2326	0,1221	0,06717
113	1,3211	0,4812	0,2284	0,1194	0,06542
114	1,3059	0,4741	0,2243	0,1168	0,06373
115	1,2910	0,4672	0,2202	0,1143	0,06207
116	1,2764	0,4605	0,2163	0,1118	0,06046
117	1,2620	0,4539	0,2124	0 1094	0,05890
118	1,2479	0,4474	0,2086	0,1070	0,05739
119	1,2340	0,4410	0,2049	0,1047	0,05591
120	1,2204	0,4347	0,2012	0,1024	0,05447
130	1,0960	0,3779	0,1687	0,08249	0,04205
140	0,9899	0,3303	0,1420	0,06668	0,03255
150	0,8984	0,2900	0,1200	0,05406	0,02525
160	0,8189	0,2555	0,1017	0,04392	0,01962
170	0,7492	0,2258	0,08645	0,03575	0,01526
180	0,6877	0,2002	0,07361	0,02914	0,01188
190	0,6331	0,1778	0,06279	0,02378	0,009257
200	0,5843	0,1583	0,05364	0,01942	0,007217

Tafel III. Factor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$.

Jahr	Procent				
	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5
81	0,1004	0,06568	0,04353	0,02911	0,01959
82	0,09719	0,06332	0,04179	0,02782	0,01864
83	0,09409	0,06105	0,04012	0,02659	0,01774
84	0,09110	0,05886	0,03851	0,02542	0,01688
85	0,08822	0,05676	0,03698	0,02430	0,01606
86	0,08543	0,05474	0,03550	0,02323	0,01529
87	0,08272	0,05279	0,03409	0,02220	0,01455
88	0,08013	0,05091	0,03274	0,02123	0,01384
89	0,07762	0,04911	0,03144	0,02030	0,01318
90	0,07519	0,04737	0,03019	0,01940	0,01254
91	0,07284	0,04569	0,02900	0,01855	0,01194
92	0,07056	0,04408	0,02785	0,01774	0,01136
93	0,06837	0,04252	0,02675	0,01696	0,01082
94	0,06625	0,04103	0,02570	0,01622	0,01030
95	0,06419	0,03958	0,02468	0,01551	0,009801
96	0,06221	0,03819	0,02371	0,01483	0,009330
97	0,06029	0,03686	0,02278	0,01419	0,008881
98	0,05843	0,03557	0,02188	0,01357	0,008455
99	0,05663	0,03432	0,02103	0,01297	0,008049
100	0,05489	0,03312	0,02020	0,01241	0,007663
101	0,05321	0,03197	0,01941	0,01187	0,007295
102	0,05158	0,03085	0,01864	0,01135	0,006945
103	0,05000	0,02978	0,01792	0,01086	0,006612
104	0,04847	0,02874	0,01722	0,01038	0,006296
105	0,04699	0,02774	0,01654	0,009933	0,005994
106	0,04557	0,02678	0,01590	0,009501	0,005707
107	0,04418	0,02585	0,01528	0,009088	0,005434
108	0,04283	0,02495	0,01468	0,008694	0,005174
109	0,04154	0,02409	0,01411	0,008316	0,004926
110	0,04028	0,02326	0,01356	0,007955	0,004690
111	0,03910	0,02245	0,01303	0,007610	0,004462
112	0,03788	0,02168	0,01252	0,007280	0,004252
113	0,03673	0,02091	0,01203	0,006965	0,004049
114	0,03560	0,02020	0,01157	0,006662	0,003856
115	0,03455	0,01951	0,01112	0,006374	0,003671
116	0,03351	0,01884	0,01070	0,006097	0,003496
117	0,03250	0,01819	0,01027	0,005833	0,003329
118	0,03153	0,01756	0,009870	0,005581	0,003170
119	0,03058	0,01696	0,009487	0,005339	0,003018
120	0,02966	0,01638	0,009119	0,005108	0,002874
130	0,02191	0,01155	0,006142	0,003284	0,001763
140	0,01621	0,008164	0,004141	0,002112	0,001081
150	0,01201	0,005774	0,002794	0,001357	0,0006636
160	0,008914	0,004086	0,001886	0,0008737	0,0004073
170	0,006619	0,002893	0,001274	0,0005630	0,0002500
180	0,004914	0,002049	0,0008598	0,0003624	0,0001535
190	0,003652	0,001452	0,0005807	0,0002334	0,00009421
200	0,002707	0,001029	0,0003926	0,0001502	0,00005783



